⑨　複合オプション会計と企業価値評価

上野清貴

Ⅰ　はじめに

リアル・オプションは，金融資産を評価するために開発されたオプション理論を，実物資産を評価するために，動的で不確実な企業環境に応用しようとするものである。リアル・オプションは 1 種類ではなく，次のようないくつかの種類があり，これらを組み合わせることによって実際のリアル・オプションが行われる。

⑴　延期オプション：プロジェクトの開始を延期するオプション

⑵　撤退オプション：プロジェクトの全部を売却して中止するオプション

⑶　縮小オプション：一定の価格でプロジェクトの一部を売却するオプション

⑷　拡張オプション：投資額を増加してプロジェクト規模を拡張するオプション

⑸　延長オプション：行使価格を支払うことによってプロジェクト期間を延長するオプション

⑹　切替オプション：一定のコストをかけることによって 2 種類の操業モードの間で変更が可能になるオプション

⑺　複合オプション：段階的な投資の場合のオプションに対するオプション

⑻　レインボー・オプション：複数の不確実性要因に影響されるオプション

このリアル・オプションを会計的にみた場合，それは次のような特質および機能を有しているということができる。

⑴　リアル・オプション会計は，企業の資産ないしプロジェクトを柔軟かつ弾力的に評価し，それによって現代の企業が直面している不確実性に対処する。

⑵　リアル・オプション会計は，複数の代替案を時系列的な各段階で相互に比較し，各状況に適合する，弾力的で最適な意思決定を行うことができる。

⑶　リアル・オプション会計は，その弾力的評価に基づいて，より現実の経営状況に即した，正確な企業価値評価を行うことができる。

これまで，これらのうち，リアル・オプション会計の種類に関して，延期オプション，撤退オプション，縮小オプション，拡張オプションおよび延長オプションの内容について説明し，リアル・オプション会計の機能に関して，その意思決定機能を中心に論じてきた。そこで本稿は，残りのリアル・オプション会計のうち，複合オプションおよびレインボー・オプションの内容を説明し，リアル・オプション会計の企業価値評価機能について論じる

ことを目的としている。

本稿の内容は以下のとおりである。

(1)　まず，複合オプション会計を説明する。その場合，複合オプション会計には同時複合オプション会計と段階複合オプション会計があるので，それらを別々に論じる。

(2)　次に，レインボー・オプション会計を，4 項アプローチを用いて説明する。その場合，レインボー・オプション会計には不確実性要因の間に相関関係がない場合とある場合があるので，それらを順に論じる。

(3)　さらに，リアル・オプション会計による企業価値評価の方法について説明し，現在価値会計による企業価値評価との相違を確認する。

(4)　そして最後に，以上のことを踏まえて，リアル・オプション会計の今後の展望について述べる。

Ⅱ　複合オプション会計

上述したように，これまで，リアル・オプション会計のうち，延期オプション，撤退オプション，縮小オプション，拡張オプション，延長オプションなどについて述べてきた。これらは比較的単純なリアル・オプション会計であり，これを現実の企業活動に適用するには，さらに進んだ応用的なリアル・オプション会計を理解しなければならない。そして，その代表的なものの 1 つが，複合オプション会計である。

この複合オプション会計には大きく分けて 2 つの種類があり，その 1 つは，原オプションとそれに対するオプションが同時に存在する場合であり，同時複合オプション（simultaneous compound option）会計と呼ばれる。そして他は，原オプションとそれに対するオプションが時系列的に順次行使可能な場合であり，段階複合オプション（sequential compound option）会計と呼ばれる。以下では，これらを順に説明することにする。

1　同時複合オプション会計

まず，同時複合オプション会計であるが，これを説明するための典型例は，負債のある企業の株式に関してオプション価値を計算する例である。この場合，負債のある企業の株式は，その企業の価値に依存するオプション（コール・オプション）であり，その場合のオプションの行使価格は企業の負債の額面価格であり，満期日は負債の満期日である。したがって，この企業の株式を原証券とするコール・オプションは，オプションに対するオプションであり，それらが同時に存在するところにこのオプションの特徴がある。

この同時複合オプション会計を，具体的な数値例で説明することにする[1)]。いま，ある企業の現在価値が 1000 ドルであるとする。この企業価値のボラティリティは 12%であり，したがって，その現在価値の上昇率（u）は 1.12750（$=e^{0.12}$）であり，下落率（d）は 0.88692（$=e^{-0.12}$）である。リスクフリー・レートは 8%であるとする。

この企業の株式は，額面価格 800 ドル，満期 3 年，ゼロ・クーポンの負債の劣後にある。この株式の行使価格は 400 ドルで，3 年満期である。この場合，この株式に対するコール・オプションの価値を計算することが，ここでの課題である。

このオプション価値の計算は，2 段階で行われる。まず，株式を，企業の価値に対するコール・オプションとして評価する。その際，行使価格は負債の額面価格に等しいとする。それに基づくイベント・ツリーがコール・オプションの原資産となり，いま，その企業価値のイベント・ツリーを示すと，表 1 のようになる。

表１　企業価値のイベント・ツリー

	0	1	2	3
0	1,000.00	1,127.50	1,271.26	1,433.34
1		886.92	1,000.00	1,127.50
2			786.63	886.92
3				697.68

通常のリアル・オプション会計では，表 1 に基づいて企業価値のディシジョン・ツリーを作成するが，複合オプション会計では，それが複合オプションの基礎となるイベント・ツリーとなり，株式価値のイベント・ツリーとなる。これを，リスク中立確率アプローチを用いて作成すると，表２のようになる。

表２　株式価値のイベント・ツリー

	0	1	2	3
0	(10)371.19	(8)445.78	(5)532.76	(1)633.34
1		(9)208.15	(6)261.51	(2)327.50
2			(7) 65.49	(3) 86.92
3				(4) 0

この場合，リスク中立確率（p）は次のようにして求められる。

$$p=\frac{e^{r_f}-d}{u-d}=\frac{e^{0.08}-0.88692}{1.12750-0.88692}=0.81622，1-p=0.18378$$

表２における各数字は，次のように算定される。

(1)Max[(1,433.34-800=633.34),0]

(2)Max[(1,127.50-800=327.50),0]

(3)Max[(886.92-800=86.92),0]

(4)Max[(697.68-800=-102.32),0]

(5)Max[(1,271.26-800=471.26),{0.81622(633.34)+0.18378(327.50)}$e^{-0.08}$=532.76]

(6)Max[(1,000-800=200),{0.81622(327.50)+0.18378(86.92)}$e^{-0.08}$=261.51]

(7)Max[(786.63-800=-13.37),{0.81622(86.92)+0.18378(0)}$e^{-0.08}$=65.49]

(8)Max[(1,127.50-800=327.50),{0.81622(532.76)+0.18378(261.51)}$e^{-0.08}$=445.78]

(9)Max[(886.92-800=86.92),{0.81622(261.51)+0.18378(65.49)}$e^{-0.08}$=208.15]

(10)Max[1,000-800=200),{0.81622(445.78)+0.18378(208.15)}$e^{-0.08}$=371.19]

その結果，企業の株式価値は 371.19 ドルであることが判明する。そして，企業全体の価値を 1,000 ドルと仮定していたため，負債の市場価値は，1000 ドル－371.19 ドル＝628.81 ドルとなる。

次に，複合オプションの価値を評価する。これは，行使価格を 400 ドルとし，（それ自体コール・オプションである）企業の株式に関する 3 年満期のコール・オプションである。このオプションの基礎となるイベント・ツリーは，表 2 に示した株式価値のイベント・ツ

リーであり，これに基づいて株式価値（複合オプション）のディシジョン・ツリーを作成すると，表 3 のようになる。

表 3　株式価値のディシジョン・ツリー

	0	1	2	3
0	(10)99.81	(8)132.47	(5)175.81	(1)233.34
1		(9)　0	(6)　0	(2)　0
2			(7)　0	(3)　0
3				(4)　0

表 3 における各数字の計算過程は，次のとおりである。

(1)Max[(633.34-400=233.34),0]

(2)Max[(327.50-400=-72.50),0]

(3)Max[(86.92-400=-313.08),0]

(4)Max[(0-400=-400),0]

(5)Max[(532.76-400=132.76),{0.81622(233.34)+0.18378(0)}$e^{-0.08}$=175.81]

(6)Max[(261.51-400=-138.49),{0.81622(0)+0.18378(0)}$e^{-0.08}$=0]

(7)Max[(65.49-400=-334.51),{0.81622(0)+0.18378(0)}$e^{-0.08}$=0]

(8)Max[(445.78-400=45.78),{0.81622(175.81)+0.18378(0)}$e^{-0.08}$=132.47]

(9)Max[208.15-400=-191.85),{0.81622(0)+0.18378(0)}$e^{-0.08}$=0]

(10)Max[371.19-400=-28.81),{0.81622(132.47)+0.18378(0)}$e^{-0.08}$=99.81]

その結果，この複合オプションの価値は 99.81 ドルとなる。

2　段階複合オプション会計

次は，段階複合オプション会計である。現実の企業活動において，段階的な投資はすべてこのオプション形式をとり，この会計は現実において非常に有用である。この段階複合オプション会計を具体的に説明するために，次のような計算の前提をおく。

いま，ある企業において，時系列的に順次繋がった 2 つのコール・オプションがあるとする。第 1 オプションの行使価格を 400 ドルとする。これは，オプションの満期時である 1 年目の終わりに，次の段階へ進むための必要投資と考えることができる。この段階でプロジェクトを中止するか，追加投資によってプロジェクトを継続するかの選択が，このオプションにより可能となる。

第 2 オプションは，行使価格を 800 ドルとし，3 年目の終わりに満期となる。この企業における企業価値のイベント・ツリーは前述の表 1 と同じであるとする。したがって，その前提条件も同じであり，ボラティリティが 12%，リスクフリー・レートが 8%，そして，リスク中立確率が 0.81622 である。

この場合，複合オプション会計の計算に際しては，最初に第 2 オプションを計算し，次

に第 1 オプションを計算しなければならない。これは，1 つの複合オプションの価値は，もう 1 つのオプションの価値を基礎とするものであるからである。この考えに基づいて企業価値のディシジョン・ツリーを作成すると，表 4 のようになる。

表 4　企業価値のディシジョン・ツリー

	0	1	2	3
0	(10)34.49	(8)45.78	(5)532.76	(1)633.34
1		(9)　0	(6)261.51	(2)327.50
2			(7) 65.49	(3) 86.92
3				(4)　0
	第 1 オプション		第 2 オプション	

これらの数字を少し詳しく説明する必要がある。まず，第 2 オプションの計算過程は次のようであり，これは，リアル・オプション会計における通常の計算過程である。

(1)Max[(1,433.34-800=633.34),0]

(2)Max[(1,127.50-800=327.50),0]

(3)Max[(886.92-800=86.92),0]

(4)Max[(697.68-800=-102.32),0]

(5)Max[(1,271.26-800=471.26),{0.81622(633.34)+0.18378(327.50)}$e^{-0.08}$=532.76]

(6)Max[(1,000-800=200),{0.81622(327.50)+0.18378(86.92)}$e^{-0.08}$=261.51]

(7)Max[(786.63-800=-13.37),{0.81622(86.92)+0.18378(0)}$e^{-0.08}$=65.49]

問題は第 1 オプションの計算であるが，この第 1 オプションは，1 年目の終わりに満期となる。したがって，400 ドルのコストで行使するか，行使しないままにするかを決めなければならない。行使した場合のペイオフの額を決める直接の要因は，原資産となるプロジェクトの価値ではなく，次の段階で投資するオプションがもたらす価値である。したがって，その計算過程は次のようになる。

(8){0.81622(532.76)+0.18378(261.51)} $e^{-0.08}$=445.78

Max[(445.78-400=45.78),0]

(9){0.81622(261.51)+0.18378(65.49)} $e^{-0.08}$=208.15

Max[(208.15-400=-191.85),0]

(10) {0.81622(445.78)+0.18378(208.15)}$e^{-0.08}$=371.19

Max[(371.19-400=-28.81),{0.81622(45.78)+0.18378(0)}$e^{-0.08}$=34.49]

その結果，この複合オプションの価値は 34.49 ドルとなる。このように，段階複合オプション会計の場合，経済上の優先度は時間的な順序とは逆になり，第 2 オプションがより優先順位の高いオプションということになる。

なお，これらの計算結果に基づいて段階複合オプションによる意思決定過程を示しておくと，表 5 のようになる。

表 5　段階複合オプションによる意思決定

	0	1	2	3
0	(10)オプションを保持	(8)400 ドル投資	(5)オプションを保持	(1)800 ドル投資
1		(9)投資せず	(6)オプションを保持	(2)800 ドル投資
2			(7)オプションを保持	(3)800 ドル投資
3				(4)投資せず
	第 1 オプション		第 2 オプション	

Ⅲ　レインボー・オプション会計

応用的なリアル・オプション会計のもう 1 つの代表は，レインボー・オプション会計である。既述のように，レインボー・オプションとは，複数の不確実性要因が存在する場合のオプションであり，そのうち本節では，2 つの不確実性要因が存在する場合を取り扱うことにする。そして，この会計を行うに際して，最も有用な手法が「4 項アプローチ」（quadranomial approach）であると思われるので，まずこれをコープランド＝アンティカロフ（Copeland and Antikarov［2003］pp.279-286：邦訳 282-288 頁）に沿って，説明することとする。

1　4 項アプローチ

4 項アプローチは，2 つの変数をもつ 2 項ツリーである。次の図 1 は，資産の初期価値を V_0 とし，第 1 の不確実性要因に左右される場合の上昇率を u_1，下落率を d_1，第 2 の不確実性要因に左右される場合をそれぞれ u_2 と d_2 と仮定したときに，1 期目の終了時に起こりうる 4 通りの結果を示している。

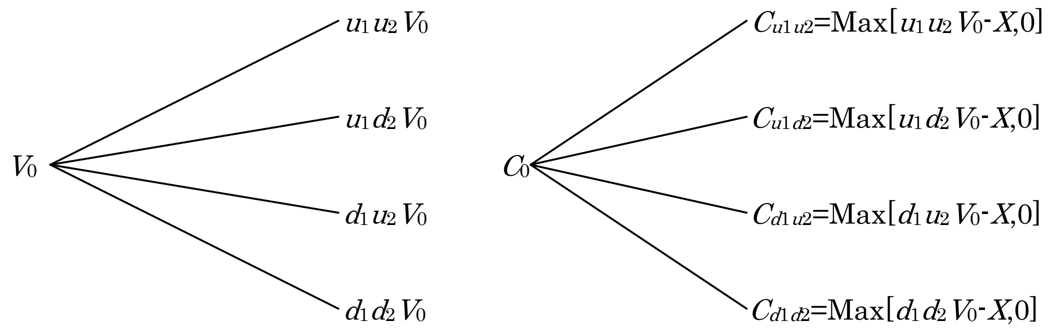

図 1　第 1 期終了時における原資産とコール・オプションの 4 通りの価値

図 1 において，各ノードに 4 本のブランチがある 4 項イベント・ツリーは，各ノードに 2 本のブランチがある 2 項イベント・ツリーを単純に，より一般化したものである。4 項ツリーを作成するには，不確実性 σ_1 と σ_2 の影響を受けたことによる資産価値の変動率の年間標準偏差の推計値と，これらの不確実性要因間の相関関係である $\rho_{1,2}$ が必要である。この情報は，2 つの不確実性要因により生ずる増減の動きを結合した分布を知ることに相当する。また，行使価格も必要である。これは，実験段階の費用や市場開拓の費用などに該当する。

この 4 項ツリーに基づいてリアル・オプション価値を計算す場合，まず 4 項ツリーの各ブランチについてリスク中立確率を求め，それらを次の価値評価式に適用することによって，リアル・オプション価値が算定されることになる。

$$C_0 = (p_{u1u2}C_{u1u2} + p_{u1d2}C_{u1d2} + p_{d1u2}C_{d1u2} + p_{d1d2}C_{d1d2})e^{-rf} \tag{1}$$

リスク中立確率確率の算定に関して，まず 2 つの不確実性要因が相互に独立したものであるとすると，4 項ツリーの各ブランチのリスク中立確率は，ブランチごとに，それぞれ独立した不確実性要因に基づくリスク中立確率を乗じた値に等しい。この事実から，次の 4 つの式が得られる。

$$
\begin{aligned}
p_{u1u2} &= p_{u1}p_{u2} \\
p_{u1d2} &= p_{u1}p_{d2} \\
p_{d1u2} &= p_{d1}p_{u2} \\
p_{d1d2} &= p_{d1}p_{d2}
\end{aligned}
\tag{2}
$$

これらのリスク中立確率を(1)式に適用すれば，リアル・オプション価値を計算することができる。

しかし，2 つの不確実性要因の間に相関関係がある場合，問題は複雑になり，「条件付き確率」を求める必要性が生じる。そのために，無条件確率と条件付き確率を説明しておく必要がある。

いま，X と Y という 2 つの不確実性要因があるとする。X が次の期間においてとりうる値は 2 つあり，その確率はそれぞれ p_{uX} と $(1\text{-}p_{uX})$ である。

$$X_t \varepsilon [X_u, X_d]$$

Y がとりうる値も 2 つあり，その確率はそれぞれ p_{uY} と $(1\text{-}p_{uY})$ である。

$$Y_t \varepsilon [Y_u, Y_d]$$

2 つの不確実性要因が独立している場合，X がすでに増加したことが分かっていても，Y が増加する確率は変化しない。この場合，X と Y の条件付き確率は，X と Y それぞれの無条件確率と等しくなる。

$$
\begin{aligned}
p(Y_u | \mathrm{X}_u) &= P_{uY} \\
p(X_u | Y_u) &= P_{uX}
\end{aligned}
$$

このように，2 つの不確実性要因が独立している場合は，4 通りある $[X_u, X_d]$ と $[Y_u, Y_d]$ の組合せのそれぞれの確率は，X と Y それぞれの確率を単純に乗じれば得ることができる。

しかし，2 つの不確実性要因が相関関係にある場合，条件付き確率と無条件確率はもはや等しくはない。条件付き確率と無条件確率との関係は，次のベイズの公式で表される。

$$p(Y_u | X_u) = \frac{p(Y_u \cap X_u)}{p(X_u)} = \frac{p(Y_u)p(X_u | Y_u)}{p(X_u)}$$

これが「ベイズの定理」と呼ばれるものであり，この場合，$p(Y_u \cap X_u)$ は p_{u1u2} の意味で，X と Y がともに増加する結合確率を表し，4 項ツリーの最上部のブランチに相当する。このように，ベイズの定理は，相関関係にある不確実性を説明する上で役に立つ[2)]。

2 つの不確実性要因がある場合のリスク中立確率の説明をさらに続けよう。資産の価値は幾何ブラウン運動をたどって変化するが，資産の利益率は算術ブラウン運動をたどって変化する。例えば，株価は決して負の値にならず，その時系列変化は幾何ブラウン運動過程

としてモデル化できる。しかし，株価の利益率は負の値をとることもあり，算術ブラウン運動としてモデル化できる。

資産価値の変化は，次式のような幾何ブラウン運動過程をたどる[3)]。

$$dV = \mu V dt + \sigma V dz \tag{3}$$

オプション理論における基礎定理の 1 つは，伊藤のレンマである[4)]。伊藤のレンマを用いれば他の証券（原資産等）に左右される（オプション等の）証券の価値の短期間の変化を，モデル化することができる。条件付き請求権Cが時間tと原資産Vのみから成る関数である場合，Cは次のように表される。

$$dC = \left(\frac{\partial C}{\partial V}\mu V + \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 C}{\partial V^2}\sigma^2 V^2\right)dt + \frac{\partial C}{\partial V}\sigma V dz \tag{4}$$

次に，オプションが C=ln(S)であれば，次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial V} &= \frac{1}{S} \\ \frac{\partial^2 C}{\partial V^2} &= -\frac{1}{S^2} \\ \frac{\partial C}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \tag{5}$$

これらの関係を伊藤のレンマに代入すると，算術ブラウン運動の式が得られる。

$$dC = \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)dt + \sigma dz \tag{6}$$

この式は，条件付き請求権（オプション）の価値の変化であり，$\partial C = \partial V / V$ であるため，原資産価値の増加率もしくは変化率を表す。したがって，$\ln(V)$ の増加率は，平均 $(\mu - \sigma^2/2)$，標準偏差$\sigma\sqrt{t}$ の正規分布を示す。

これらの知識を前提として，算術ブラウン運動にしたがう 2 つの不確実性要因がある場合のモデル化を行うことにしよう。いま，開発段階にある新製品の単価と数量を，2 つの不確実性要因とする。価格の期待増加率を g_1，数量の期待増加率を g_2 とする。標準偏差はそれぞれσ_1とσ_2である。リスク中立の状況下では，価格と数量の増加率はリスクフリー・レートに等しく，価格を P，数量を Q とした場合，価格について，次のような式で表すことができる。

$$d\ln(P) = \left(r_f - \frac{\sigma_1^2}{2}\right)dt + \sigma_1 dz \tag{7}$$

$$g_1 = \left(r_f - \frac{\sigma_1^2}{2}\right)dt \tag{8}$$

そして，数量については，次のようになる。

$$d\ln(Q) = (r_f - \frac{\sigma_2^2}{2})dt + \sigma_2 dz \quad (9)$$

$$g_2 = (r_f - \frac{\sigma_2^2}{2})dt \quad (10)$$

ここでは，上昇率および下落率は算術ブラウン運動にしたがい，プラスマイナスが逆の一定の値（すなわち $u=-d$）で増減する。次の図 2 は，とりうる値の組合せを示したものである。

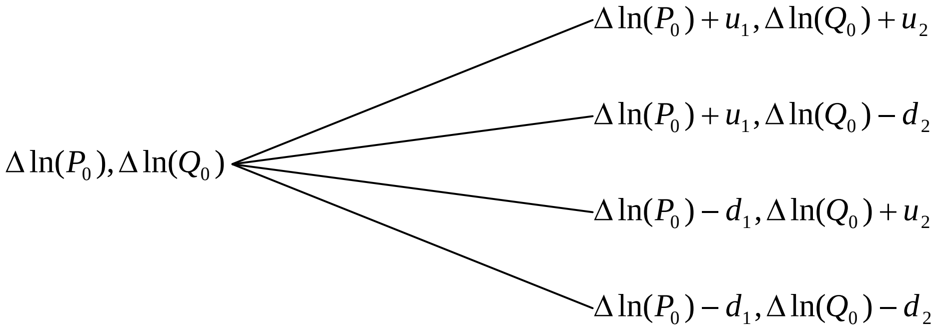

図 2　価格と数量がとりうる値の組合せ

これら 2 つの変数の値が相互に独立している場合は, 6 つの未知数からなる 6 つの式を解いて，リスク中立確率と増減率を導く。6 つの式は次のとおりである。

$$E(g_1)\Delta t = (r_f - \frac{\sigma_1^2}{2})\Delta t = (p_{u1u2} + p_{u1d2})u_1 - (p_{d1u2} + p_{d1d2})u_1 \quad (11)$$

$$\sigma_1^2 \Delta t = (p_{u1u2} + p_{u1d2})u_1^2 - (p_{d1u2} + p_{d1d2})u_1^2 \quad (12)$$

$$E(g_2)\Delta t = (r_f - \frac{\sigma_2^2}{2})\Delta t = (p_{u1u2} + p_{d1u2})u_2 - (p_{u1d2} + p_{d1d2})u_2 \quad (13)$$

$$\sigma_2^2 \Delta t = (p_{u1u2} + p_{d1u2})u_2^2 - (p_{u1d2} + p_{d1d2})u_2^2 \quad (14)$$

$$\rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2\Delta t = (p_{u1u2} - p_{d1u2} - p_{u1d2} - p_{d1d2})u_1u_2 \quad (15)$$

$$p_{u1u2} + p_{d1u2} + p_{u1d2} + p_{d1d2} = 1 \quad (16)$$

1 組目の式（(11)式と(13)式）は期待増加率を，2 組目の式（(12)式と(14)式）は増加率の分散を，それぞれモデル化したものである。(15)式は共分散の定義を表しており，(16)式は単に，確率の和は 1 にならなければならないという要件を示したものである。これで，6 つの式と 6 つの未知数 $p_{u1u2}, p_{u1d2}, p_{d1u2}, p_{d1d2}, u_1, u_2$ がそろったことになる。

これらを解くと，起こりうる各状態のリスク中立確率が得られる。

$$p_{u1u2} = \frac{u_1u_2 + u_2g_1 + u_1g_2 + \rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2\Delta t}{4u_1u_2} \quad (17)$$

$$p_{u1d2} = \frac{u_1 u_2 + u_2 g_1 + d_1 g_2 - \rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2\Delta t}{4u_1 u_2} \tag{18}$$

$$p_{d1u2} = \frac{u_1 u_2 + d_2 g_1 + u_1 g_2 - \rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2\Delta t}{4u_1 u_2} \tag{19}$$

$$p_{d1d2} = \frac{u_1 u_2 + d_2 g_1 + d_1 g_2 + \rho_{1,2}\sigma_1\sigma_2\Delta t}{4u_1 u_2} \tag{20}$$

そして，これらの式から導かれる残りの 2 つの未知数は，増減率である。

$$u_1 = \sigma_1\sqrt{t} \tag{21}$$

$$u_2 = \sigma_2\sqrt{t} \tag{22}$$

2　不確実性要因に相関関係がない場合

以上が 4 項アプローチの概念的な説明であるが，これをさらに理解するために，レインボー・オプション会計の具体例を示してみよう。その場合，2 つの不確実性要因の間に相関関係がない事例から行うことにする。

いま，ある企業においてある製品の開発プロジェクトがあるとする。不確実性要因は，価格と数量の 2 つである。プロジェクト期間は 2 年で，2 期から成り，キャッシュ・フローは，収入（P×Q）から，現金で支払う固定費の 4,000 ドルを控除した額である。キャッシュ・フローは，2 期目の終わり以後は一定額の永続的キャッシュ・フローとなり，合計 6 倍となる。そして，これが継続価値となる。プロジェクトは，期間終了時に 50,000 ドルで競合他社に売却する（すなわち撤退する）ことができる。また，リスクフリー・レートは，年率 1.25%である。

図 3 は，数量のイベント・ツリーを示しており，その前提条件等は次のとおりである。

初期数量（Q_0)=1,000

1 期間当たりのボラティリティ=10%

1 期間当たりの上昇率（u）=$e^{0.1}$=1.10517

1 期間当たりの下落率（d）=$e^{-0.1}$=0.90484

リスク中立（の増加）確率（p）=$(e^{rf}-d)/(u-d)=(e^{0.0125}-0.90484)/(1.10517-0.90484)$

=0.53780

リスク中立（の減少）確率（$1-p$）=0.46220

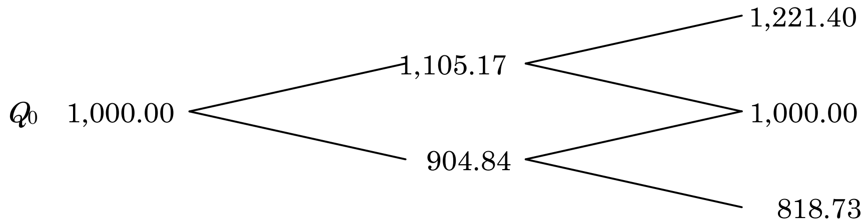

図 3　数量のイベント・ツリー

また，図 4 は，価格水準を 2 期間のイベント・ツリーで示したものであり，その前提条件等は次のとおりである。

初期値（P_0)=10

1 期間当たりのボラティリティ=6%

1 期間当たりの上昇率（u）$=e^{0.06}=1.06184$

1 期間当たりの下落率（d）$=e^{-0.06}=0.94176$

リスク中立（の増加）確率（p）$=(e^{rf}-d)/(u-d)=(e^{0.0125}-0.94176)/(1.06184-0.94176)$

$=0.58977$

リスク中立（の減少）確率（$1-p$）$=0.41023$

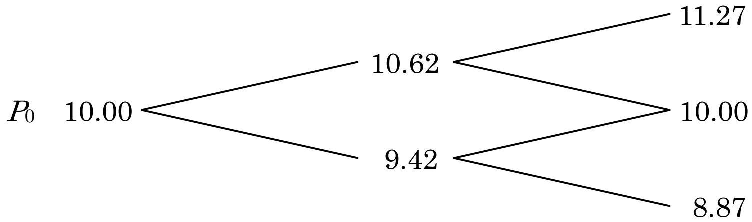

図 4　価格のイベント・ツリー

そして，次の 2 つの図は，これらに基づいて，価格と数量の組合せ（図 5）と，それらの積から 4,000 ドルを控除して算定したキャッシュ・フロー（図 6）のイベント・ツリーを示している。

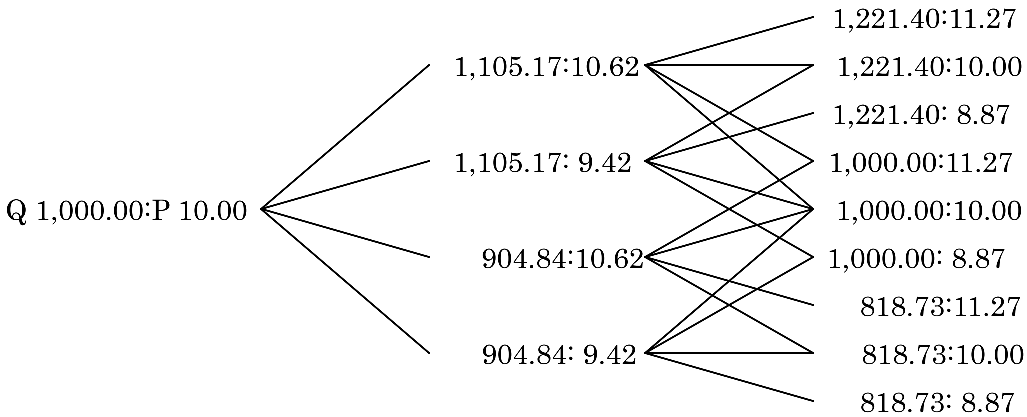

図 5　数量と価格のイベント・ツリー

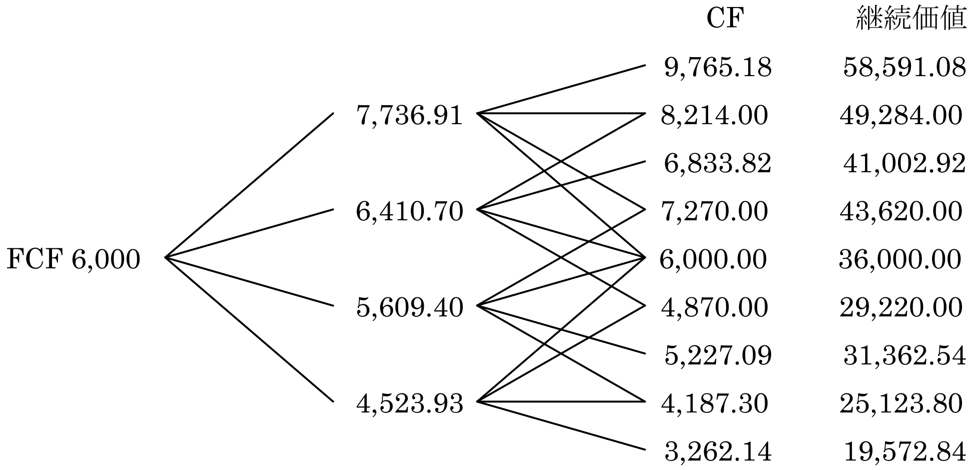

図 6　キャッシュ・フローと継続価値のイベント・ツリー

これらの数値に基づいて，次に行わなければならないのは，プロジェクトの現在価値の算定とそれに対応するイベント・ツリーの作成である。そして，その場合に必要なのがリスク中立確率の計算であり，それは，(2)式の 4 つの式を用いて，次のように行われる。これらの和は当然 1 になる。

$$p_{u1u2} = p_{u1}p_{u2} = 0.53780(0.58977) = 0.32$$
$$p_{u1d2} = p_{u1}p_{d2} = 0.53780(0.41023) = 0.22$$
$$p_{d1u2} = p_{d1}p_{u2} = 0.46220(0.58977) = 0.27$$
$$p_{d1d2} = p_{d1}p_{d2} = 0.46220(0.41023) = 0.19$$

プロジェクトの現在価値は，各ノードでキャッシュ・フローにリスク中立確率を乗じ，その結果をリスクフリー・レートで除すことによって求められる。そして，それをイベント・ツリーで示すと，図 7 のようになる。

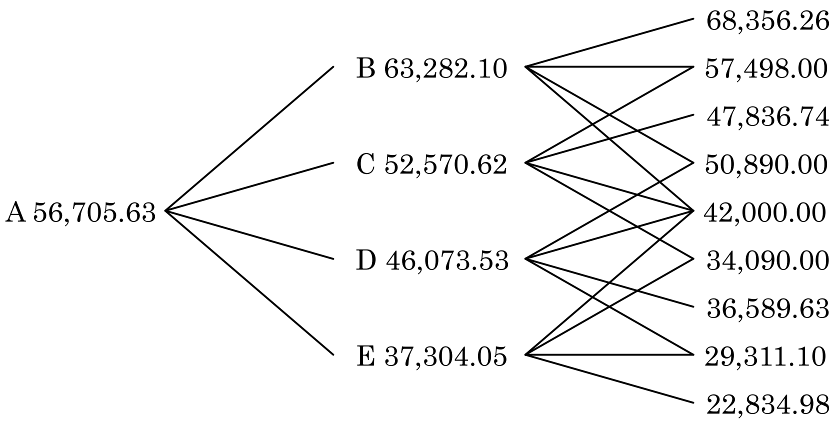

図 7　現在価値のイベント・ツリー

この場合，ノード E から A までの計算は，次のような計算過程で行われる。

$$B=\{0.32(68{,}356.26)+0.22(57{,}498.00)+0.27(50{,}890.00)+0.19(42{,}000.00)\}e^{-0.0125}$$
$$+7{,}736.91=63{,}282.10$$
$$C=\{0.32(57{,}498.00)+0.22(47{,}836.74)+0.27(42{,}000.00)+0.19(34{,}090.00)\}e^{-0.0125}$$

$+6{,}410.70=52{,}570.62$

$D=\{0.32(50{,}890.00)+0.22(42{,}000.00)+0.27(36{,}589.63)+0.19(29{,}311.10)\}e^{-0.0125}$

$+5{,}609.40=46{,}073.53$

$E=\{0.32(42{,}000.00)+0.22(34{,}090.00)+0.27(29{,}311.10)+0.19(22{,}834.98)\}e^{-0.0125}$

$+4{,}523.93=37{,}304.05$

$A=\{0.32(63{,}282.10)+0.22(52{,}570.62)+0.27(46{,}073.53)+0.19(37{,}304.05)\}e^{-0.0125}$

$+6{,}000.00=56{,}705.63$

最後に，このイベント・ツリーに基づいて，現在価値のディシジョン・ツリーを作成しなければならない。この場合のペイオフには，プロジェクトを 50,000 ドルで売却する撤退プット・オプションが反映される。各ノードにおける最適決定を反映したオプションの価値評価は，これまでと同様に，ペイオフにそれぞれのリスク中立確率を乗じ，リスクフリー・レートで割り引いて求める。そして，これを行うと，表 8 のようになる。

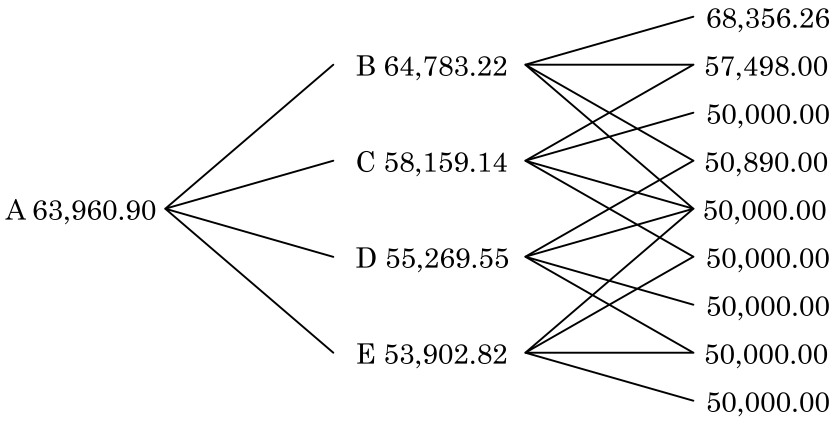

図 8　現在価値のディシジョン・ツリー

この場合，ノード E から A までの計算は，次のような計算過程で行われる。

$B=\{0.32(68{,}356.26)+0.22(57{,}498.00)+0.27(50{,}890.00)+0.19(50{,}000.00)\}e^{-0.0125}$

$+7{,}736.91=64{,}783.22$

$C=\{0.32(57{,}498.00)+0.22(50{,}000.00)+0.27(50{,}000.00)+0.19(50{,}000.00)\}e^{-0.0125}$

$+6{,}410.70=58{,}159.14$

$D=\{0.32(50{,}890.00)+0.22(50{,}000.00)+0.27(50{,}000.000)+0.19(50{,}000.00)\}e^{-0.0125}$

$+5{,}609.40=55{,}269.55$

$E=\{0.32(50{,}000.00)+0.22(50{,}000.00)+0.27(50{,}000.00)+0.19(50{,}000.00)\}e^{-0.0125}$

$+4{,}523.93=53{,}902.82$

$A=\{0.32(64{,}783.22)+0.22(58{,}159.14)+0.27(55{,}269.55)+0.19(53{,}902.82)\}e^{-0.0125}$

$+6{,}000.00=63{,}960.90$

これによって明らかなように，オプションのないプロジェクトの現在価値を表す図 7 の結果と，オプションのあるプロジェクトの現在価値を表す図 8 の結果を比較すると，その差額は 63,960.90－56,705.63＝7,255.27 ドルとなる。この差額は，2 つの不確実性要因に

相関関係がない場合の，レインボー・オプションの価値である。

３　不確実性要因に相関関係がある場合

次に，2 つの不確実性要因の間に相関関係がある場合の具体例を説明しよう。この場合，相関係数がプラス 30%（$\rho_{1,2}$=0.3）であると仮定する。キャッシュ・フローは，不確実性要因が独立していると仮定した場合の図 6 と変わらないが，リスク中立確率が異なることに注意する必要がある。ここではまず，(21)式および(22)式を用いて，2 つの不確実性要因の期間ボラティリティに対応する u_1 と u_2 を計算する。

$$u_1 = \sigma_1\sqrt{t} = 0.1$$
$$d_1 = -u_1 = -0.1$$
$$u_2 = \sigma_2\sqrt{t} = 0.06$$
$$d_2 = -u_2 = -0.06$$

次に，(8)式と(10)式を用いて，リスク中立の状況における価格と数量の自然対数の期待増加率を計算する。

$$g_1 = (r_f - \frac{\sigma_1^2}{2})dt = (0.0125 - \frac{0.1^2}{2}) = 0.0075$$
$$g_2 = (r_f - \frac{\sigma_2^2}{2})dt = (0.0125 - \frac{0.06^2}{2}) = 0.0107$$

そして最後に，(17)式から(20)式を用いて，4 つのリスク中立確率の値を次のように求める。これらの和は当然 1 になる[5)6)]。

p_{u1u2}=(0.1×0.06+0.06×0.0075+0.1×0.0107+0.3×0.1×0.06)/(4×0.1×0.06)=0.39

p_{u1d2}=(0.1×0.06+0.06×0.0075-0.1×0.0107-0.3×0.1×0.06)/(4×0.1×0.06)=0.15

p_{d1u2}=(0.1×0.06-0.06×0.0075+0.1×0.0107-0.3×0.1×0.06)/(4×0.1×0.06)=0.20

p_{d1d2}=(0.1×0.06-0.06×0.0075-0.1×0.0107+0.3×0.1×0.06)/(4×0.1×0.06)=0.26

プロジェクトの現在価値は，前項と同様に，各ノードでキャッシュ・フローにリスク中立確率を乗じ，その結果をリスクフリー・レートで除すことによって求められる。そして，それをイベント・ツリーで示すと，図 9 のようになる。

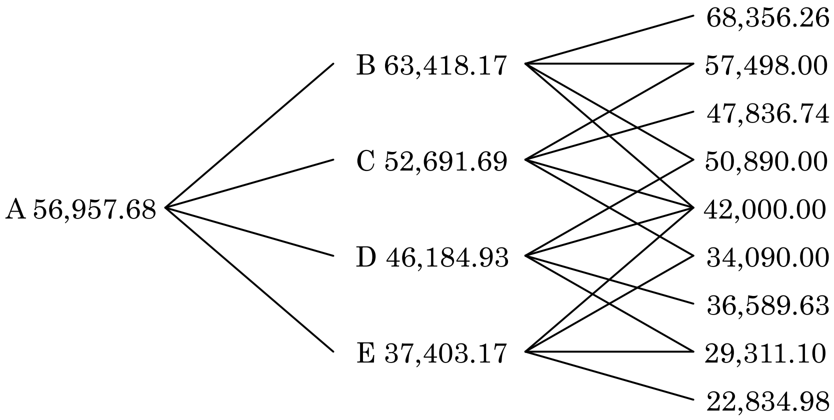

図 9　現在価値のイベント・ツリー

この場合，ノード E から A までの計算は，次のような計算過程で行われる。

$$B=\{0.39(68{,}356.26)+0.15(57{,}498.00)+0.20(50{,}890.00)+0.26(42{,}000.00)\}e^{-0.0125}$$
$$+7{,}736.91=63{,}418.17$$

$$C=\{0.39(57{,}498.00)+0.15(47{,}836.74)+0.20(42{,}000.00)+0.26(34{,}090.00)\}e^{-0.0125}$$
$$+6{,}410.70=52{,}691.69$$

$$D=\{0.39(50{,}890.00)+0.15(42{,}000.00)+0.20(36{,}589.63)+0.26(29{,}311.10)\}e^{-0.0125}$$
$$+5{,}609.40=46{,}184.93$$

$$E=\{0.39(42{,}000.00)+0.15(34{,}090.00)+0.20(29{,}311.10)+0.26(22{,}834.98)\}e^{-0.0125}$$
$$+4{,}523.93=37{,}403.17$$

$$A=\{0.39(63{,}418.17)+0.15(52{,}691.69)+0.20(46{,}184.93)+0.26(37{,}403.17)\}e^{-0.0125}$$
$$+6{,}000.00=56{,}957.68$$

図 9 が示すように，正の相関関係は最大値あるいは最小値の確率を高め，その結果，プロジェクトのボラティリティが増大する。確率が変化してもツリー末端の現在価値に影響はないが，それ以前のノードにおける価値が変化する。そのため，プロジェクトの現在価値は，56,705.63 から 56,957.68 に増大する[7]。

最後に，このイベント・ツリーを基礎として，撤退プット・オプションを適用し，現在価値のディシジョン・ツリーを作成する。その場合，各ノードにおける最適決定を反映したオプションの価値評価は，これまでと同様に，ペイオフにそれぞれのリスク中立確率を乗じ，リスクフリー・レートで割り引いて求める。そして，これを行うと，図 10 のようなディシジョン・ツリーになる。

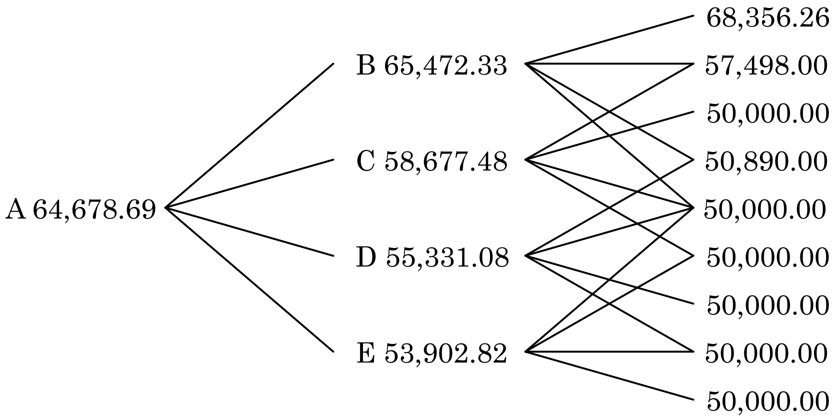

図 10　現在価値のディシジョン・ツリー

この場合，ノード E から A までの計算は，次のような計算過程で行われる。

$$B=\{0.39(68{,}356.26)+0.15(57{,}498.00)+0.20(50{,}890.00)+0.26(50{,}000.00)\}e^{-0.0125}+7{,}736.91=65{,}472.33$$

$$C=\{0.39(57{,}498.00)+0.15(50{,}000.00)+0.20(50{,}000.00)+0.26(50{,}000.00)\}e^{-0.0125}+6{,}410.70=58{,}677.48$$

$$D=\{0.39(50{,}890.00)+0.15(50{,}000.00)+0.20(50{,}000.000)+0.26(50{,}000.00)\}e^{-0.0125}+5{,}609.40=55{,}331.08$$

$$E=\{0.39(50{,}000.00)+0.15(50{,}000.00)+0.20(50{,}000.00)+0.26(50{,}000.00)\}e^{-0.0125}+4{,}523.93=53{,}902.82$$

$$A=\{0.39(65{,}472.33)+0.15(58{,}677.48)+0.20(55{,}331.08)+0.26(53{,}902.82)\}e^{-0.0125}+6{,}000.00=64{,}678.69$$

その結果, オプションおよび相関関係のあるプロジェクトの現在価値は 64,678.69 となり, オプションのない場合の現在価値である 56,705.63 と比較して，7,973.06 ドルの差額が生じる。この差額が，2 つの不確実性要因間に相関関係がある場合の，レインボー・オプションの価値である。ここで，価格と数量との間に正の相関関係をもたせたことによって，オプションの価値が増大したことに留意する必要がある。オプションの価値は，プロジェクトのボラティリティが増加したことに伴い，増大したのである。

Ⅳ　企業価値評価

これまで，複合オプション会計およびレインボー・オプション会計という応用的なリアル・オプション会計について述べてきたが，最後に，その延長として，リアル・オプション会計による企業価値評価の方法について説明することにしよう。

1　企業価値評価の方法

リアル・オプション会計による企業価値評価の基礎になるのは，現在価値会計による企業価値評価である。そこでまず，現在価値会計による企業価値評価の方法について述べることにする。

現在価値会計では，企業価値は将来期間のフリー・キャッシュ・フローの現在価値合計となる。すなわち，次のようになる。

企業価値＝将来期間のフリー・キャッシュ・フローの現在価値　(23)

問題は将来期間のフリー・キャッシュ・フローをどのように予測するかであるが，これには通常「2 段階アプローチ」がとられる。それは，将来期間を予測期間と予測期間以降に分け，直近の一定期間に対して詳細なフリー・キャッシュ・フロー予測を行い，それ以降の長期予測は簡略化するという方法である。これによると，企業価値は次のように表される。

企業価値＝予測期間におけるフリー・キャッシュ・フローの現在価値
＋予測期間以降のフリー・キャッシュ・フローの現在価値　(24)

予測期間以降のフリー・キャッシュ・フローの現在価値は，遠い将来に対して予測が継続すると仮定して算定する価値であるので「継続価値」と呼ばれ，一般に次の式で計算される[8)]。

$$\text{継続価値} = \frac{NOPAT_{T+1}(1-g/ROIC)}{WACC-g} \tag{25}$$

ここで，各記号は次のこと表している。

$NOPAT_{T+1}$＝予測期間以降の１年目における標準化された税引後営業利益

g＝NOPAT の永続的な期待成長率

$ROIC$＝新規投資に対して期待される投下資本利益率＝NOPAT／投下資本

$WACC$＝加重平均資本コスト(weighted average cost of capital)

以上が現在価値会計による企業価値評価の概要であるが，これを実際に行う場合の重要なポイントは，予測期間においてフリー・キャッシュ・フローをどのように具体的に予測するかである。これに関して，予測は次のステップで行うことになる（Copeland, Koller and Murrin［2000］pp.233：邦訳 273 頁)。

(1)　どれだけの期間について，どれほど詳細に将来予測をたてるのかを決定する。上述したように，これには一般に 2 段階アプローチが適用される。

(2)　将来の業績について，戦略レベルで見通しをたてる。この場合，業界の特徴と企業の競争優位・競争劣位の双方を考慮する。

(3)　戦略レベルの見通しを，損益計算書，貸借対照表，フリー・キャッシュ・フロー，主要指標等の財務予測に具体化する。

(4)　上の(2)と(3)で作成したケースに加え，異なったシナリオに基づく予測をたてる。

(5)　全体として予測に矛盾はないか，戦略レベルの見通しと適合するかをチェックする。特に，ROIC，売上高および利益成長率の予測結果に注意する。

これらの作業が終了すると，最後に企業価値を算定し評価するために，以下の手続を行う。

(1)　予測した各期のフリー・キャッシュ・フローを，加重平均資本コスト（WACC）を用いて現在価値に割り引く。

(2)　継続価値を，WACC を用いて現在価値に割り引く。

(3)　各期のフリー・キャッシュ・フローの現在価値合計に継続価値の現在価値を加算して，企業価値とする。

以上が現在価値会計における企業価値評価の手続であるが，これに対して，リアル・オプション会計は，現在価値会計によって算定された企業価値を出発点とする。二項モデルによるリアル・オプション価値の計算は，次の 3 段階のプロセスで行われる。

(1)　割引キャッシュ・フローによる現在価値の計算

(2)　イベント・ツリーの作成

(3)　ディシジョン・ツリーの作成

これらのうち，現在価値会計は第 1 段階の割引キャッシュ・フローによる現在価値の計算に該当し，そこで企業価値評価は終了する。リアル・オプション会計はこれを出発点として，さらにイベント・ツリーの作成とディシジョン・ツリーの作成を行う。

第 2 段階のイベント・ツリーの作成は，第 1 段階の現在価値を基礎として，企業価値のボラティリティに基づいて，好調時の現在価値と不調時の現在価値という 2 つのシナリオを予測して行われる。第 3 段階のディシジョン・ツリーの作成は，このイベント・ツリー，リスク中立確率およびリスクフリー・レートを用いて行われる。ここではさらに，まず最初に最終年度のオプション価値を算定し，それを基礎として，順次年度を遡って各年度のオプション価値を計算していく方法で行われる。

2　企業価値の計算

これらのことを前提として，それでは，リアル・オプション会計による企業価値評価を，具体的な数値例で行うことにする。いま，ある企業の将来フリー・キャッシュ・フローの

予測値と企業価値が表 6 のようであったとしよう。

表 6　フリー・キャッシュ・フローの予測値と企業価値

	0	1	2	3	4	5	6	7
売上高	13,822	14,796	15,551	16,313	17,406	18,189	18,989	19,806
営業費用	(12,362)	(13,148)	(13,823)	(14,504)	(15,481)	(16,180)	(16,892)	(17,619)
税引前営業利益	1,460	1,648	1,728	1,809	1,925	2,009	2,097	2,187
支払税金	(523)	(515)	(541)	(569)	(606)	(633)	(662)	(690)
NOPAT	937	1,133	1,187	1,240	1,319	1,376	1,435	1,497
営業運転資金増加	(575)	(686)	(434)	(440)	(793)	(465)	(356)	(363)
FCF	362	447	753	800	526	911	1,079	1,134
継続価値								38,292
企業価値の計算								
割引率		0.9372	0.8784	0.8232	0.7715	0.7231	0.6777	0.6351
企業価値	28,574	419	661	659	406	659	731	25,039

ここでは，加重平均資本コスト（WACC）は 6.7%と仮定している。また，ボラティリティは 34.87%とする。継続価値の計算に際して，ROIC は 12.93%であり，NOPAT の成長率を 4%とする。さらに，予測期間以降の 1 年目における NOPAT が最終予測期間の NOPAT と等しいと仮定すると，継続価値は次のように計算される。

$$継続価値 = \frac{NOPAT_7(1-g/ROIC)}{WACC-g} = \frac{1{,}497(1-4\%/12.93\%)}{6.7\%-4\%} = 38{,}292$$

第 1 段階の割引キャッシュ・フローによる企業価値は，表 6 より 28,574 である。

第 2 段階のイベント・ツリーを作成するためには，当企業の現在価値の上昇率および下落率を計算する必要があり，これらは次のようになる。

$u = e^{0.3487} = 1.417224$，$d = e^{-0.3487} = 1/u = 0.705605$

これによって，当企業の現在価値に関するイベント・ツリーの作成が可能となり，これを行うと表 7 のようになる。

表 7　企業価値のイベント・ツリー

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	28,574	40,496	57,392	81,337	115,272	163,367	231,527	328,126
1		20,162	28,574	40,496	57,392	81,337	115,272	163,367
2			14,226	20,162	28,574	40,496	57,392	81,337
3				10,038	14,226	20,162	28,574	40,496
4					7,083	10,038	14,226	20,162
5						4,998	7,083	10,038
6							3,526	4,998
7								2,488

第 3 段階のディシジョン・ツリーの作成は，このイベント・ツリー，リスク中立確率およびリスクフリー・レートを用いて行われる。この場合，リスク中立確率は次のように計算される。ここで，リスクフリー・レートを 4.5%としている。

$$p = \frac{e^{r_f} - d}{u - d} = \frac{e^{0.045} - 0.705605}{1.417224 - 0.705605} = 0.478378，1-p=0.521622$$

また，当企業は最終予測期間以降いつでも 40,000 で売却できる撤退プット・オプションを有しているとする。

これに基づいてディシジョン・ツリーを作成すると，表 8 のようになる。

表 8　企業価値のディシジョン・ツリー

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	38,750	47,418	61,121	82,564	115,273	163,367	231,527	328,126
1		34,219	39,035	46,849	59,852	81,337	115,273	163,367
2			32,822	35,314	39,058	45,429	57,392	81,337
3				33,432	34,996	36,661	38,467	40,496
4					34,948	36,557	38,240	40,000
5						36,557	38,240	40,000
6							38,240	40,000
7								40,000

これは，まず最初に最終の 7 年度のオプション価値を算定し，それを基礎として，順次年度を遡って各年度のオプション価値を計算していく方法で行われる。具体的には，次のようにして計算される。例えば，6 年度の 0 列の 231,527 は次のようにして導き出される。

$\{0.478378(328,126)+0.521622(163,367)\}e^{0.045}=231,527$

また，6 年度の 4 列の 38,240 は，次のようにして計算される。

$\{0.478378(40,000)+0.521622(40,000)\}e^{0.045}=38,240$

そして，0 年度の 38,750 は次のようにして計算され，これが当企業の企業価値となる。

$\{0.478378(47,418)+0.521622(34,219)\}e^{0.045}=38,750$

その結果，リアル・オプション会計における当企業の価値は 38,750 となり，現在価値会計による 28,574 に比して，10,176 の増加となる。これは，オプションを採用することによって，柔軟かつ弾力的で，より現実の経営状況に即した企業価値評価が可能となった結果である。リアル・オプション会計は単なる企業価値評価ではなく，より現実的で正確な企業価値評価を行うことができるのである。

Ⅴ　むすび

以上，本稿では，応用的なリアル・オプション会計を説明し，リアル・オプション会計の企業価値評価機能について論じることを目的として，複合オプション会計およびレインボー・オプション会計を詳細かつ具体的に説明し，リアル・オプション会計による企業価値評価を具体的に行った。これで，リアル・オプション会計について一通り説明し終えたことになる。

これらのリアル・オプション会計を会計学的にみた場合，その特質および機能は他の比較的単純なリアル・オプション会計と何ら変わるところはない。すなわち，本稿の冒頭で示したように，これらのリアル・オプション会計は，依然として次のような特質および機能を有しているのである。

(1)　リアル・オプション会計は，企業の資産ないしプロジェクトを柔軟かつ弾力的に評価し，それによって現代の企業が直面している不確実性に対処する。

(2)　リアル・オプション会計は，複数の代替案を時系列的な各段階で相互に比較し，各状況に適合する，弾力的で最適な意思決定を行うことができる。

(3)　リアル・オプション会計は，その弾力的評価に基づいて，より現実の経営状況に即した，正確な企業価値評価を行うことができる。

しかし，これらの応用的なリアル・オプション会計は，他の比較的単純なリアル・オプション会計に比して，より現実的で複雑な意思決定を可能にし，現在価値会計に比して，より現実的で正確な企業価値評価を行うことができる。

意思決定機能に関して，現実のリアル・オプション会計はほとんど複合オプション会計ないしはレインボー・オプション会計であり，これらが組み合わさったリアル・オプション会計である。本稿では，これらのリアル・オプション会計を別々に，そして比較的単純化して説明したが，より現実に近い複雑なものを説明することも可能である。さらに，これらのリアル・オプション会計に，延期オプション，撤退オプション，縮小オプション，拡張オプション，延長オプションなどの比較的単純なリアル・オプション会計を組み込むことも可能である。

このことは企業価値評価機能に関しても同じである。本稿では，比較的単純なリアル・オプション会計による企業価値評価を説明したが，様々なリアル・オプション会計を組み込んで，意思決定だけではなく，企業価値評価を行うことも可能である。

このように見てくると，リアル・オプション会計には様々な適用領域があり，今後の展望として，その適用領域がますます拡大していく可能性がある。この意味でも，リアル・オプション会計は一般的・総合的な会計システムとして，今後ますますその重要性を増すと思われるのである。

［注］

1) 本節の数値例および次節の数値例は，（Copeland and Antikarov［2003］ pp.164-178,286-296：邦訳 168-181,288-298 頁）を参考にして，アレンジしている。コープランド＝アンティカロフと本稿の主な相違点は，彼らがリアル・オプション価値の計算に際してポートフォリオ複製アプローチおよび離散利子率を採用しているのに対して，本稿はリスク中立確率アプローチおよび連続利子率を採用していることである。

2) ベイズの定理を本文に即してさらに詳しく説明すると，次のようになる。ベイズの定理とは，ある結果（データ）が得られたときに，その結果を反映した下での事後確率を求める定理である。いま，X_uおよび Y_uを確率変数とし，$p(Y_u)$を事象 Y_uが発生する確率（事前確率）とし，$p(Y_u | X_u)$を事象 X_uが発生した下で，事象 Y_uが発生する確率（事後確率）とする。ベイズの定理によれば，この事後確率は本文で示したように，次のように表される。

$$p(Y_u | X_u) = \frac{p(Y_u \cap X_u)}{p(X_u)} = \frac{p(Y_u)p(X_u | Y_u)}{p(X_u)}$$

ここで，$p(X_u | Y_u)$のことを尤度と呼ぶ。尤度とは，ある確率論的モデルを仮定しているときに，そのデータが得られる確率（あるいは確率密度）であり，要するに，あるデータに確率論的モデルが「どれぐらい当てはまっているか」を表す尺度である。

事象 X_uが発生した下では上式の分母 $p(X_u)$は定数となることから，ベイズの定理とは，データを得た下で，事前確率を既知の尤度を用いて事後確率へと更新する関係を示した定理であるということができる。

3) ここで，Vは資産価値，μ は期待収益率，σ はボラティリティである。$dV = \mu Vdt + \sigma Vdz$における右辺の第 1 項は，資産価値の基本的な方向性を示す動きである確定的な変動を表しており，第 2 項は，不安定な動きである確率的な変動を表している。前者をドリフト項といい，後者をウィーナー過程という。これは，資産価値の動きは確定的な変動と確率的な変動から成ることを示している。

4) 伊藤のレンマは，伊藤の補題とも呼ばれ，確率論において，日本人数学者である伊藤清教授による，ランダムな要因をもつ確率過程に関する定理であり，数理ファイナンスなどで広く利用されている。彼は確率論を整理する作業の中で，ランダムな変数をどう分析するかという問題を定式化することに成功した。これをマートン（オプションのプライシング理論により，ショールズとともにノーベル経済学賞を受賞）が活用して，ブラック＝ショールズ式というオプションの基本式が導き出された。伊藤のレンマは，各種オプション等の分析には必須の数学的道具となっている。

5) この場合，2 つの不確実性要因間の相関関係がゼロであれば，本文の式から得られるリスク中立確率は，価格と数量が相互に独立している確率と等しくなる。

p_{u1u2}=(0.1×0.06+0.06×0.0075+0.1×0.0107)/(4×0.1×0.06)=0.32
p_{u1d2}=(0.1×0.06+0.06×0.0075-0.1×0.0107)/(4×0.1×0.06)=0.22
p_{d1u2}=(0.1×0.06-0.06×0.0075+0.1×0.0107)/(4×0.1×0.06)=0.27
p_{d1d2}=(0.1×0.06-0.06×0.0075-0.1×0.0107)/(4×0.1×0.06)=0.19

6) また，相関関係にある 4 項確率とベイズの定理を用いて，2 つの不確実性要因の条件付き 2 項確率を算出することができる。例えば，価格が上昇または下落するそれぞれの場合において，数量が増加する条件付き確率は，次のようになる。

$$p(Q_u | P_u) = \frac{p(Q_u \cap P_u)}{p(P_u)} = \frac{0.39}{0.59} = 0.66$$

$$p(Q_u | P_d) = \frac{p(Q_u \cap P_d)}{p(P_d)} = \frac{0.15}{0.41} = 0.36$$

相関関係が 30%の場合，価格が上昇すれば，数量が増加する確率は価格が下落した場合

の 2 倍近くになることが分かる。

相関関係がない場合，数量が増加する確率は一定である。

$$p(Q_u | P_u) = \frac{p(Q_u \cap P_u)}{p(P_u)} = \frac{0.32}{0.59} = 0.54$$

$$p(Q_u | P_d) = \frac{p(Q_u \cap P_d)}{p(P_d)} = \frac{0.22}{0.41} = 0.54$$

7) 現在価値が増大した理由を説明すれば，販売数量の増加とそれに伴う価格上昇（好ましい結果）と，価格の下落とそれに伴う販売数量の減少（悪い結果ではあるが，損失の拡大を意味する価格下落と販売数量増加が同時に起こる場合ほど悪くはない）を十分に活用できる確率が高まったからである。

8) これは以下のように導き出される（Copeland, Koller and Murrin［2000］pp.269-270：邦訳 318-319 頁）。

まず，NOPAT が一定の割合で増加するとの前提をおいて，単純化した公式（継続価値算定式）から始める。

$$\text{継続価値} = \frac{FCF_{T+1}}{WACC - g}$$

ここで，FCF_{T+1} は，キャッシュ・フロー予測期間後 1 年目の標準化した FCF である。

次に，*NOPAT* と投資比率（*IR*，各年の NOPAT のうち再投資される割合）および FCF（*FCF*）の関係は次のようになる，

$$FCF = NOPAT \times (1 - IR)$$

ところで，NOPAT の予測成長率（*g*），投下資本利益率（*ROIC*）および投資比率（*IR*）との関係は，$g = ROIC \times IR$ となり，これを変換すると，次のようになる。

$$IR = \frac{g}{ROIC}$$

そして，FCF の式にこれを代入すると，次のようになる。

$$FCF = NOPAT \times (1 - \frac{g}{ROIC})$$

この FCF の部分を上記の継続価値算定式に代入すると，本文の継続価値が導き出される。

＜参考文献＞

Amram, M. and N. Kuratilaka［1999］*Real Options: Mnaging Strategic Investment in an Uncertain World*, Harvard Business School Press（石原雅行・中村康治・吉田二郎・脇保修司訳『リアル・オプション　経営戦略の新しいアプローチ』東洋経済新報社，2001年）．

Copeland T., T. Koller and J. Murrin［2000］*Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies*, 3rd Edition, Mckinsey & Company, Inc.（マッキンゼー・コーポレート・ファイナンス・グループ訳『企業価値評価』ダイヤモンド社, 2002 年）．

Copeland T. and V. Antikarov［2003］*Real Options: A Practitioner's Guide*, Thomson（栃本克之監訳『リアル・オプション　戦略フレキシビリティと経営意思決定』東洋経済新報社，2002 年）．

Dixit, A. K. and R. S. Pindyck［1994］*Investment Under Uncertainty*, Princeton University Press（川口有一郎主幹訳『投資意思決定とリアル・オプション　不確実性のもとでの投資』エコノミスト社，2002 年）．

Mun, J.［2002］Real *Options Analysis: Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions*, John WiLey & Sons, Inc.（『リアル・オプションのすべて　戦略的投資意思決定を分析する技術とツール』ダイヤモンド社，2003 年）．

Trigeorgis, L.［1996］*Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, The MIT Press（川口有一郎主幹訳『リアル・オプション』エコノミスト社，2001 年）．

石村貞夫・石村園子［1999］『金融・証券のためのブラック・ショールズ微分方程式』東京図書。

小林啓孝［2003］『デリバティブとリアル・オプション』中央経済社。

枡谷克悦［2003］『企業価値評価の実務』清文社。

山口浩［2002］『リアル・オプションと企業経営』エコノミスト社。

山本大輔［2001］『リアル・オプション　新しい企業価値評価の技術』東洋経済新報社。

與三野禎倫［2002］『ストック・オプションと公正価値測定』千倉書房。