

常時微動による AR モデルを用いた 高精度振動特性推定法

岡林 隆敏*・奥松 俊博*・中宮 義貴**

High Accurate Dynamical Structural Characteristic Estimation with AR Model for Ambient Vibration

by

Takatoshi OKABAYASHI*, Toshihiro OKUMATSU*
and Yoshitaka NAKAMIYA**

To recognize the level of structural deterioration, high accurate structural identification is indispensable. It is considered that frequency of vibration would be decreased when structure deteriorated with rust or clack. This paper subscribes high accurate structural identification algorithm, which can compute the vibration characteristic by ambient vibrations of the structure. This method is based on AR model.

1. はじめに

高度経済成長期に建設された多くの構造物は、設計耐用年数の末期に近づき、劣化診断や補修といった維持管理体制の強化が図られている。また近年のコンピュータや通信技術の急速な進歩により、構造物ヘルスマonitoringの遠隔化・自動化が可能となりつつある。

一般に構造物が老朽化あるいは損傷すると、部材の欠落、亀裂の発生、錆による部材欠損当により構造物の剛性は低下し、それに伴い振動数の低下につながる。中村ら¹⁾は、実際に被災した構造物を、常時微動観測した結果、実際に剛性が低下することを確認している。

地震や経年変化に伴う構造物の劣化・損傷評価に関する研究、特に損傷同定アルゴリズムに関する研究は多くなされている。Masriら²⁾はニューラルネットワークによる損傷評価を提案しており、その他、XUら³⁾による研究が行われている。吉田ら⁴⁾はモンテカルロフィルタを用いた損傷同定手法について、星谷ら⁵⁾はカルマンフィルタを用いた損傷同定方法について研究を行ってきた。ARMAモデルを用いた構造物特性の

同定手法については、丸山ら⁶⁾の研究があるが、高次の固有振動数を推定することは難しいとされている。

極めて微細な振動特性を検出することは、振動特性の変化による構造物の老朽化あるいは損傷評価の実現を可能にするものである。本研究では、常時微動から構造物の微細な振動特性を高精度に推定する、高精度構造同定アルゴリズムを開発することを目的とし、ARモデルに基づく振動特性推定法を提案するものである。

2. 運動方程式の ARMA モデルへの変換

(1) 運動方程式の離散系表示

m 自由度系の運動方程式は、

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

で与えられる。ここに、 $\mathbf{y}(t)$ 、 $\mathbf{f}(t)$ は m 次元の変位ベクトルと外力ベクトルである。また、 \mathbf{M} 、 \mathbf{K} および \mathbf{C} は、それぞれ $(m \times m)$ の質量行列、剛性行列および減衰行列である。減衰を比例減衰系

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (2)$$

と仮定する。非減衰系の振動モード行列 $\Phi(m \times m)$ により、 \mathbf{M} 、 \mathbf{K} 、 \mathbf{C} は次のように対角化できる。

平成14年10月25日受理

* 社会開発工学科 (Department of Civil Engineering)

** 大学院生産科学研究科前期課程 (Graduate Student, Graduate School of Science and Technology)

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I} \quad (3-1)$$

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi = [\omega_k^2] = \Omega \quad (3-2)$$

$$\Phi^T \mathbf{C} \Phi = [2h_k \omega_k] = \mathbf{H} \quad (3-3)$$

ここに、 ω_k 、 h_k は、それぞれ k 次の固有円振動数および減衰定数である。

振動モード行列 Φ と基準座標行列 $\mathbf{q}(t)$ により運動方程式は次のように表される。

$$\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}\dot{\mathbf{q}} + \Omega\mathbf{q} = \Phi^T \mathbf{f}(t), \quad \mathbf{y}(t) = \Phi \mathbf{q}(t) \quad (4)$$

ここに $\mathbf{q}(t)$ は m 次元ベクトルである。

状態変数を

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

で定義すると、基準座標で表された運動方程式は状態方程式

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{f}(t) \quad (6-1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (6-2)$$

で表される。ここに、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\Omega & -\mathbf{H} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Phi^T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [\Phi \quad \mathbf{0}] \quad (7)$$

である。なお、以後、式の簡略化のために変数の次数を $2m = n$ と表す。 $\mathbf{x}(t)$ は n 次元のベクトル、 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} はそれぞれ、 $(n \times n)$ 行列、 $(n \times m)$ 行列および $(m \times n)$ 行列である。

連続系の運動方程式を h で離散化すると、離散化された運動方程式は、

$$\mathbf{x}_{k+1} = \hat{\mathbf{A}}\mathbf{x}_k + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{f}_k \quad (8-1)$$

$$\mathbf{y}_k = \hat{\mathbf{C}}\mathbf{x}_k \quad (8-2)$$

となる。ここに \mathbf{x}_k 、 \mathbf{f}_k および \mathbf{y}_k は、それぞれ $t = t_k$ のときの $\mathbf{x}(t)$ 、 $\mathbf{f}(t)$ 、 $\mathbf{y}(t)$ の値を表している。ここで、 $\hat{\mathbf{A}}$ 、 $\hat{\mathbf{B}}$ および $\hat{\mathbf{C}}$ は、

$$\hat{\mathbf{A}} = e^{\mathbf{A}h}, \quad \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{A}^{-1}(e^{\mathbf{A}h} - \mathbf{I})\mathbf{B}, \quad \hat{\mathbf{C}} = \mathbf{C} \quad (9)$$

である。

(2) 状態方程式の ARMA モデルへの変換^{5,7)}

ここで、(8)式の状態方程式において、1入力1出力の系を考える。すなわち、外力ベクトル \mathbf{f}_k の代わりに f_k を考え、出力ベクトル \mathbf{y}_k の代わりに y_k を考えるものとする。

可観測行列は次式で構成される。

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{C}} \\ \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{C}}\hat{\mathbf{A}}^{n-1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$\text{rank}[\mathbf{Q}] = n$ のとき、(8)式の系は可観測となる。

$$\mathbf{Q}\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{C}}\mathbf{A} \\ \hat{\mathbf{C}}\mathbf{A}^2 \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{C}}\mathbf{A}^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{C}} \\ \hat{\mathbf{C}}\mathbf{A} \\ \vdots \\ \hat{\mathbf{C}}\mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{Q}} \quad (11)$$

となり、この $\bar{\mathbf{Q}}$ により \mathbf{x}_k を変換する。

$$\mathbf{x}_k = \bar{\mathbf{Q}}\mathbf{x}_k \quad (12)$$

ここで $\bar{\mathbf{Q}}$ を (8-1) 式の左辺より乗じると、次式を得る。

$$\bar{\mathbf{x}}_{k+1} = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}_k + \bar{\mathbf{B}}f_k \quad (13-1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \bar{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{x}}_k(t) \quad (13-2)$$

ここに、

$$\bar{\mathbf{A}} = \bar{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{Q}}^{-1}, \quad \bar{\mathbf{B}} = \bar{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{B}}, \quad \bar{\mathbf{C}} = \hat{\mathbf{C}}\bar{\mathbf{Q}}^{-1} \quad (14)$$

である。さらに、

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ & & & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \bar{b}_1 \\ \vdots \\ \bar{b}_n \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{C}} = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0] \quad (15)$$

である。

(13)式より ARMA モデルを誘導する。(13-1) 式を要素毎に書くと次式となる。

$$\begin{aligned} \bar{x}_1(k+1) &= \bar{x}_2(k) + \bar{b}_1 f(k) \\ &\vdots \\ \bar{x}_n(k+1) &= -a_n \bar{x}_1(k) - a_{n-1} \bar{x}_2(k) - \cdots - a_1 \bar{x}_n(k) + \bar{b}_n f(k) \end{aligned} \quad \cdots (16)$$

それぞれを $\bar{x}_i(k)$ で表すと、次のようになる。

$$\begin{aligned} \bar{x}_2(k-1) &= \bar{x}_1(k) - \bar{b}_1 f(k-1) \\ \bar{x}_3(k-1) &= \bar{x}_2(k) - \bar{b}_2 f(k-1) \\ &= \bar{x}_1(k+1) - \bar{b}_1 f(k) - \bar{b}_2 f(k-1) \\ \bar{x}_4(k-1) &= \bar{x}_3(k) - \bar{b}_3 f(k-1) \\ &= \bar{x}_1(k+2) - \bar{b}_1 f(k+1) - \bar{b}_2 f(k) - \bar{b}_3 f(k-1) \\ &\vdots \\ \bar{x}_n(k-1) &= \bar{x}_1(k+(n-2)) - \sum_{s=1}^{n-1} \bar{b}_s f(k-1+(n-1-s)) \end{aligned} \quad \cdots (17)$$

さらに、 $\bar{x}_i(k) \sim \bar{x}_1(k)$ を $y(k)$ で表す。

$$\begin{aligned} \bar{x}_1(k) &= y(k) \\ \bar{x}_2(k) &= y(k+1) - \bar{b}_1 f(k) \\ \bar{x}_3(k) &= y(k+2) - \bar{b}_1 f(k+1) - \bar{b}_2 f(k) \\ &\vdots \\ \bar{x}_n(k) &= y(k+n-1) - \sum_{s=1}^{n-1} \bar{b}_s f(k+(n-1-s)) \end{aligned} \quad (18)$$

(18)式をベクトルで表示する。

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_n(k) \\ \vdots \\ \bar{x}_1(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(t+n-1) \\ \vdots \\ y(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \bar{b}_1 & \cdots & \bar{b}_{n-1} \\ 0 & 0 & \bar{b}_1 & \cdots & \bar{b}_{n-2} \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & \cdots & & & \bar{b}_1 \\ 0 & \cdots & & & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(k+n-1) \\ \vdots \\ f(k) \end{bmatrix} \quad (19)$$

(19)式を(16)式の最後の式に代入して整理すると、ARMA モデルが得られる。

$$y(k) = -\sum_{s=1}^{n-1} a_s y(k-s) + \sum_{s=1}^{n-1} b_s f(k-s) \quad (20)$$

3. AR モデルのパラメータ推定と振動特性の決定

(1) AR モデルによる振動特性推定⁸⁾⁹⁾

ARMA モデルは次数 ∞ の AR モデルと等価であると考えることができる。そこで、比較的次数の大きな AR モデルで ARMA モデルを近似する。

$$y(k) + \sum_{s=1}^p a_s y(k-s) = e(k) \quad (21)$$

時系列 $y(k)$ ($k=0 \sim N$)より、パラメータ $a_1 \sim a_p$ を、 $y(k)$ より過去のデータ $y(k-1) \sim y(k-p)$ より推定する。

$$\hat{y}(k) = -\sum_{s=1}^p \hat{a}_s y(k-s) \quad (22)$$

$y(k)$ との推定誤差を

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (23)$$

として、推定誤差の二乗平均値を最小にするようにパラメータ $a_1 \sim a_p$ を決める。

$$\frac{\partial}{\partial a_s} E[e(t^2)] = 0 \quad (24)$$

ここに、 $E[e(t^2)]$ は数学的平均を表している。

$$\mathbf{R}\mathbf{a} = \mathbf{r} \quad (25)$$

の Yule-Walker 方程式が得られる。

$$\mathbf{a} = [a_1 \cdots a_p]^T \quad (26)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_0 & \cdots & \cdots & R_{p-1} \\ R_1 & R_0 & & R_{p-2} \\ \vdots & & & \vdots \\ R_{p-1} & \cdots & \cdots & R_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r} = \begin{bmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_p \end{bmatrix} \quad (27)$$

ここに、 $R_s = E[y(k)y(k+s)]$, $R_s = R_{-s}$

また、最適な誤差の2乗平均値は

$$\sigma_e^2 = R_0 + \sum_{s=1}^p a_s R_s \quad (28)$$

となる。

時間遅れ演算子を z^{-1} とすると、(21)式の伝達関数は

$$y(k) = \frac{1}{1 + \sum_{s=1}^p a_s z^{-s}} e(k) \quad (29)$$

で表すことができる¹⁰⁾¹¹⁾。AR モデルの特性方程式は

$$z^p - a_1 z^{p-1} - a_2 z^{p-2} \cdots - a_p = 0 \quad (30)$$

となる。この特性方程式の根が、構造系の固有値に対応する。(30)式は、

$$\prod_{i=1}^{p/2} (\lambda - \lambda_i)(\lambda - \lambda_i^*) = 0 \quad (31)$$

となる。ここに、 λ_i^* は λ_i の複素共役である。固有値を

$$\lambda_i = \lambda_{Re}^i - i\lambda_{Im}^i \quad (32)$$

とすると、固有値とモーダルパラメータとの関係は、

$$\begin{aligned} h_i \omega_i &= (-1/n) \ln \sqrt{\lambda_{Re}^2 + \lambda_{Im}^2}, \\ \omega_i \sqrt{1 - h_i^2} &= (1/n) \tan^{-1} (\lambda_{Im} / \lambda_{Re}) \end{aligned} \quad (33)$$

となり、固有円振動数と減衰定数を推定することができる。

4. 構造同定モデルの基本概念

(1) FPE によるモデル次数の決定¹²⁾¹³⁾¹⁴⁾

時間的に相関のある、すなわち周波数特性を有する不規則外力を入力とする構造系の応答では、(26)式のパラメータ $\{a_1 \cdots a_p\}$ の中に、構造系を記述するものと、外力系を記述するものが含まれている。この際、AR モデルを観測データに $\{y_i\}$ 最も良く適合させるために必要なモデル次数 n を決定する必要がある。

従来の同定理論では、最適モデル次数を最終誤差規範 (FPE) により決定していた。最終誤差規範は、次のような考え方に基づいている。AR モデルをベクトル表示すると、

$$y_i(k) = \mathbf{a}^T \mathbf{y}_i + \varepsilon_i \quad (34)$$

$$\mathbf{y}_i = [y_i(k-1) \cdots y_i(k-p)]^T \quad (35)$$

①得られた特定のデータに対して、最適なモデルを構成する。観測データ $\{y_i(k)\}$ が与えられた場合、最適なモデルパラメータ \mathbf{a} を推定する。

②モデル化されたデータと異なるデータに対しても、モデルの適合性を高める。異なる観測データ $\{y_2(k)\}$ に対しても、モデルパラメータ \mathbf{a} が最適であるようにする。

①②を満足する指標として提案されたものが、

$$FPE(p) = \left(1 - \frac{2p}{N}\right) \left(1 + \frac{2p}{N}\right) \sigma_e^2 \quad (36)$$

である。

すなわち、特定の観測データ $\{y_1(k)\}$ に対して、高いモデル次数 p のモデルを適合させると、標本データについては高い適合度のモデルが得られる。しかし、異なるデータ $\{y_2(k)\}$ が与えられた場合、逆に適合度は悪くなる。どのようなデータ (見本過程) についても、適合したパラメトリックモデルを構成することが、従来の同定理論の目的であるので、特定のデータ (見本過程) に対応するモデルは好ましくない。FPE は、この2点の指標のバランスを考えた規範である。

(2) 構造系と外乱系の分離モデル

本論文では、次の規範を提案する。モデル次数 p を大きくとった場合、モデルパラメータは構造系を表現するパラメータのみならず、外力系を表現するパラメータも含むことになる。与えられた標本過程に対し

て、推定された構造系のパラメータは確定値であるので変動はない。しかし、外力系を表現するパラメータは標本過程に依存しているため、標本過程に変動する。従って、推定パラメータの中で、変動するパラメータを排除した残りのパラメータが、構造系のパラメータであると考えられる。

常時微動が与えられた場合、この標本過程 $y_i(k)$ ($k=0 \sim N-1$)をARモデルでモデル化すれば、ARモデルのパラメータの中には、構造系のパラメータと外力系のパラメータが含まれている。構造系のパラメータは、構造物固有のパラメータ（振動数、減衰定数）であるので変動がない。しかし、外力系のパラメータは、標本過程毎に適合されるために、標本関数ごとに異なる。このことをまとめると、図-1のように図示することができる。

このことを概念的に表現すると、図-2のようになる。

5. 数値シミュレーションによる検証

(1) 1自由度系

1) 1自由度系の方程式

運動方程式は次式で表せる。

$$\ddot{q} + 2h_1\omega_1\dot{q} + \omega_1^2q = n(t) \tag{37}$$

ここに、 ω_1 と h_1 は固有振動数と減衰定数である。

状態変数を

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \end{bmatrix} \tag{38}$$

とすると、運動方程式は状態空間表示されて、(6)式になる。

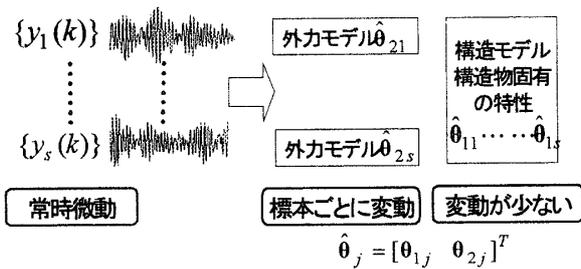


図-1 構造系と外乱系の分離モデルの考え方

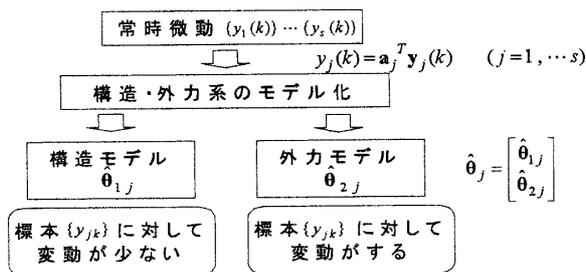


図-2 構造系と外乱系の分離モデルの概念図

この式において、 \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} は、それぞれ次式となる。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2h_0\omega_0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = [1 \ 0] \tag{39}$$

2) 外乱としての白色雑音

本論文で取り扱う白色雑音は、平均値0、分散 σ^2 の正規確率過程である。パワースペクトル密度関数 $S(\omega)$ が、 $S(\omega) = S_0$ と簡単に表現できることから、物理現象を白色雑音過程に近似して解析することが多い。1自由度系の諸元を表-1、モデルを図-3に、白色雑音波形を図-4に、変位応答波形を図-5に示す。また、変位応答の自己相関を図-6に示す。

表-1 1自由度系諸元

1自由度系	
重量(N)	5.00
振動数(Hz)	3.00
減衰定数	0.02

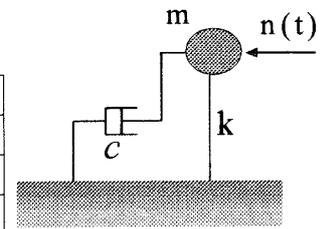


図-3 1自由度系モデル

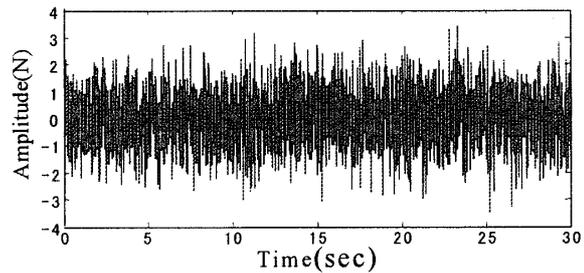


図-4 白色雑音波形

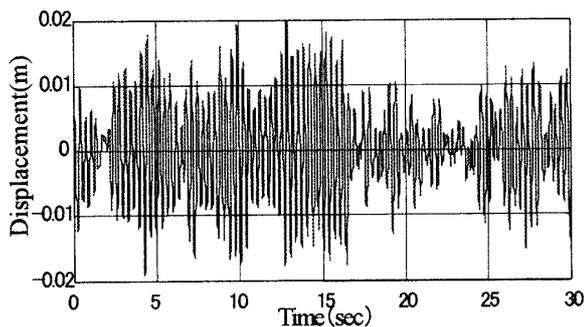


図-5 変位応答波形

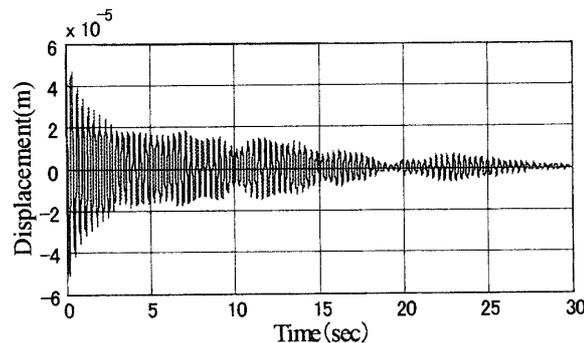


図-6 自己相関関数

(2) 5自由度系

図-7a)の5層ラーメン構造について考える。これを図-7b)のような5自由度系にモデル化する。構造物模形諸元を表-2に示した。表-3に固有振動数を示した。この値については、実験からも検証した。減衰定数は、全ての次数について0.02である。運動方程式は(4)式より構成することができる。互いに独立な白色雑音外力を各節点に作用させる場合の、最下層の変位応答に着目する。図-8は $T=30\text{sec}$ 加振した後の定常状態に達した変位応答である。図-9は、この自己相関関数である。

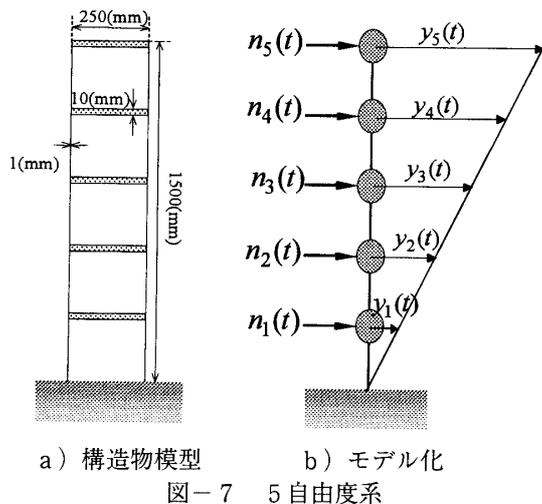


図-7 5自由度系

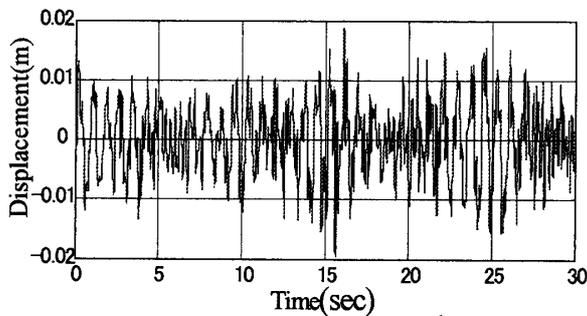


図-8 変位応答波形 (最下層)

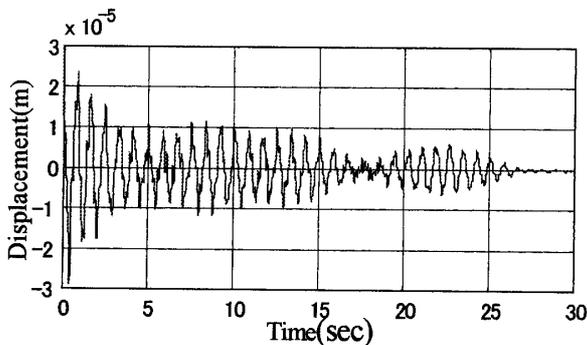


図-9 自己相関関数

表-2 模型の諸元

材質	アルミニウム
単位体積重量 (N/mm ³)	2.8×10^{-6}
ヤング係数 (N/mm ²)	7.0×10^3

表-3 固有振動数

次数	固有振動数 (Hz)
1次	1.22
2次	3.56
3次	6.61
4次	7.21
5次	8.23

6. ARモデル固有値の変動

(1) 1自由度系に対するARモデルの固有値の変動

ARモデルの次数はあらかじめ決定することができる。そこで、ARモデルのモデル次数によって、固有値がどのように変動するかを調べる。そこで、まず、応答のパワースペクトル密度を調べた。図-10は、FFT法とMEM ($n=2$)について表示したものである。

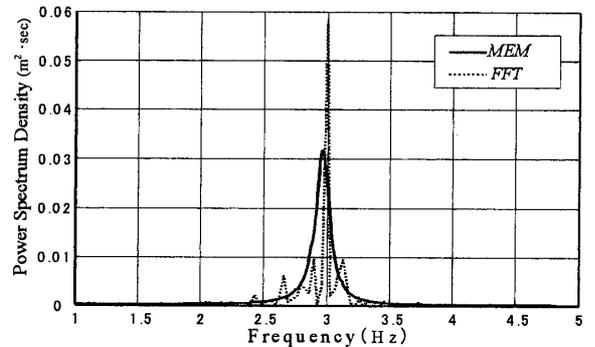
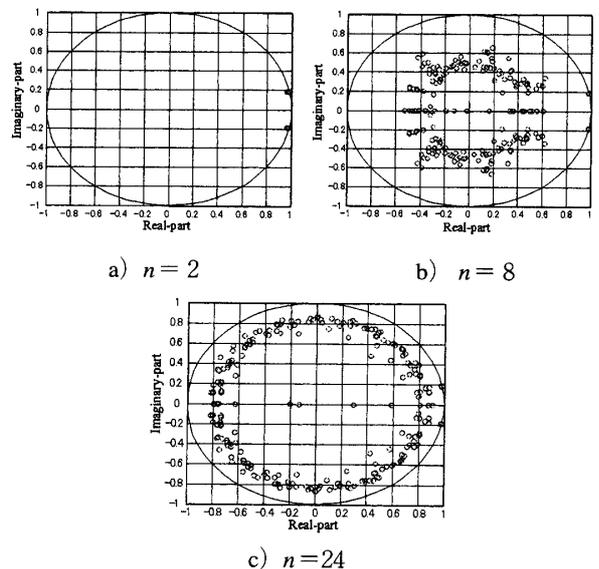


図-10 FFTとMEMパワースペクトル密度

両者は、図で見る限りでは良い一致を示している。1自由度系の場合では、 $n=2$ 程度でもスペクトルの形状は妥当な形をしていることが分かる。次にモデル次数を、 $n=2$ 、 $n=8$ および $n=24$ に変化させた場合の、固有値の分布を図-11に示した。固有値は、標本関数 ($N=10$)について計算し、それを複素平面上にプロットしたものである。



a) $n=2$

b) $n=8$

c) $n=24$

図-11 固有値の分布

$n=2$ の場合、固有値は2個であり、変動はしていない。 $n=8$ および $n=24$ の場合では、構造系のパラメータすなわち図-11a) の配置以外の固有値が変動していることがわかる。この変動の原因は、標本関数の中に含まれる微細な雑音にARモデルが曲線適合した結果、標本関数毎に推定結果が変動しているものと考えられる。

この構造系の固有値のみを推定するために、図-12に示した範囲を設定する。構造系が安定であるために、複素平面の半径は1以内である。上限の振動数と上限の減衰定数を設定することにより、

$$r_c = e^{-h_c \omega_c h}, \quad \theta_c = \sqrt{1 - h_c^2 \omega_c h} \quad (40)$$

半径の下限と偏角の上限が決められる。

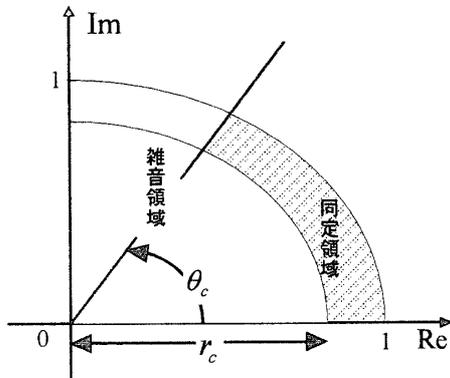


図-12 特性根の範囲制限

1自由度系について、 $\omega_c=5.0$, $h_c=0.1$ とした場合、ARモデル次数 $n=24$ に対して、回数 ($N=50$) について、固有値を抽出して、振動数を求めたものが、図-13である。良好な推定値が求められていることがわかる。

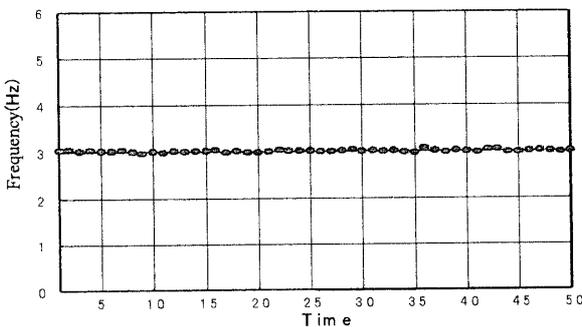


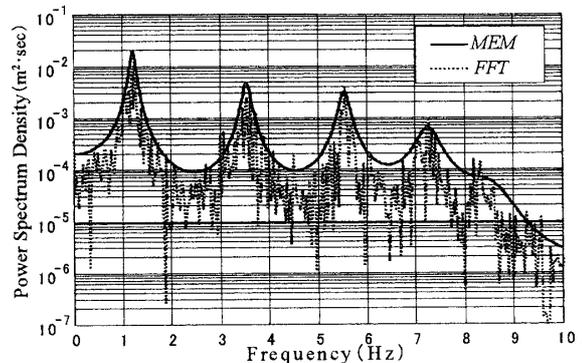
図-13 1自由度推定振動数軌跡

(2) 5自由度系に対する固有値の変動

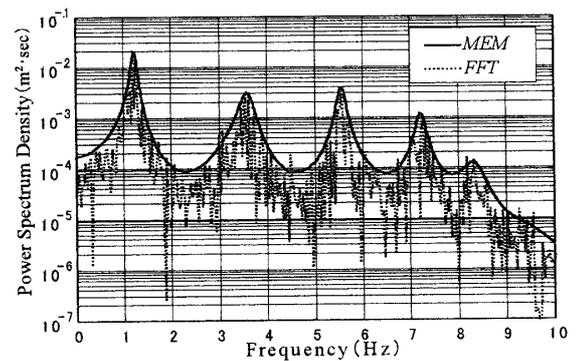
ARモデル次数 $n=50$ と $n=80$ について、MEM法とFFT法による変位応答のパワースペクトル密度を示したものが図-14である。モデル次数を大きくすると、高次の振動すなわち、4次振動と5次振動において、MEM法のピークが鋭くなっていることがわかる。ARモデルで高次振動のスペクトルを表現するためには、高いモデル次数を用いる必要がある。

モデル次数の変化による固有値の変動を図-15に示した。いずれの図においても、構造系の固有値と外乱の固有値が明確に分離されていることがわかる。さらに、モデル次数 $n=50$ と $n=80$ の場合を比較すると、モデル次数を大きくすると、変動が少なくなっていることがわかる。図の中の円と直線は、 $n=50$ のとき、 $\omega_c=10.0$, $h_c=0.1$, $n=80$ のとき $\omega_c=9.0$, $h_c=0.05$ の場合である。

このように抽出した固有値が求めた振動数を図-16に示した。 $N=50$ 回について示したものである。1次から5次振動まで全て求められていることがわかる。各振動数についてみると、低次振動より高次振動がばらつきが大きくなっていることがわかる。また、モデル次数を $n=50$ から $n=80$ へ増加させると、推定の変動が少なくなっていることがわかる。特に、5次振動のような高次振動において顕著に表れている。

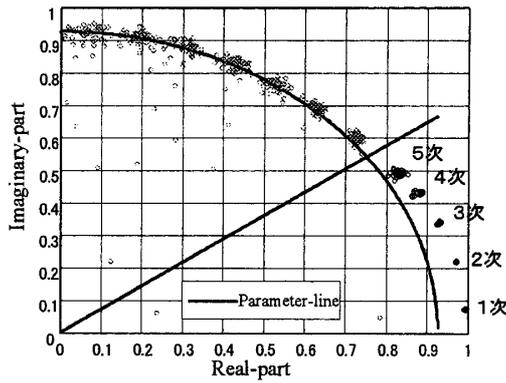


a) $n=50$

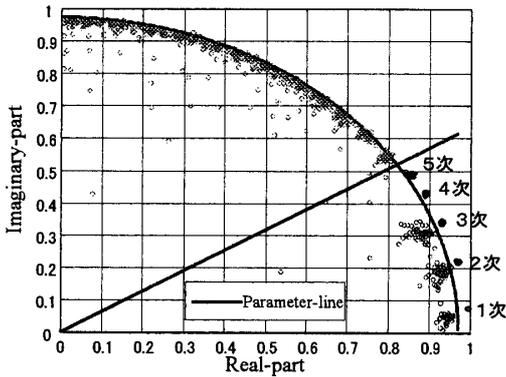


b) $n=80$

図-14 MEMとFFTパワースペクトル密度

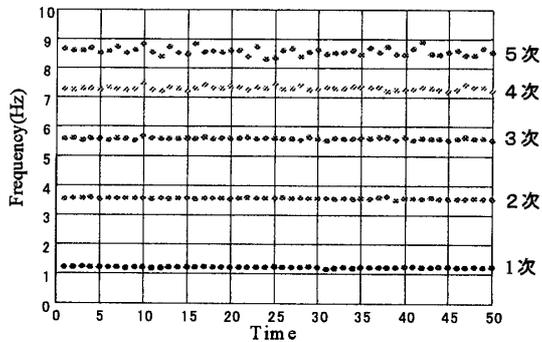


a) $n=50$

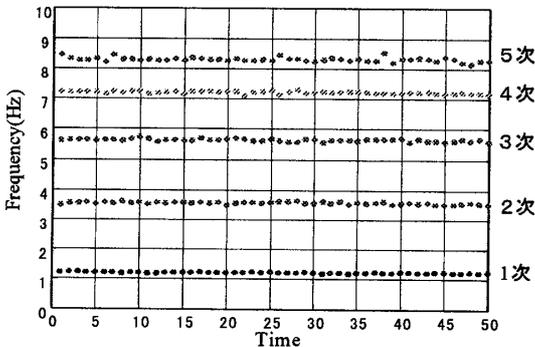


b) $n=80$

図-15 特性根の抽出



a) $n=50$



b) $n=80$

図-16 5自由度推定振動数軌跡

7. 推定振動数の精度の検証

(1) 1自由度系の場合

推定した振動数の検証について検討した。1自由度系の推定振動数のばらつきを正規分布にして示したものが図-17である。データ数は $N=50$ である。モデル次数を $n=2, 8, 24$ と増加させると、変動は余り大きく変化していないが、平均値が移動している。表-4は、推定値の精度を示したものである。モデル次数を大きくすると精度が良くなっていることがわかる。

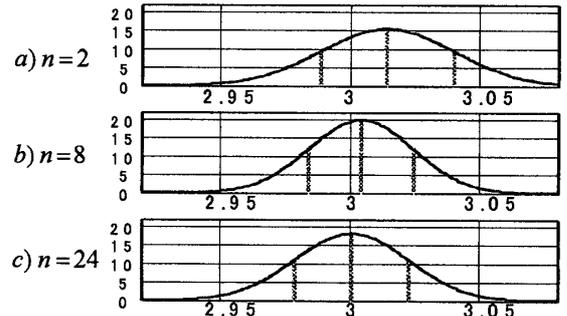


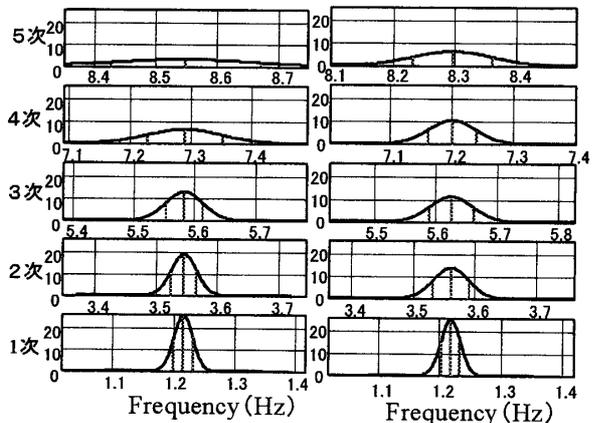
図-17 推定値 Gauss 分布

表-4 推定振動数の精度

1自由度	理論値 (Hz)	推定値 (Hz)	推定値誤差 (%)	標準偏差 (Hz)	変動係数 (%)
次数 $n=2$	3.00	3.014	0.47	0.026	0.86
次数 $n=8$	3.00	3.004	0.13	0.020	0.67
次数 $n=24$	3.00	3.001	0.03	0.022	0.73

(2) 5自由度系の場合

5次振動までの推定精度を正規分布で示した。図-18は、モデル次数 $n=50$ の場合と $n=80$ の場合について、1次～5次までの推定値の平均値と変動について示したものである。また、表-5は、それらを表に表したものである。モデル次数 $n=50$ から $n=80$ まで増加させると、推定精度は高くなっていることがわかる。



a) $n=50$

b) $n=80$

図-18 推定値 Gauss 分布

表-5 推定値の精度

次数	理論値 (Hz)	推定値 (Hz)		標準偏差 (Hz)		変動係数 (%)	
		n=50	n=80	n=50	n=80	n=50	n=80
1次	1.22	1.216	1.218	0.016	0.016	1.27	1.29
2次	3.56	3.546	3.561	0.021	0.029	0.59	0.81
3次	5.62	5.584	5.626	0.031	0.035	0.55	0.62
4次	7.21	7.291	7.201	0.062	0.038	0.86	0.54
5次	8.23	8.549	8.298	0.122	0.064	1.43	0.77

これらの結果、本論文で提案した手法は、多自由度系の振動数を高い精度で推定することが可能であることが確認できた。また、本手法の重要な点は、自動的に振動数を計測することが可能である点である。この手法は、振動計測の様々な分野で応用が可能である。

8. まとめ

構造物の損傷を振動数の変化から検出するためには、超高精度な構造物の振動を検出し、その変化を調べる必要がある。また、検査の経費を考えると、個別に振動試験をすることなく、構造物の特性の変化を検出する必要がある。道路橋を考えた場合、通行する車両、橋梁に作用する風の変動、また周辺地盤の振動の伝播により常時微小な振動をしている。この常時微動により振動特性を検出することが必要になる。

本研究では、維持管理に必要な手法を実現した。第1は、多自由度系構造物の振動数を高精度に検出する方法である。本論文では、数値シミュレーションにより、本手法の有効性を確認した。第2は、振動数の自動検出法である。従来の振動計測では、振動数を検出するために、測定者の操作が必要であった。本論文では、本手法により、自動的に振動数を検出できることを確認した。

このような手法の開発により、構造物の振動数を高精度に自動計測可能なシステムの構成が可能になった。構造物の振動数の自動計測により、橋梁振動の長期的計測、斜張橋の張力管理など、様々な分野への応用が可能である。

本研究は、「平成13年度・平成14年度科学研究費補助金【基盤研究(B)】」を受けて行ったものである。

参考文献

- 1) 中村充, 安井謙: 微動測定に基づく地震被災鉄骨建物の層損傷評価, 日本建築学会論文集第517号, pp.61-68, 1999年3月
- 2) S.F.Masri, M.Nakamura, A.G.Chassiakos, and T.K. Caughey: Neural Network Approach to Detection of Changes in Structural Parameters, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, pp.350-360, April, 1996
- 3) Bin XU, Zhishen WU, Koichi YOKOYAMA: A localized identification strategy with neural networks and its application to structural health monitoring, Journal of Structural Engineering Vol.48 A, pp.419-428, March 2002
- 4) 吉田郁政, 佐藤忠信: モンテカルロフィルターを用いた排他的ガウスプロセスノイズによる損傷同定、構造工学論文集, Vol. 48A, pp. 429-436, 2002年3月
- 5) 星谷勝・斉藤悦郎: データ解析と応用・カルマンフィルターを中心として, 鹿島出版会, 1991. 7
- 6) 丸山・相沢・星谷: ARMAモデルによる既存構造物の動特性同定, 土木学会論文集, 第416号/1-13, 1990.4
- 7) 添田喬・中溝高好・大松繁: 信号処理の基礎と応用, 日新出版, 1979. 12
- 8) 中溝高好: 信号解析とシステム同定, コロナ社, 1995. 4
- 9) 得丸英勝・添田喬・中溝高好・秋月影雄: 計数・測定—ランダムデータ処理の理論と応用, 培風館, 1982. 3
- 10) 美多勉: デジタル制御理論, 昭晃堂, 1989. 3
- 11) 伊藤正美: システム制御理論, 昭晃堂, 1973. 5
- 12) Akaike, H.: Fitting autoregressive models for prediction, Ann. Inst. Statist. Math.21, pp.243-247, 1969.
- 13) Akaike, H.: Structural prediction identification, Ann. Inste. Statist, Math.22, pp.203-217, 1970.
- 14) 金井浩: 音・振動のスペクトル解析, コロナ社, 1999. 3