

有限要素法による永久磁石モータのコギングトルクの解析

小山 純*・樋口 剛*・小杉辰彦**
古川 達也***・山田英二****Cogging Torue Analysis of Permanent Magnet
Motor by Finite Element Method

by

Jun OYAMA*・Tsuyoshi HIGUCHI*
Tatsuhiko KOSUGI**・Tatsuya Furukawa***
and Eiji YAMADA****

A cogging torque analyzing system using finite element method (FEM) is developed for permanent magnet motor. This system consists of graphic editor, mesh generator, source generator, rotor position set up program and FEM program. This system enables us to decrease both the working time and the effort for making the input data. Availability of this program is confirmed by calculating the magnetic field distribution and torque of a permanent magnet DC motor.

1. まえがき

近年、情報機器、メカトロニクス機器などに使用されるサーボモータの需要が増大し、その高速応答化、高精度化を目指して研究が進められている。サーボモータにおいて永久磁石モータは、小型の直流機や同期電動機及びステッピングモータとして広く応用されているが高速化、高精度化の要求の増大に伴い、モータ内部に発生するコギングトルクが問題となり、その軽減法を追究するために、設計段階におけるトルク及びコギングトルクを正確に把握するための解析手段が必要となっている。

近年、このような不連続境界を持つ電気機器の解析に有限要素法を用いる方法が盛んに発表され、種々の解析例が明らかにされている。有限要素法は、一般に解析対象の形状と物質定数等を入力するだけで、解が得られるという汎用性のある解析手法と言われている。しかしながら、上述のサーボモータのように複雑な形状を持つ場合有限要素法の前処理である入力データを作成する作業に多くの時間と労力を要する。また、

コギングトルクの解析のように、時間変化に対して解を求める必要がある場合、微少時間間隔毎に、その都度解析モデルを決定し、データ作成を行う必要があり、作業の省力化が望まれる。

本論文では、グラフィックエディタを用いて所望の節点と媒質定数及び電流値を入力するだけで、要素の分割及び節点番号の割付を自動的に実行し、さらに、ロータの任意の時間変化に応じた磁界・発生トルクの解析を行い、従ってコギングトルクの計算も簡単に行うことのできる解析システムを開発し、数値例によりその有用性を明らかにしたものである。本研究で作成されたコギングトルク解析システムを利用することで、従来要素分割に数カ月費やしていたものが、1日程度に短縮され、効率的にモータの解析が行えるようになった。

2. 有限要素法解析

2.1 永久磁石の取扱い

一般に永久磁石の磁気特性は、次式で表される。

昭和62年9月30日受理

*電気工学科 (Department of Electrical Engineering)

**電気工学専攻 (Graduate Student, Electrical Engineering)

***佐賀大学電気工学科 (Department of Electrical Engineering, Saga University)

****電子工学科 (Department of Electronic Engineering)

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M} \quad (1)$$

ただし \mathbf{B} : 磁束密度 (T)

μ_0 : 真空の透磁率
($4\pi \times 10^{-7}$)

\mathbf{H} : 磁界の強さ (H/m)

\mathbf{M} : 磁化 (T)

(1)式に、アンペアの周回積分の法則を適用し、磁束 \mathbf{B} をベクトルポテンシャル \mathbf{A} で表すと、

$$\text{rot } \nu_0 (\text{rot } \mathbf{A} - \mathbf{M}) - \mathbf{J}_0 = 0 \quad (2)$$

ただし \mathbf{J}_0 : 強制電流 (A)

ν_0 : 真空の磁気抵抗率

(2)式を変形すると次のようになる。

$$\nu_0 \text{rot rot } \mathbf{A} = \mathbf{J}_0 + \nu_0 \text{rot } \mathbf{M} \quad (3)$$

(3)式の右辺第二項は、磁化によって生じる項であり、電流と同じ働きをする。そこで、これを等価磁化電流と呼び \mathbf{J}_m で表せば、

$$\mathbf{J}_m = \nu_0 \text{rot } \mathbf{M} \quad (4)$$

これを二次元場の式で書くと、次のようになる。

$$\nu_0 \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \nu_0 \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + (J_0 + J_m) = 0 \quad (5)$$

ここで

$$J_m = \nu_0 \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \quad (6)$$

このように、永久磁石中の磁界は、従来のポアソンの方程式に等価磁化電流を付加することによって表すことができる。

(5), (6)式にガラキン法を適用すると、

$$S_{ij} = \frac{1}{4 \Delta^{(e)}} \nu_0 (c_{ie} c_{je} + d_{ie} d_{je}) \quad (7)$$

$$K_i^{(e)} = \frac{1}{3} J_0 \Delta^{(e)} + K_m \quad (8)$$

ここで M_x, M_y を要素内で一定すると、

$$K_m = \frac{1}{2} \nu_0 (M_x d_i - M_y c_i) \quad (9)$$

となる。よって、 K_i は、

$$K_i = \frac{1}{3} J_0 \Delta^{(e)} + \frac{1}{2} \nu_0 (M_x d_i - M_y c_i) \quad (10)$$

と表せる。

2. 2 トルクの解析法

本研究では、トルクの解析法に Maxwell の応力法を用いた。モータのロータに働くトルクは円筒座標系

で表すと、

$$\mathbf{T} = \int_V \{ r(\mathbf{I} \times \mathbf{B})_\theta + \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \theta} \} dV \quad (11)$$

ただし V : ロータを囲む円筒の体積 (m³)

r : 回転軸からの距離 (m)

\mathbf{B} : 磁束密度 (T)

\mathbf{H} : 磁界の強さ (H/m)

\mathbf{I} : 電流 (A)

本研究では、二次元の電磁界を扱っており、 z 軸に依存しないから、(11)式は、線積分で表すことができる。

$$T = L \int_C r H_\theta \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} ds \quad (12)$$

ただし L : ロータの長さ (m)

有限要素法により求められた磁気ベクトルポテンシャルと(12)式で表されるトルクにより、モータのロータに働くトルクを計算できる。積分路は、要素分割の段階で、ロータとステータの間に設けておく。このとき、節点は等間隔に配置する。

有限要素法では、磁束密度は、要素に対し与えられる。ここでは、節点に対する磁束密度を知りたいため、節点を含む全ての要素の磁束密度の平均をとって、節点の磁束密度とした。

3. コギングトルク解析システムの構成

Fig. 1 にシステムの構成を示す。グラフィックエディタ (以下 G. E. と略す)、要素分割プログラム及び、ソース・ジェネレータは、パーソナルコンピュータ上の Basic 言語で書かれている。ロータ位置指定プログラム及び、有限要素法メインプログラムは、ミニコン上の FORTRAN で書かれている。1), 2)

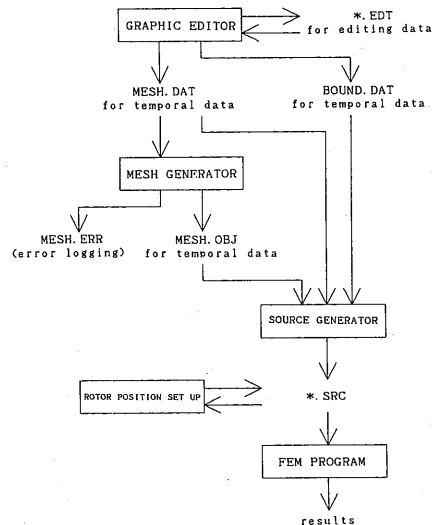


Fig. 1 System configuration.

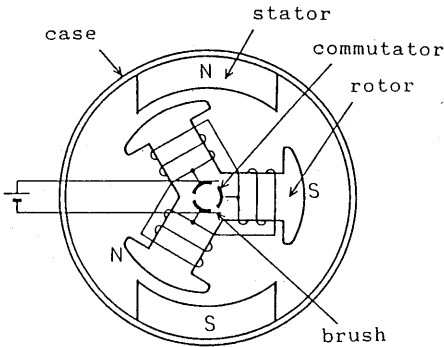


Fig. 2 Permanent magnet motor.

解析対象として、Fig. 2に示したような永久磁石直流モータを用いた。以下、実際の作業の流れに沿って、説明を行う。

本システムは以下のプログラムブロックから構成されている。

(1)グラフィックエディタ (G.E.)

GE は計算機との対話形式により、解析モデルの入力を行うものであり、以下の機能を有する。

(a)節点の入力及び削除

カーソルを用いて、節点の入力や削除を行う。このとき、カーソル移動は、キーボードにより行うため、特殊な入力装置を必要としない。また、カーソルの移動は、三角形の頂点を移動するように制限できる。このため、分割を行ったものは、理想的な形である正三角形の要素となる。中心と半径を指定することにより、一定間隔で節点を配置することが出来るため、モータの解析が容易となる。

(b)領域の作成

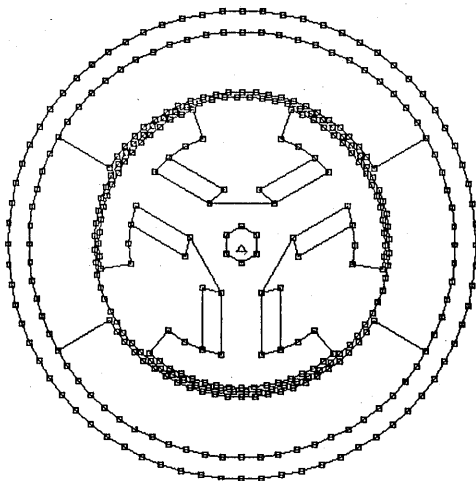


Fig. 3 Fixing geometrical nodes.

節点を、線分で結ぶことで、領域を作成する。また、領域の認識は、計算機が自動的に行うので、領域の登録ミスなどの心配がない。Fig. 3 (モータA)に領域の作成結果を示す。

(c)要素の元になる節点の入力

本研究の自動分割では、節点を手作業で入力する。なぜなら、解析対象の中で、ギャップ部のように細かい分割を必要とするところと、そうでないところの判断を、計算機に行わせるのは、困難だからである。Fig. 4は、節点の配置を行ったものである。

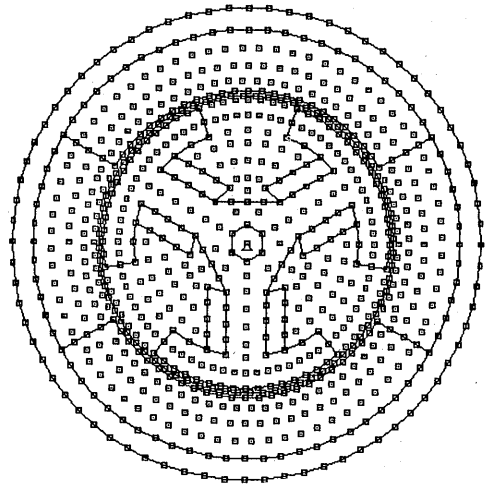


Fig. 4 Fixing necessary nodes.

(d)領域定数の入力

電流の値は、コイルの接続状態を Fig. 5のように仮定して決定している。モータ内の磁界はロータが120度回転することで一周期となるが、60度毎にコイルの接続が変わるので、トルクの脈動は60度で一周期となる。巻線2と巻線3が直列につながり、それと巻線1が並列につながる。よって巻線のターン数を68回、電機子電流を1 A流したとすると、Table 1の媒質定数が得られる。

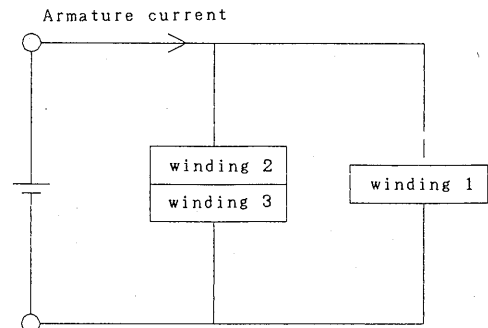


Fig. 5 Connection of winding.

Table 1 Domain parameter of motor (A)

Domain	Permeance (H/m)	Current (A)	Magnetization (M)
Stator	$1000\mu_0$	0	0
Air	μ_0	0	0
Magnet S	μ_0	0	-0.4
Magnet N	μ_0	0	0.4
Rotor	$1000\mu_0$	0	0
Winding 1 ⁺	μ_0	45.0	0
Winding 1 ⁻	μ_0	-45.0	0
Winding 2 ⁺	μ_0	22.5	0
Winding 2 ⁻	μ_0	-22.5	0
Winding 3 ⁺	μ_0	22.5	0
Winding 3 ⁻	μ_0	-22.5	0
Shaft	$1000\mu_0$	0	0
Air	μ_0	0	0

ところで、永久磁石の領域には磁化 M を入力しているが磁化 M はベクトルで与えられなければならない。そこで磁化の向きは全てモータの半径方向であるとし、正の値を内向き、負の値を外向きとする。よって M_x , M_y は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} M_x &= -M \cos \theta \\ M_y &= -M \sin \theta \end{aligned} \quad (13)$$

また、有限要素法のメインプログラムでは、電流密度を与える必要があるが、この計算は、後に述べる、ソースジェネレータにより行っている。

(e) 固定境界条件の入力

モータの解析では、固定子外側の節点のポテンシャルを 0 として解析する。

以上の作業を行うことで、解析対象に関する条件の入力作業は、終了する。Fig. 4 の入力に要した時間は、5 時間程度であった。

G. E. で編集するデータは、*. EDT なるファイルに対して読み書きが可能である。従って、編集を中断したり、過去に入力したデータを修正することが可能である。

編集が終了したら、G. E. は要素分割のための、MESH. DATA 及び固定境界条件と媒質定数からなる BOUND. DAT を出力し、処理を要素分割ルーチンに引き渡す。

(2) 要素分割プログラム

本プログラムは、G. E. によって作成されたデータを元に要素分割を行うものである。その入出力仕様を、Table. 2 に示す。

本要素分割のアルゴリズムでは、要素の生成は、周辺部分から中央に向かって行われる。従って節点数が増加しても計算時間が飛躍的に増えることがないた

Table. 2 Input and output specification for mesh generation routine

Input	output Data
· Number of Nodes	· Number of Elements
· Coordinates	· Tree Nodes Belonging to Each Element
· Number of Domains	· Domain Number of Each Element
· Node Numbers Forming Domains	

め、Fig. 4 の分割が、3 時間程度で終了する。節点数は 823、要素数は 1572 となっている。

処理結果は、MESH. OBJ なるファイルに、また、処理中のエラーロギングは MESH. ERR に出力される。

Fig. 6 は、分割の結果である。ギャップ部の拡大図は、Fig. 7 に示す。

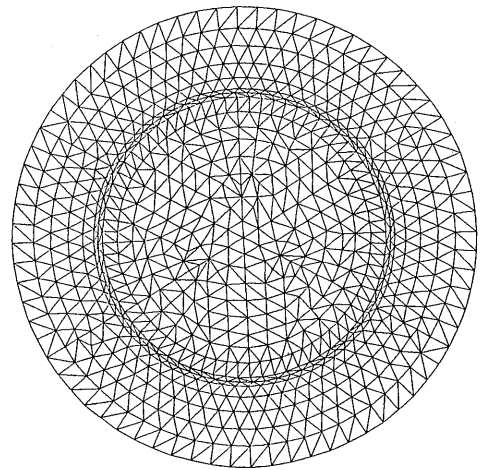


Fig. 6 Generated mesh.

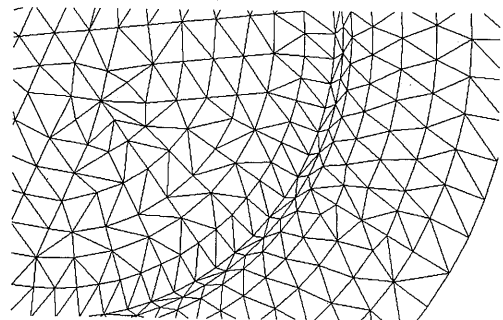


Fig. 7 Close-up generated mesh at air gap.

要素分割が終了すると、ソース・ジェネレータに処理を移す。

(3)ソース・ジェネレータ・プログラム

本ルーチンは、(1), (2)で作成された三つのデータを結合して、有限要素法プログラムへ読み込まれる形式のデータを出力するものである。ここでは、バンド幅が小さくなるような節点番号の割付を行う。

(4)ロータの位置指定のプログラム

コギングトルクを解析するにあたり、ロータの回転位置の微小な変化に対し、その都度トルクを計算する必要がある。そのためには、数多くのモータの形状及び領域定数を入力しなければならず、大変な時間及び労力を伴う、そこで(1), (2), (3)で作られたモータの形状及び領域定数をもとに、回転角を与えるだけで、(5)有限要素法メインルーチンへ与える全データを瞬時に作成するプログラムを開発した。

ギャップ中に円周を考えその円周の半径を R 、また節点 i の中心からの距離を L_i とする。以下の作業を全ての節点に対し行うことでロータの回転を行うことができる。但し半径 R 上には等間隔に節点が配置されているものと仮定し、回転角を θ とする。

1. $L_i < R$ のとき

節点の座標を次の行列により回転させる。

$$\begin{pmatrix} x_i' \\ y_i' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} \quad (14)$$

2. $L_i = R$ のとき

節点 L_i を含むすべての要素を探し出し、その中で要素の中心が、半径内にある要素を構成する節点の番号を回転する角度に対して付け替える。

3. $L_i > R$ のとき

なにもしない。

次に、有限要素法プログラム内で連立方程式の解法にバンドマトリクス法を用いているので、バンド幅を小さくするための節点番号の付け替えを行う。

(5)有限要素法プログラム

有限要素法は、一度プログラムを作成すればデータを変更するだけで種々の解析対象の磁界解析を行うことが出来る。メインプログラムでは、2章で述べた解析法を用いて、磁気ベクトルポテンシャルの計算を行った後、トルク及びコギングトルクの計算を行っている。

4. 解析結果

Fig. 8 にモータのトルク波形を、Fig. 9 にモータの磁束分布を示す。但し、トルクの向きは、時計廻

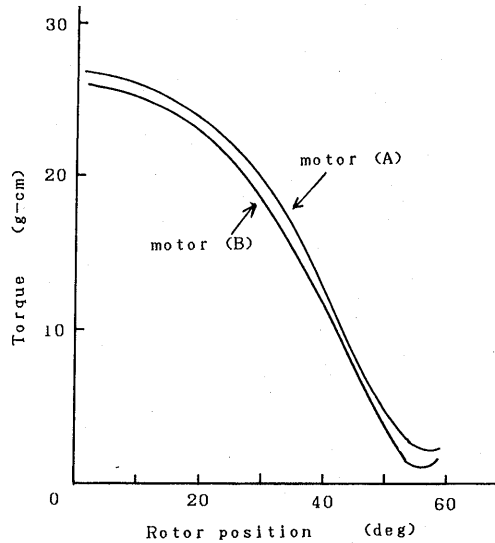


Fig. 8 Graph of torque.

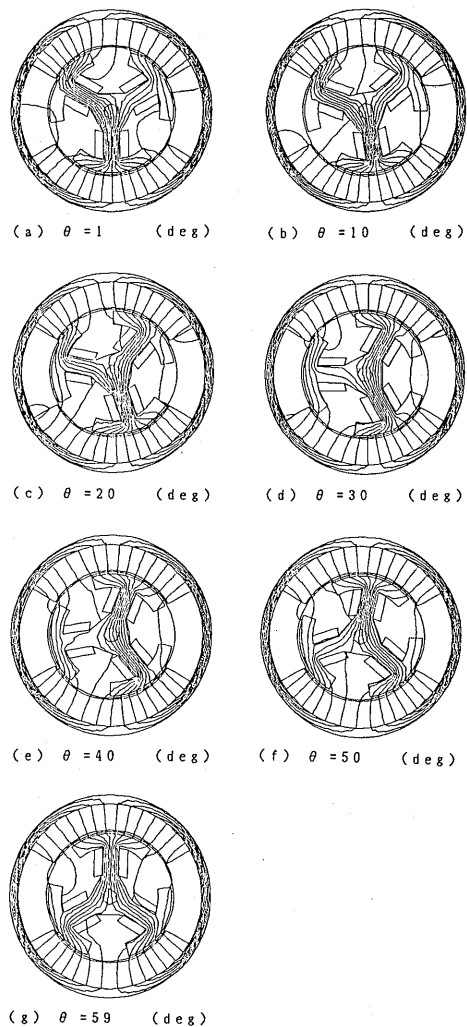


Fig. 9 Magnetic field distribution of motor A.

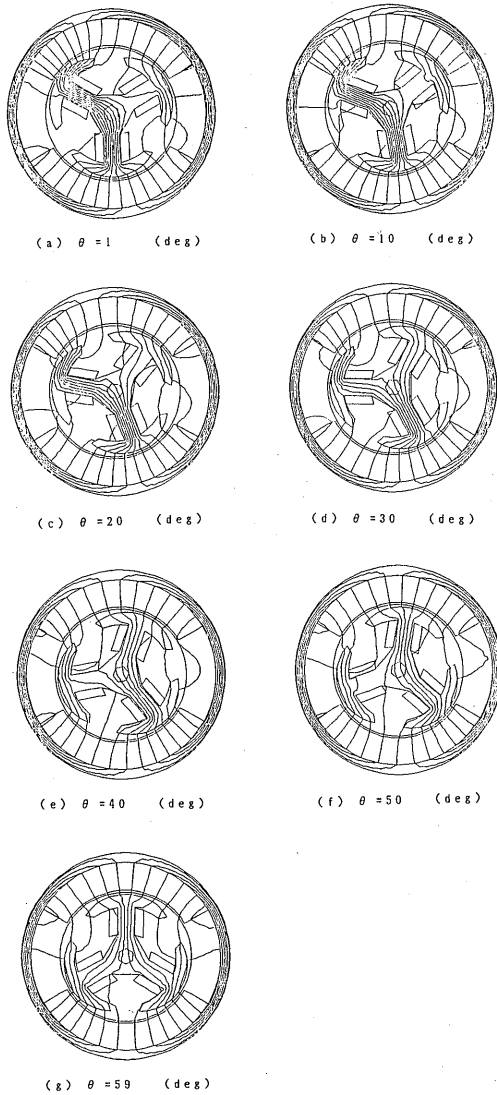


Fig. 10 Magnetic field distribution of motor B.

りが正となっている。例えばロータの位置が10度のとき磁束分布図より、N極側の左側の歯では磁束が密となっていて正方向のトルクが生ずることがわかる。

Fig. 10 (モータ B)は、モータの形状を変化させた時の磁束分布を示す。このとき、節点数は815、要素数は1572である。

5. む す び

有限要素法によるサーボモータの電磁界解析用プログラムの開発を行った。特にデータ入力の省力化を図るために自動分割プログラムおよびロータ回転プログラムを作成し永久磁石モータのコギングトルク解析に適用した。これにより、モータ形状の入力から解析結

果を得るまでの手数が、大幅に省力化される。今後、本システムを使って、コギングトルクの少ない永久磁石モータやステッピングモータの最適構造の検討を行う予定である。

参 考 文 献

- (i)古川・小杉・小山：「有限要素法のためグラフィックエディタ付き入力データ作成ルーチンの開発」昭61電気学会全大No. 727
- (2)古川・小杉：「有限要素法による電磁界解析のための自動要素分割プログラムの開発」佐賀大学理工学部集報16, 45 (昭62)