

半球状の凸底面を有する垂直円柱まわりの飽和膜沸騰熱伝達の整理

豊田 香*・茂地 徹**・山田たかし**
 桃木 悟*・山口 朝彦**

Correlation of Saturated Film Boiling Heat Transfer
 from a Vertical Cylinder with a Convex Hemispherical Bottom

by

Kaoru TOYODA*, Toru SHIGECHI**, Takashi YAMADA**
 Satoru MOMOKI* and Tomohiko YAMAGUCHI**

Saturated film boiling heat transfer around a vertical finite-length cylinder with a convex hemispherical bottom was analyzed by taking into account each convective heat transfer on the bottom, side and top surfaces of an isothermal cylinder. The effects of length and diameter of the cylinder on the overall heat transfer rate was discussed in terms of boiling curve. The experimental data obtained by Yamada *et al.* are correlated well by the present analysis.

Key word : saturated film boiling, convex hemispherical bottom

1. まえがき

金属の焼入れ，材料の製造工程，原子炉緊急冷却時の原子炉等では，冷却過程の初期段階において物体温度が高いので伝熱面表面は蒸気膜で覆われ，物体まわりに膜沸騰が発生する．物体の冷却速度を予測したり制御するためには膜沸騰による冷却機構を明らかにする必要があるが，金属の焼入れに関しては数多くの膜沸騰研究^{1),2),3),4)}が発表されているもののまだ知見が十分でなく，物体まわりの膜沸騰伝熱特性を適切に予測する研究が必要である．

著者らはこれまでに原子炉緊急冷却時の原子炉の冷却過程の解析などでしばしば対象とされる^{5),6)}半球状凸底面を有する垂直円柱のような物体まわりの膜沸騰熱伝達の機構解明を目的として，有限長さの半球状凸底面を有する垂直円柱体を飽和液体中に垂直に浸漬した場合の定常膜沸騰特性に関する理論的研究を行い，山田らの実験データ⁷⁾により理論解析の妥当性を明らかにしている⁸⁾．本研究では，先の理論解析⁸⁾の中で，気液

界面で蒸気の滑りがない場合の境界条件に対する解に基づいて，実験データを相関する暫定的な伝熱整理式を作成したのでその結果について報告する．

主要記号

B	無次元パラメーター
c	修正係数, 式 (30)
c_p	定圧比熱
D	半球状凸底面および円柱の直径
g	重力加速度
G_r	グラスホフ数
\bar{h}	平均熱伝達係数
L	垂直面の長さ
L_{B1}	限界長さ, 式 (7)
ℓ	蒸発潜熱
\overline{Nu}	平均ヌセルト数
Pr	プラントル数
Q	伝熱量, 式 (1)
q	熱流束, 式 (11) 又は式 (12)

平成 19 年 12 月 17 日受理

* 大学院生産科学研究科 (Graduate School of Science and Technology)

** 機械システム工学講座 (Department of Mechanical Systems Engineering)

- Sp 無次元過熱度，式 (16)
- Sp^* 修正無次元過熱度，式 (25)
- S_T 全伝熱面積，式 (10)
- T 温度
- T_{sat} 飽和温度
- T_W 伝熱面温度
- ΔT_{sat} 伝熱面加熱度 ($\equiv T_W - T_{sat}$)
- κ_0 毛管長さ，式 (8)
- κ 蒸気膜ユニット長さ，式 (26)
- λ 熱伝導率
- ν 動粘性係数
- ρ 密度
- σ 表面張力

添字

- A 半球状凸底面
- B1 垂直面 (平滑界面部分)
- B2 垂直面 (波状界面部分)
- C 上向き水平面
- LS 飽和水
- V 蒸気
- VS 飽和蒸気

2. 全表面からの伝熱量および壁面熱流束

半球状凸底面を有する垂直円柱全表面からの伝熱量 Q は，次式のように半球状凸底面 (図 1 の (A) の部分) からの伝熱量 Q_A ，垂直面 (図 1 の (B) の部分) からの伝熱量 Q_B および上向き水平面 (図 1 の (C) の部分) からの伝熱量 Q_C の総和である．

$$Q \equiv Q_A + Q_B + Q_C \quad (1)$$

$$Q_A \equiv \overline{h_A}(T_W - T_{sat})(\pi D^2/2) \quad (2)$$

$$Q_B \equiv \overline{h_B}(T_W - T_{sat})(\pi DL) \quad (3)$$

$$Q_C \equiv \overline{h_C}(T_W - T_{sat})(\pi D^2/4) \quad (4)$$

ここに， $\overline{h_A}$ ， $\overline{h_B}$ および $\overline{h_C}$ はそれぞれ，半球状凸底面，垂直面および上向き水平面のそれぞれの面積で平均した熱伝達係数である．

いま，垂直面において気液界面が平滑界面である部分の熱伝達係数を $\overline{h_{B1}}$ ，波状界面である部分の平均熱伝達係数を $\overline{h_{B2}}$ とすると，式 (3) で与えた垂直面からの伝熱量 Q_B は次式のように評価される．

$$L \leq L_{B1} : Q_B \equiv \overline{h_{B1}}(T_W - T_{sat})(\pi DL) \quad (5)$$

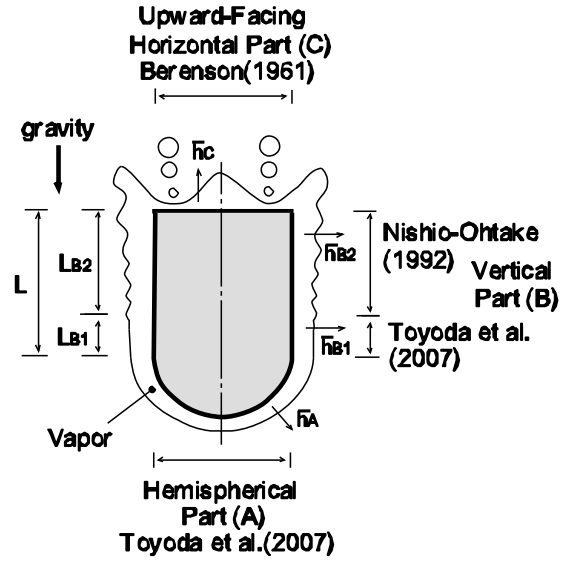


Fig. 1 Film boiling model

$$L > L_{B1} : Q_B \equiv \overline{h_{B1}}(T_W - T_{sat})(\pi DL_{B1}) + \overline{h_{B2}}(T_W - T_{sat})[\pi D(L - L_{B1})] \quad (6)$$

ここに L_{B1} は円柱側面 (垂直面) の気液界面が平滑界面を維持するうえでの限界長さで，次式のように与える．

$$L_{B1} = \pi \kappa_0 \quad (7)$$

$$\kappa_0 = [\sigma/g(\rho_{LS} - \rho_{VS})]^{1/2} \quad (8)$$

ここで， g ， ρ_{LS} ， ρ_{VS} ， κ_0 および σ はそれぞれ，重力加速度，飽和水の密度，飽和蒸気の密度，毛管長さおよび表面張力である．ちなみに式 (8) で与えられる毛管長さは圧力 0.101325MPa (飽和温度 100) の標準大気圧水の場合，約 2.5mm である．従って，本実験では限界長さ L_{B1} は 7.85mm となる．

全伝熱面積平均の壁面熱流束 q は次式で定義される．

$$q \equiv Q/S_T \quad (9)$$

半球状凸底面を有する垂直円柱の全伝熱面積 S_T は次式で与えられる．

$$S_T \equiv \pi DL + 3\pi D^2/4 \quad (10)$$

従って，全伝熱面積平均の壁面熱流束 q は以下のような式で与えられる．

$$L \leq L_{B1} : q = \left[\frac{\overline{h_{B1}} + \frac{1}{4} \left(\frac{D}{L} \right) (2\overline{h_A} + \overline{h_C})}{1 + \frac{3}{4} \left(\frac{D}{L} \right)} \right] \Delta T_{sat} \quad (11)$$

$L > L_{B1}$:

$$q = \left[\frac{\overline{h_{B1}} \left(\frac{L_{B1}}{L} \right) + \overline{h_{B2}} \left(1 - \frac{L_{B1}}{L} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{D}{L} \right) (2\overline{h_A} + \overline{h_C})}{1 + \frac{3}{4} \left(\frac{D}{L} \right)} \right] \times \Delta T_{\text{sat}} \quad (12)$$

3. 各面の熱伝達係数の評価

各面での現象は、物理的には図 1 に示すように、それぞれ、半球状凸底面、垂直面および上向き水平面から構成される有限長さの半球状凸底面を有する垂直円柱体からの膜沸騰としてモデル化される。

半球状凸底面に関しては、Frederking の解析⁹⁾を、垂直面と上向き水平面に関しては、Bromley¹⁰⁾のモデルと Berenson¹¹⁾の解析をそれぞれ適用する。なお、波状界面に関しては西尾・大竹¹²⁾のモデルを適用する。

Bromley のモデルの前提は垂直面の下端部（前縁）で蒸気膜厚さが零の場合で、さらに垂直面が無限に長い場合である。ここでは、Bromley の解析を側面の下端部で蒸気膜厚さが有限であることを考慮して修正を施している。

3.1 半球状凸底面の平均ヌッセルト数

Frederking⁹⁾の解法を参考にして解析した⁸⁾。半球状凸底面の平均ヌッセルト数は次式によって評価される。

$$\overline{Nu_A} = 0.696440 [Gr_A / Sp]^{1/4} \quad (13)$$

$$\overline{Nu_A} = \frac{\overline{h_A} D}{\lambda_V} \quad (14)$$

$$Gr_A \equiv (g D^3 / \nu_V^2) [(\rho_{LS} / \rho_V) - 1] \quad (15)$$

$$Sp \equiv c_{PV} \Delta T_{\text{sat}} / (Pr_V \ell) \quad (16)$$

ここに、 Gr_A は半球の直径 D を代表寸法とするグラスホフ数、 Sp は無次元過熱度である。

3.2 半球状凸底面を有する垂直円柱の平均ヌッセルト数

3.2.1 平滑界面の場合 ($0 < L < L_{B1}$)⁸⁾

$$\overline{Nu_{B1}} \equiv \frac{2}{3} \left[(1 + B)^{3/4} - B^{3/4} \right] [Gr_{B1} / Sp]^{1/4} \quad (17)$$

$$\overline{Nu_{B1}} = \frac{\overline{h_{B1}} \cdot L_{B1}}{\lambda_V} \quad (18)$$

$$B \equiv \left(\delta_{B1,0} / 2 \right)^4 \quad (19)$$

ここに、 B は垂直面の下端部における無次元膜厚さ $\delta_{B1,0}$ の大きさに依存する無次元パラメータで下式によって与えられる。

$$\delta_{B1,0} = 1.610688 [D / L_{B1}]^{1/4} \quad (20)$$

$$B = 0.420655 [D / L_{B1}] \quad (21)$$

3.2.2 波状界面の場合

垂直面長さが限界長さ L_{B1} より大きい部分においては、蒸気膜ユニット長を代表寸法とした西尾・大竹の整理式¹²⁾を適用して平均ヌッセルト数 $\overline{Nu_{B2}}$ を評価する。

$$\overline{Nu_{B2}} = 0.740 [Gr_{B2} / Sp^*]^{1/4} \quad (22)$$

ここに、 Gr_{B2} は蒸気膜ユニット長さ κ を代表寸法とするグラスホフ数、 Sp^* は修正無次元過熱度であり、それぞれ式 (24) と式 (25) で定義される。

$$\overline{Nu_{B2}} = \frac{\overline{h_{B2}} \kappa}{\lambda_V} \quad (23)$$

$$Gr_{B2}[\kappa] \equiv (g \kappa^3 / \nu_V^2) [(\rho_{LS} / \rho_V) - 1] \quad (24)$$

$$Sp^* \equiv c_{PV} \Delta T_{\text{sat}} / Pr_V (\ell + 0.5 c_{PV} \Delta T_{\text{sat}}) \quad (25)$$

$$\kappa = 16.2 \left[\frac{1}{Gr_{B2}[\kappa_0] Sp^{*3}} \right]^{1/11} \kappa_0 \quad (26)$$

なお、式 (26) 中の κ_0 は式 (8) で定義される毛管長さである。

3.3 上向き水平面の平均ヌッセルト数

上向き水平面は直径 D の円形伝熱面であるが、ここでは、近似的に、無限平面に対する次式の Berenson¹¹⁾の解を適用して平均ヌッセルト数 $\overline{Nu_C}$ を評価する⁸⁾。

$$\overline{Nu_C} = 0.425 [Gr_C / Sp]^{1/4} \quad (27)$$

ここに、 Gr_C は毛管長さを代表寸法とするグラスホフ数、 Sp は無次元過熱度であり、それぞれ式 (29) と式 (16) で定義される。

$$\overline{Nu_C} \equiv \frac{\overline{h_C} \left[\frac{\sigma}{g(\rho_{LS} - \rho_{VS})} \right]^{1/2}}{\lambda_V} \quad (28)$$

$$Gr_C \equiv \frac{g \left[\frac{\sigma}{g(\rho_{LS} - \rho_{VS})} \right]^{3/2}}{\nu_V^2} [(\rho_{LS} / \rho_V) - 1] \quad (29)$$

$\overline{Nu_C}$ および Gr_C の代表寸法として、毛管長さ $\sqrt{\sigma / g(\rho_{LS} - \rho_{VS})}$ が用いられているので、 $\overline{Nu_C}$ と Gr_C の計算には上向き水平面の直径 D は関係しない。なお $\sqrt{\sigma / g(\rho_{LS} - \rho_{VS})}$ は気液界面の不安定性理論より導かれるもので臨界波長に關係する。

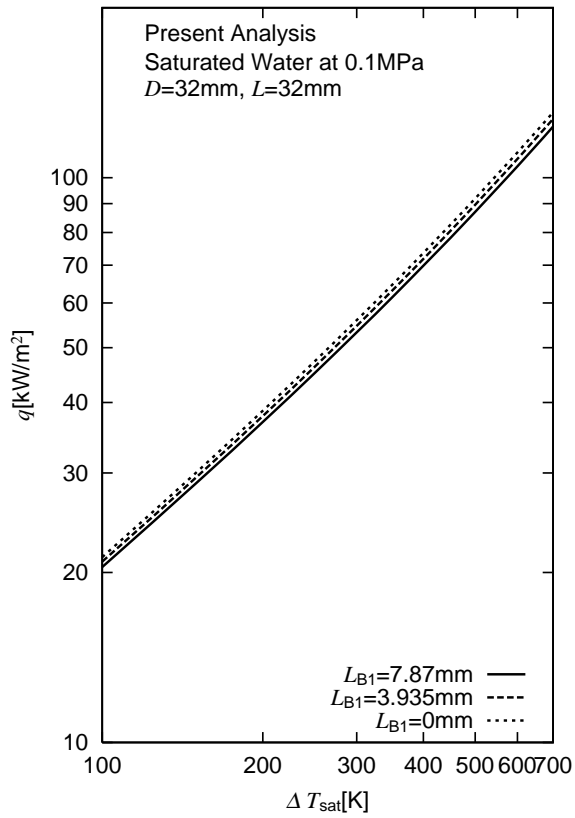


Fig. 2 Effect of critical length on overall boiling heat transfer

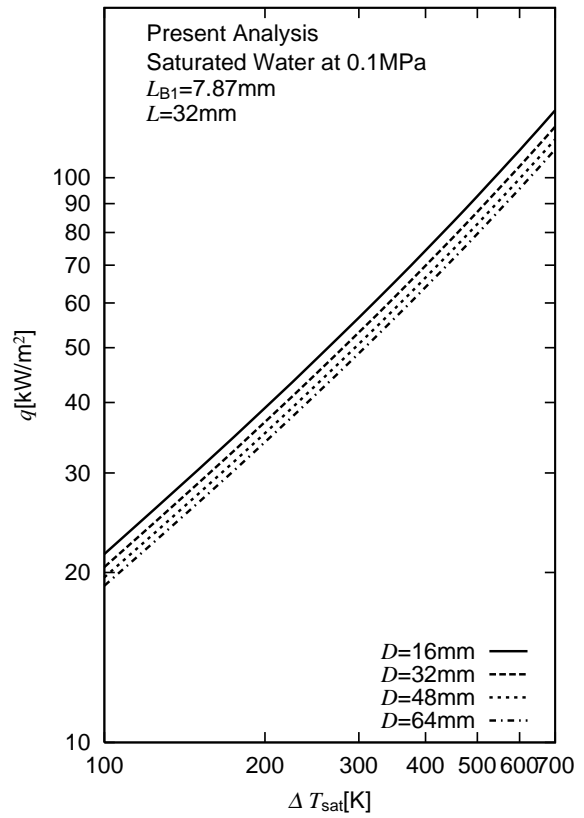


Fig. 4 Effect of diameter on overall boiling heat transfer

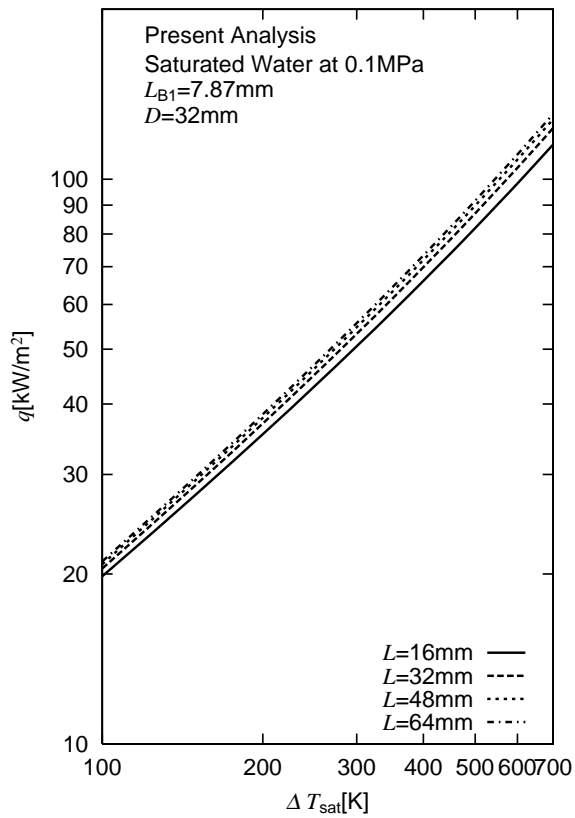


Fig. 3 Effect of length on overall boiling heat transfer

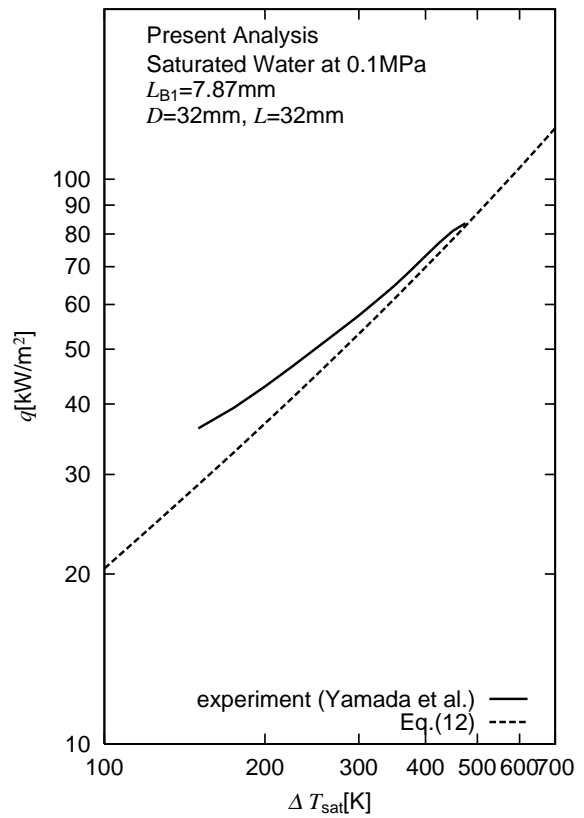


Fig. 5 Comparison of the present analysis with experimental data

4. 結果と考察

前節における各面の平均ヌセルト数の解析から得られる伝熱特性を沸騰曲線上で議論する．沸騰曲線は，大気圧の飽和水に対して，式 (13) の \overline{Nu}_A ，式 (17) の \overline{Nu}_{B1} ，式 (22) の \overline{Nu}_{B2} および式 (27) の \overline{Nu}_C から計算される各面の平均熱伝達係数 \overline{h}_A ， \overline{h}_{B1} ， \overline{h}_{B2} および \overline{h}_C を，それぞれ式 (12) に代入して定まる全表面積の平均熱流束 q を縦軸に，伝熱面過熱度 ΔT_{sat} を横軸にとって示す．なお，平均熱伝達係数の計算に際して，蒸気の物性値は伝熱面表面温度と飽和温度の平均値（膜温度）で評価し，液体の物性値は飽和温度で評価する．

4.1 沸騰特性に及ぼす限界長さの影響

図 2 に示す沸騰曲線は直径 32mm，垂直面長さ 32mm の場合の限界長さ L_{B1} の影響を検討したものである．この図から，限界長さが小さい場合には壁面の平均熱流束は大きくなるのがわかる．

4.2 沸騰特性に及ぼす垂直面長さの影響

図 3 に示す沸騰曲線は直径 32mm，垂直面長さ L (16~64mm) の影響を検討したものである．この図から，垂直面長さ L が大きくなると q の値は常に増大することがわかる．

4.3 沸騰特性に及ぼす直径の影響

図 4 に示す沸騰曲線は垂直面長さ $L=32$ mm，直径 D (16~64mm) の影響を検討したものである．この図から，直径 D が大きくなると q の値は常に減少することがわかる．また，図 3 に示す沸騰曲線と図 4 に示す沸騰曲線を比較すると，垂直面長さの影響よりも直径の影響が強いことがわかる．

4.4 本解析結果と実験値との比較

図 5 は山田らの銀製半球凸底面を有する垂直円柱（以下垂直円柱）の過渡膜沸騰実験から得られたデータ⁷⁾と本解析に基づく予測結果を比較したものである．垂直円柱の直径 D は 32mm で，垂直面長さ L は 32mm である．実験値は高過熱度域では予測結果とおおむね一致しているが，低過熱度域に向かってその差は大きくなっている． $\Delta T_{sat}=200$ K では予測より 15% 程度高い．

5. 伝熱整理

4.4 節で示したように，予測値と実験値との相関性は低過熱度で低いので，低過熱度域から高過熱度域に

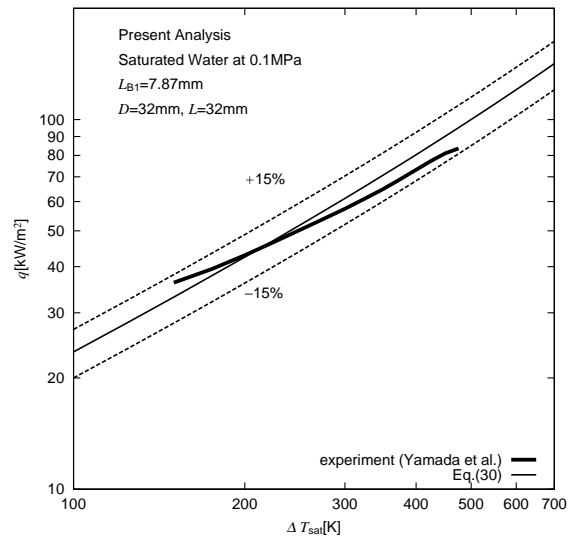


Fig. 6 Comparison of correlation with quenching data

わたる広い範囲で平均的に相関性を向上させるために，式 (12) の平均熱流束を修正する形で伝熱整理式の作成を試みた．

$$q_{pred} = cq = 1.15 \times \left[\frac{\overline{h}_{B1} \left(\frac{L_{B1}}{L} \right) + \overline{h}_{B2} \left(1 - \frac{L_{B1}}{L} \right) + \frac{1}{4} \left(\frac{D}{L} \right) (2\overline{h}_A + \overline{h}_C)}{1 + \frac{3}{4} \left(\frac{D}{L} \right)} \right] \times \Delta T_{sat} \quad (30)$$

図 6 は伝熱整理式 [式 (30)] からの熱流束の予測値（細線）と過渡データを沸騰曲線と比較したものである．この図から，伝熱整理式は直径 $D=32$ mm，垂直面長さ $L=32$ mm の過渡データを $\pm 15\%$ 以内の精度で相関できることがわかる．

6. むすび

半球状の凸底面を有する垂直円柱を飽和水中に垂直に浸漬した場合の定常膜沸騰熱伝達に関して，沸騰特性に及ぼす (1) 限界長さ，(2) 垂直面長さ，(3) 直径に対する影響について解析解の定性的傾向を明らかにするとともに平均熱流束の解析解を 1.15 倍乗じて修正することにより過渡データを $\pm 15\%$ 以内の精度で相関できることを明らかにした．

参考文献

- 1) D.P.Jordan; *Adv. Heat Transfer*, **5**, (1968), pp. 55-91.

- 2) E.K.Kalinin; *Adv. Heat Transfer*, **11**, (1975), pp. 51-144.
- 3) 日本機械学会編; 沸騰熱伝達と冷却 (1989), pp. 128-156.
- 4) 日本機械学会編; 伝熱工学の進展, (1995), pp. 40-111.
- 5) D.F.Fletcher and M.Sigurdson; *Nuclear Engineering and Design*, **189**, (1999), pp. 239-250 .
- 6) C.S.Kim et al.; *Nuclear Engineering and Design*, **235**, (2005), pp. 2141-2154 .
- 7) 山田 他 5 名; 長崎大学工学部研究報告, **37**, 68, (2007), pp.41-46 . , T.Yamada *et al.* ; *Eighteenth International Symposium on Transport Phenomena*, (2007), pp. 752-755.
- 8) 豊田 他 3 名; 長崎大学工学部研究報告, **37**, 69, (2007), pp.8-15 . ; K. Toyoda *et al.* ; *Eighteenth International Symposium on Transport Phenomena*, (2007), pp. 514-520.
- 9) T.H.K.Frederking and J.A.Clark; *Advanced Cryogenic Engineering*, **8**, (1963), pp. 501-506.
- 10) L.A.Bromley; *Chemical Engineering Progress*, **46**, 5, (1950), pp. 221-227 .
- 11) P.J.Berenson; *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **83**,(1961), pp. 351-358.
- 12) 西尾・大竹; 日本機械学会論文集 (B 編), **58**, 554, (1992), pp. 3161-3166.