Bulletin of Faculty of Education, Nagasaki University : Curriculum and Teaching No.46 (2006) 35-49

組立除法と接線の方程式

―和算の考え方を用いた微分法の導入の考察―

平岡　賢治*・永田　寿男**
（平成17年10月31日受理）

The Synthetic Division And the Equation of Tangent

Kenji HIRAOKA *・Toshio NAGATA **
（Received October 31, 2005）

1．はじめに

高校数学では，組立除法は整式の因数分解や高次方程式を解くための有効な方法として用いられることが多い。しかし，この組立除法を関孝和（1642(?)～1708）が考案したことは意外と知られていない。関が編集したといわれる『解隠題之法』(1685）の中で，方程式を解くために整式を $x-\alpha$ で展開する方法として考案している〔1〕。一方，この組立除法は洋算においてホーナー（W.G.Horner, 1786～1837）の方法として知られ，ホーナーは1819年にはじめて発表している。このように，歴史的には関がホーナーより1世紀以上も前にこれを得ていたことになる。

本稿では，この関の考え方を高校数学に活用する視点から，組立除法を用いて整関数を $x-\alpha$ で展開した式を考察すると，その1次の項と定数項の和が接線の方程式に一致している（米光〔2〕）ことに着目し，このことを，数学Ⅱの「微分の導入」の場面において授業構成することを考えた。そして，2次関数のグラフとその接線を視覚的に捉えさせた授業実践を行い，その結果を数学的活動および数学的方法の広がりの視点から考察した。

2．組立除法と接線

本節では，関の『解隠題之法』における組立除法の今日的解釈を具体的な整関数について解説し，これを接線の方程式と関連づけた米光〔2〕について，数学Ⅱの「微分の導入」に適応させる視点から考察する。

米光は，解隠題之法に書いてある3次関数の説明を，一般の4次関数

$$f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$$

と具体的な4次関数

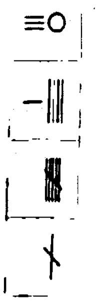
$$f(x)=5x^4+4x^3-5x^2+3x-2$$

について行い，それぞれ，$x-\alpha$，$x-1$ で展開した式を組立除法で求めている。

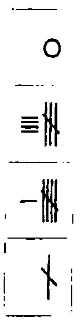
---

*長崎大学教育学部数理情報講座　　**長崎県立諫早高等学校

仮如開方式



立方翻法開之、立商三、命隅、同加廉、得廉負八、以
商三、命之、異減方、得方正反負一十、以商三、命之
異減、実皆尽。又以商三、命隅、同加廉、得廉負一十一
以商三、命之、同加方、得方負四十三。又以商三命隅
同加廉、得廉負一十四、是方正反為負、故云翻法。
商三



開方式とあるは一般の方程式である。実，方，廉，隅はその方程式の定数項，一次の項，二次の項，三次の項である。それで上の開方式は，

$$30 + 14x - 5x^2 - x^3 = 0$$

である。商三とあるのは，$x = X + 3$ なる変換をして得た開方式である。

$$- 43X - 14X^2 - X^3 = 0$$

この開方式は実，すなわち定数が 0（実尽ると言っている）になるから，$x=3$ が商（根）なることがわかる。さて上の文章のままを現代の法式に書き現わすと次のようになる。

商	実	方	廉	隅
3)	30	14	−5	−1
	−30	−24	−3	
	0	−10	−8	−1
		−33	−3	
		−43	−11	−1
			−3	
			−14	−1

上の文章は三段に分れている。第一段で「商三を立て，隅に命じ廉に同加し，廉に負八を得」とあるは，

（商の 3）×（隅の −1）−（廉の −5）＝ −8

としたものである。「命じる」とは掛けることである。次に「商三を以てこれに命じ，方に異減し，方に負一十を得」とあるは，

（商の 3）×（−8）−（方の 14）＝ −10

としたものである。次に「商三を以てこれに命じ，実に異減し，皆な尽く」とあるは，

（商の 3）×(−10)+(実の 30) = 0

としたことである。これで第一段は終っている。この文章中「同加」「異減」とあるは，上の法式で，同符号になった場合と，異符号になった場合とである。

第二段以下もこれと同様である。

〔　解隠題之法　〕　　　　〔　解隠題之法の現代語訳　〕

その過程の中で，4次関数 $y = f(x)$ は，組立除法を用いてその乗除を求めると，上図に示すように

$$f(x) = \frac{f^{(n)}(\alpha)}{n\,!}(x-\alpha)^n + \frac{f^{(n-1)}(\alpha)}{(n-1)!}(x-\alpha)^{n-1} + \;\cdots\; + \frac{f''(\alpha)}{2!}(x-\alpha)^2 + f'(\alpha)(x-\alpha) + f(\alpha)$$

に一致し，特に1次の項と定数項に注目すると，

$$y = f'(\alpha)(x-\alpha) + f(\alpha)$$

は，$y = f(x)$ の $x = \alpha$ における接線の方程式に一致していることを示した。

この，組立除法を展開式に適用する方法は，高校生にも指導できる内容であり，恒等式や式変形，さらには，Taylor 展開へと数学的広がりを持つ教材として扱うことができる。

1. 関孝和の方程式論より

(1)『解隠題之法』の考え方

例えば

$f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$

$$
\begin{array}{llllll}
\alpha) & a & b & c & d & e \\
 & & a\alpha & a\alpha^2+b\alpha & a\alpha^3+b\alpha^2+c\alpha & a\alpha^4+b\alpha^3+c\alpha^2+d\alpha \\
\hline
 & a & a\alpha+b & a\alpha^2+b\alpha+c & a\alpha^3+b\alpha^2+c\alpha+d & \boxed{a\alpha^4+b\alpha^3+c\alpha^2+d\alpha+e}=f(\alpha) \\
 & & a\alpha & 2a\alpha^2+b\alpha & 3a\alpha^3+2b\alpha^2+c\alpha & \\
\cline{2-5}
 & a & 2a\alpha+b & 3a\alpha^2+2b\alpha+c & \boxed{4a\alpha^3+3b\alpha^2+2c\alpha+d}=f'(\alpha) & \\
 & & a\alpha & 3a\alpha^2+b\alpha & & \\
\cline{2-4}
 & a & 3a\alpha+b & \boxed{6a\alpha^2+3b\alpha+c}=\dfrac{f''(\alpha)}{2!} & (f''(\alpha)=12a\alpha^2+6b\alpha+c) & \\
 & & a\alpha & & & \\
\cline{2-3}
 & a & \boxed{4a\alpha+b}=\dfrac{f'''(\alpha)}{3!} & & (f'''(\alpha)=24a\alpha+6b) &
\end{array}
$$

$$f(x)=a(x-\alpha)^4+\frac{f'''(\alpha)}{3!}(x-\alpha)^3+\frac{f''(\alpha)}{2!}(x-\alpha)^2+f'(\alpha)(x-\alpha)+f(\alpha)$$

具体例で示すと

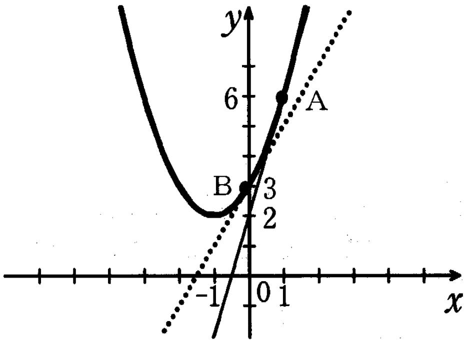
$f(x)=5x^4+4x^3-5x^2+3x-2$

$$
\begin{array}{llllll}
1) & 5 & 4 & -5 & 3 & -2 \\
 & & 5 & 9 & 4 & 7 \\
\hline
 & 5 & 9 & 4 & 7 & \boxed{5} \\
 & & 5 & 14 & 18 & \\
\cline{2-5}
 & 5 & 14 & 18 & \boxed{25} & \\
 & & 5 & 19 & & \\
\cline{2-4}
 & 5 & 19 & \boxed{37} & & \\
 & & 5 & & & \\
\cline{2-3}
 & \boxed{5} & \boxed{24} & & &
\end{array}
$$

$$
\begin{aligned}
f(x)&=\boxed{5}(x-1)^4+\boxed{24}(x-1)^3+\boxed{37}(x-1)^2+\boxed{25}(x-1)+\boxed{5} \\
&=5(x-1)^4+\frac{f'''(1)}{3!}(x-1)^3+\frac{f''(1)}{2!}(x-1)^2+f'(1)(x-1)+\boxed{5} \\
&=5x^4+4x^3-5x^2+3x-2
\end{aligned}
$$

さて，数学Ⅱでは，２次関数および３次関数の微積分について学習する。まず，われわれは，２次関数の場合についてこの方法を確認する。

（例1）$y=f(x)=x^2+2x+3$　において，$x=1$のときを考える。



$f(x)$の $x-1$ における展開は，

$$\begin{aligned} y &= x^2+2x+3 \\ &= (x-1+1)^2+2(x-1+1)+3 \\ &= (x-1)^2+2(x-1)+1+2(x-1)+2+3 \\ &= (x-1)^2+4(x-1)+6 \end{aligned}$$

とできる。

また，$x=1$ における組立除法は次のようになる。

1	1	2	3
		1	3
	1	3	6
1		1	
	1	4	

$$\begin{aligned} y &= x^2+2x+3 \\ &= (x-1)(x+3)+6 \\ &= (x-1)\{1\times(x-1)+4\}+6 \\ &= (x-1)^2+\boxed{4(x-1)+6} \end{aligned}$$

このように，組立除法は，$f(x)$を $x-\alpha$ で展開する方法として大変有効である。

さらに，この展開式が Taylor 展開に対応し，その係数，特に1次と定数項に着目すると，これが $x=\alpha$ における接線になる。すなわち，$f(x)=x^2+2x+3$ の $x=1$ における接線の方程式は，$y=4(x-1)+6$ である。特に，$\alpha=0$ の場合は，$x=0$ における$f(x)$の接線 $y=2x+3$ を自然に求めることができる。

一般に，整関数 $y=f(x)$ に対して，組立除法を用いると，$y=Q(x)(x-\alpha)^2+m(x-\alpha)+n$ に変形することができる。この考え方を利用すると，$y=f(x)$ 上の点P　$(\alpha, f(\alpha))$における接線は $y=m(x-\alpha)+n$ になる。〔2〕

3．授業展開（組立除法の考え方と接線の方程式）

本節では，接線の方程式を教材とした微分の導入時における授業実践とその考察を行う。授業は，次の2段階構成で行い，第1段階は，3つのステップで構成した。

$f(x)=x^2+2x+3$ について，

① $y=f(x)$ の $x=0$ における接線の方程式は，

$$y=2x+3$$

となることを，グラフの視点から理解させる。

② $y=f(x)$ の $x=1$ のにおける接線の方程式は，

$$f(x)=4(x-1)+6$$

となることを，①の考え方から類推的に理解させる。

③ $y=f(x)$ の $x=1$ における接線の方程式を求めさせる。

特に，②，③の段階において，組立除法が有効であることに気づかせる。

第２段階も３つのステップで構成した。

① 接線を，極限の考え方に立って説明し，求めた方程式が第１段階のものと一致することを確認する。

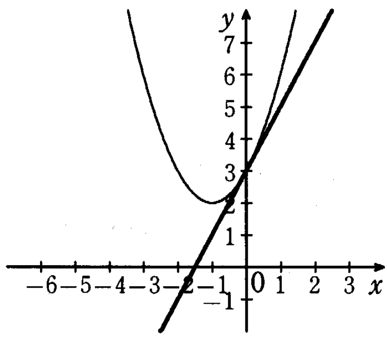
② ２次関数の方法を３次関数に適応させて，３次関数における接線の方程式を求めさせる。

③ 求めた接線の方程式が接線になることを，極限による方法や重解を持つことなどによって確認する。

この２段階の授業は，組立除法の考え方やその応用および接線の方程式とその考え方に視点をあて，数学的活動を誘発する４要因に着目し，その数学的広がりを求めながら授業構成を行ったものである。(平岡〔３〕)

〔第一段階〕２次関数

① $x=0$ の近くでの関数の値を考えると，グラフを利用して



xの値　　　　　yの値

$x=0.1 \rightarrow y=(0.1)^2+2\times0.1+3=3.21>3.2$

$x=0.01 \rightarrow y=(0.01)^2+2\times0.01+3=3.0201>3.02$

$x=0.001 \rightarrow y=(0.001)^2+2\times0.001+3=3.002001>3.002$

このことは、

$x \fallingdotseq 0 \rightarrow y=x^2+2x+3 \geqq 2x+3$

$x=0 \rightarrow y=x^2+2x+3 =2x+3$

となることを示し，グラフを利用することにより，

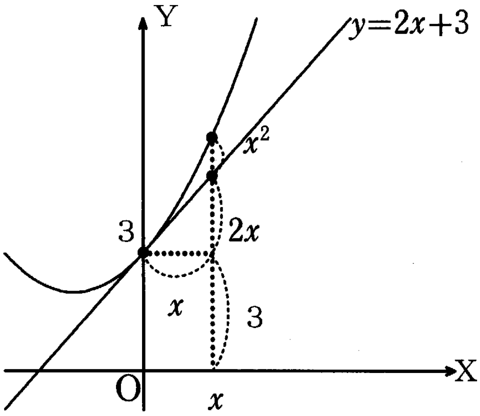
$x=0$で$y=2x+3$が$y=x^2+2x+3$に接することが視覚的に確認できる。

これまでの学習内容から，$y=2x+3$ が $y=x^2+2x+3$ に接することは，

連立方程式 $\begin{cases} y=2x+3 \\ y=x^2+2x+3 \end{cases}$

を解いて，$x=0$ を重解に持つことから確認することができる。

このことをグラフで捉えると，次のようになる。



左図からわかるように

$y=f(x)$

$= x^2$

$+ 2x$

$+ 3$

と見ると，x^2 は常に正の値であるので，$y=2x+3$ のグラフは常に，$y=f(x)$のグラフより下にある。
また，$x=0$のとき，$y=f(x)$と$y=2x+3$は，接する。

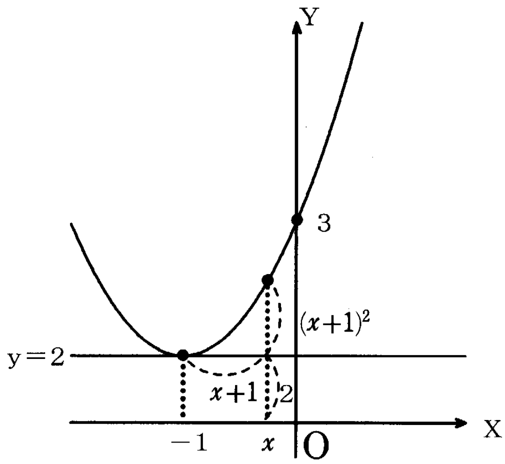
2）$\alpha=0$ でないとき

(ア) $x≒-1$のとき　　→　（そのまま代入）

$$y=(-1.1)^2+2(-1.1)+3$$

0に近い値がないので省略できる部分がない。

$y=x^2+2x+3$を組立除法を使って$(x+1)$で展開すると，$y=(x+1)^2+2$ となる。



xの値　　　　yの値

$y=(x+1)^2\ +2$に代入する。

$x=-0.9 \rightarrow\ y=\boxed{(0.1)^2}+2=2.01>2$

$x=-0.99 \rightarrow\ y=\boxed{(0.01)^2}+2=2.0001>2$

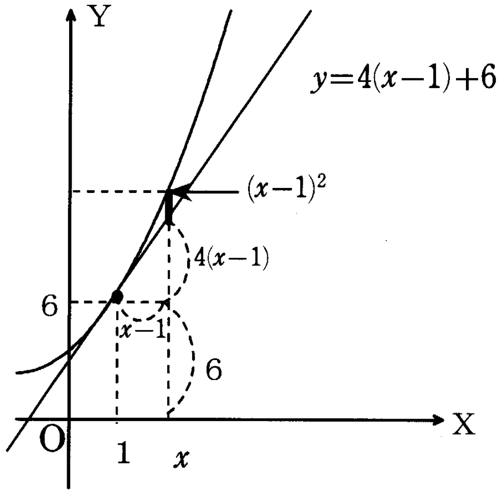
$x=-0.999 \rightarrow y=\boxed{(0.001)^2}+2=2.000001>2$

$x≒-1 \rightarrow\ y=\boxed{(x+1)^2}\ +2\geqq 2$

$x=-1$ のとき，$y=2$　となる。

このとき，$y=2$は，$y=f(x)$と$x=-1$において接する。

(イ) $x \fallingdotseq 1$のとき　　　$y=x^2+2x+3$において組立除法を用いると



$$y=x^2+2x+3$$
$$=(x-1)^2+4(x-1)+6 \ \geqq \ 4(x-1)+6$$

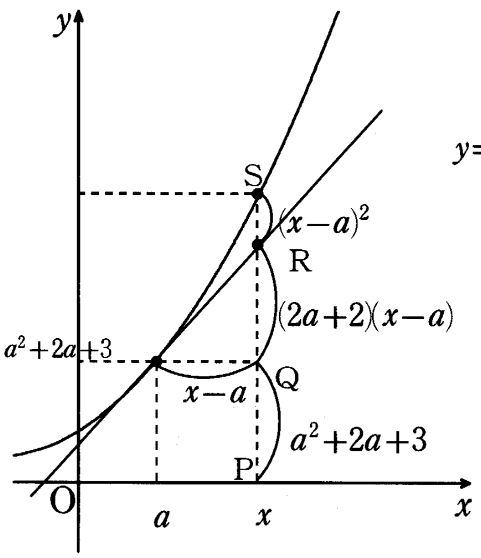
$y=4(x-1)+6$　は，$y=x^2+2x+3$と
$x=1$において接する。

この場合，組立除法を使うと式の変形がスムーズにできることを気づかせる。

(ウ) $x \fallingdotseq a$のとき

$$y=x^2+2x+3$$
$$=(x-a)^2+(2a+2)(x-a)+a^2+2a+3$$
$$\geqq(2a+2)(x-a)+a^2+2a+3$$

$y=(2a+2)(x-a)+a^2+2a+3$　は
$y=x^2+2x+3$と$x=a$において接する。
$y=x^2+2x+3$　を分轄して考えると



$y=(x-a)^2$

$+(2a+2)(x-a)$

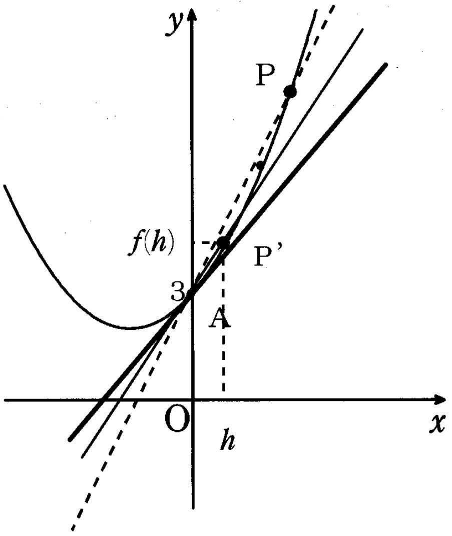
$+a^2+2a+3$

となる。

〔2〕　極限による方法

数学Ⅱの教科書では，次のように接線を求めている。

関数$y=f(x)=x^2+2x+3$において，$y=f(x)$上に２点Ａ（０，３），Ｐ$(h, f(h))$を考える。このとき，点Ｐを定点Ａに限りなく近づけ，極限の考え方を使って接線を求める。



点Pを点Aに近づける

このとき，直線APの方程式は次のようになる。

$$y-3=\frac{f(h)-f(0)}{h-0}(x-0)$$

$$\therefore y=\boxed{\frac{h^2+2h}{h}x+3}=(h+2)x+3$$

ここで

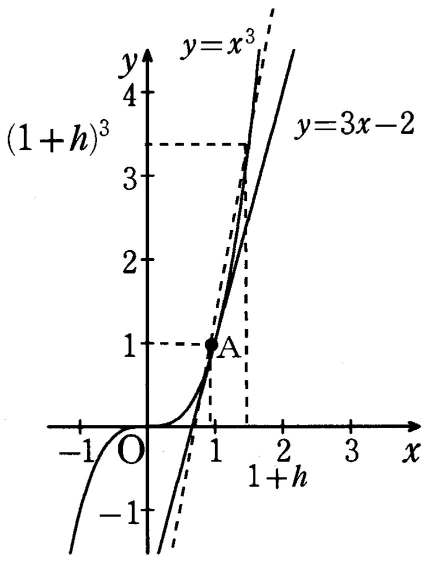
P	→A	に近づけると	
h	→	0	
$h+2$	→	2	

このとき，直線 $y=(h+2)x+3$ は直線 $y=2x+3$ に限りなく近づき， $y=2x+3$ を，$y=x^2+2x+3$ の点 A(0,3) における接線という。

これをグラフで考えると， $y=f(x)$ と直線ＡＰの２つの交点ＰとＡが，Ｐ→Ａになることで点Ｐと点Ａが一致する。このことは， $y=f(x)$ と直線 $y=2x+3$ が重解を持つことを表している。すなわち，直線ＡＰが接線 $y=2x+3$ と一致することを示している。

〔２段階〕３次関数

①極限による方法



$$f'(1)=\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(x)}{(1+h)-1}$$

$$=\lim_{h\to 0}\frac{3h+3h^2+h^3}{h}$$

$$=\lim_{h\to 0}(3+3h+h^2)$$

$$=3$$

$$\therefore y=3(x-1)+1=3x-2$$

が接線になる。

②組立除法による方法

組立除法を使うと

$$
\begin{aligned}
y &= (x-1)(x^2+x+1)+1 \\
&= (x-1)\{(x-1)(x+2)+3\}+1 \\
&= (x-1)^2\{(x-1)+3\}+3(x-1)+1 \\
&= (x-1)^3+3(x-1)^2+3(x-1)+1
\end{aligned}
$$

よって，２次関数の方法と同じ考え方をすると，$y=3(x-1)+1=3x-2$ は接線になる。

③連立方程式による方法

$$
\begin{cases}
y=(x-1)^3+3(x-1)^2+3(x-1)+1 \\
y=3x-2
\end{cases}
$$

を満たす x の値は次のようになる。

$$(x-1)^3+3(x-1)^2+3(x-1)+1=3x-2$$

$$(x-1)^3+3(x-1)^2=0$$

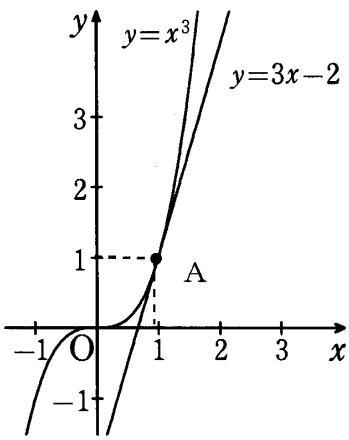
$$(x-1)^2(x-1+3)=0$$

$$(x-1)^2(x+2)=0 \qquad \therefore x=1 \text{ (重解)},\ -2$$

以上のことから，$x=1$ で $y=(x-1)^3+3(x-1)^2+3(x-1)+1$ と $y=3x-2$ が接する。

この考え方を使うと，３次関数の接線を求める方法として，次の展開が考えられる。

$y=f(x)=x^3$ について，点A(1,1)における接線を求める。



(重解を持つことを使う場合)

点Aを通る直線の方程式を，

$$y-1=m(x-1)$$

とする。

$y=x^3$　と　$y=mx-m+1$　の交点を求める。

$x^3=mx-m+1$

ここで点A(1,1)において接するので，

$x=1$ (重解) を持つ。

よって，$(x-1)^2$の因数をもつ。

$(x-1)^2(x-\alpha)=x^3-mx+m-1$

係数を比較して，

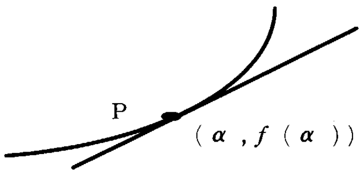
$$\alpha=-2$$

$$m=3$$

よって，接線の方程式は，$y=3x-2$

以上のことから，組立除法を使って接線を求めることは，次の（ｉ）～（iii）のようにまとめることができる。

（ｉ） 1 点 P（α, $f(\alpha)$）を通る接線と曲線



↓

（ii） $y=f(x)=a_n x^n+\ \cdots\ +a_1 x+a_0$

組立除法

$y=A_n(x-\alpha)^n+\ \cdots\ +A_1(x-\alpha)+A_0$

↓

（iii） $y=A_1(x-\alpha)+A_0$ が接線となる。

（ｉ）と（ii）の連立方程式を解くと$(x-\alpha)^2 g(x)=0$になり $x=\alpha$ の重解を持つ。よって，$y=A_1(x-\alpha)+A_0$ は，$y=f(x)$ 上の点 $\mathrm{P}(\alpha, f(\alpha))$における接線になる。

また，次に示す微分の考え方と比べることにより，$y=A_1(x-\alpha)+A_0$は接線$y=f'(\alpha)(x-\alpha)+f(\alpha)$と一致する。

4．数学的考察

前節までの考察から，整関数$y=f(x)=a_n x^n+\ \cdots\ +a_1 x+a_0$を，組立除法を用いて，次のような展開式にすることができる。

$$f(x)=A_n(x-\alpha)^n+A_{n-1}(x-\alpha)^{n-1}+\cdots+A_1(x-\alpha)+A_0$$

一方，整関数 $y=f(x)$ は，Taylor 展開によって

$$f(x)=\frac{f^{(n)}(\alpha)}{n!}(x-\alpha)^n+\frac{f^{(n-1)}(\alpha)}{(n-1)!}(x-\alpha)^{n-1}+\ \cdots\ +\frac{f''(\alpha)}{2!}(x-\alpha)^2+f'(\alpha)(x-\alpha)+f(\alpha)$$

となることが知られている。

ここで，一次式の定数項を比較すると，ともに，整関数$f(x)$の展開式であるから

$$A_1(x-\alpha)+A_0=f'(\alpha)(x-\alpha)+f(\alpha)$$

となる。このことから

$$y=A_1(x-\alpha)+A_2$$

が，整関数 $y=f(x)$ のグラフ上の点$(\alpha, f(\alpha))$における接線の方程式を表していることがわかる。

このように組立除法は，単に因数を求めるだけでなく，整式の展開式を求めるという新たな視点から捉えることができる。しかし，高校数学では，組立除法は因数定理や剰余定理を指導する際に，これらを用いて整式の因数分解する１つの方法として指導されることが多い。筆者たちは，これまで述べてきたように組立除法を用いて接線を求める方法は，整関数のグラフと接線の方程式が，整式の組立除法およびその活用として，高校数学における数学的方法の広がりを体感させる教材として興味深いものであると考えている。

5．数学的活動の視点から見た微分の導入

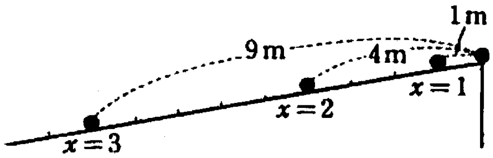
数学Ⅱの教科書で扱われている微分の導入は，変化の割合として速度が扱われているものが多い。しかし，筆者たちの経験から指導しづらいものであり，生徒たちにとって視覚的に捉えることが難しい点から，わかりづらいものでもある。

1　微分係数

■ 物体の平均の速さ

斜面を転がる球の速さは，時刻とともに変化する。

ある斜面では，球の転がりはじめてからの時間 x（秒）と，転がった距離 y（m）との間に



$$y=x^2$$

の関係が成り立っている。この関数を $y=f(x)$ とすると，球が転がりはじめて２秒後から３秒後までの平均の速さは

$$\frac{f(3)-f(2)}{3-2}=\frac{3^2-2^2}{3-2}=5 \quad (\text{m/秒})$$

この図は，数学Ⅱの教科書の微分の導入部分である［３］。導入教材は，変化が一定でないモデルとして，速度が変わる自由落下運動や斜面を転がる物体の運動が用いられている。そして，その速度を求めることから展開をはじめている。時刻 x における球が転がった距離を関数で表し，具体的な時刻の間における球の平均速度を求めさせている。この時刻の間隔を次第に０に近づけることにより，速度は一定の値に近づくことを帰納的に理解させることから，瞬間の速度を求めるストラテジーである。すなわち $x \to a$ によって，時刻 a における瞬間の速度を求めるのであるが，これは，求めた値が一定の値に収束していることに気付かせることが指導の大きなねらいである。さらに，球が転がった距離を与え

る関数のグラフで考察させることにより，平均速度が直線の傾きで表されること，さらに，その直線がある一定の直線に近づくことを視覚的に気付かせることが重要であり，これは関数のグラフの接線を求める方法と同じである。

しかし，筆者たちの経験から，生徒たちにとって速度が一定の値に近づくことと，この値が関数のグラフの接線の傾きに一致することは，直接結びつけることが難しいのが現状である。一方，日常生活の中では自動車に乗っているときアクセルを踏んで加速する場合や，急ブレーキを踏んだ場合など平均速度と瞬間速度の違いは体験している。しかし，その速度が時刻とその位置を表す関数のグラフの接線の傾きになることは直観的に理解させることは難しい。そのために，極限の値を求める部分では，意味を十分理解できず，ただ単に微分の定義に従って微分係数を求める計算だけをしている生徒が多い。

そこで，筆者たちは，和算研究会で紹介された組立除法に着目し，微分の導入場面で2次関数 $y=f(x)$ を，組立除法を用いて $(x-\alpha)$ で展開した式を求めさせた。さらに，具体的な数値計算と実際に2次関数のグラフを利用して接線を視覚的に捉えることができるような授業展開を実践した。このように，グラフの接線を視覚的に求める導入は，速度の変化が接線の傾きで表されるというのよりイメージしやすい。さらに，2次関数 $y=x^2+bx+c$ のそれぞれの項が，$x=0$ においては2次関数のグラフとその接線などにより，x^2, bx, c がそれぞれ視覚的に捉えられることは，生徒たちが大変興味関心を示した内容である。

6．今後の課題

これまで見てきたように，整関数 $y=f(x)$ のグラフ上の点 $(\alpha, f(\alpha))$ の接線は，組立除法を用いて求めることができる。一方，教科書で扱われる微分法では，極限の考え方を用いて接線を求めている。本稿では，筆者たちは組立除法を用いて“微分の導入”の授業を行った。生徒達は，第3節で述べたように，2次関数 $y=x^2+2x+3$ を

$$y=(0.1)^2+2(0.1)+3> \ (0.1)+3$$

のように，グラフを数値的に捉えさせる視点に立って

$$y=x^2+2x+3 \quad \geqq 2x+3$$

を理解させることができた。

特に，2次関数の各項がグラフとその接線を用いて

$$y=(x^2) \qquad + \qquad (2x) \qquad + \qquad 3$$

と分割することで $x=0$ のとき，$y=2x+3$ が接線になることが図より視覚的に（直観的に）理解できる。このことは数学的方法の広がり視点から大変重要であると考えている。

数学Ⅱの教科書では，点Pを点Aへ限りなく近づけることで接線を定義しているものが多い。これは，グラフ上の動点を定点に近づけるという“動的”な接線の求め方であり，歴史的にも動きを捉えるという社会的背景のもとに発展したものである。一方，本稿で述べた組立除法を用いた方法は，“静的”なアプローチであると考えている。方程式の解を求める和算の方法は，関数を“静的”に捉えるものであったであろう。高校生の現状から考えると，そのカリキュラムで“動的”内容と“静的”内容が混在をしながら，微積分では“動的”内容を学習することになる。この，“静”から“動”への橋渡しとして，組立除法は微分法の導入として，1つのあり方を提案できるものであると，筆者たちは考えて

いる。

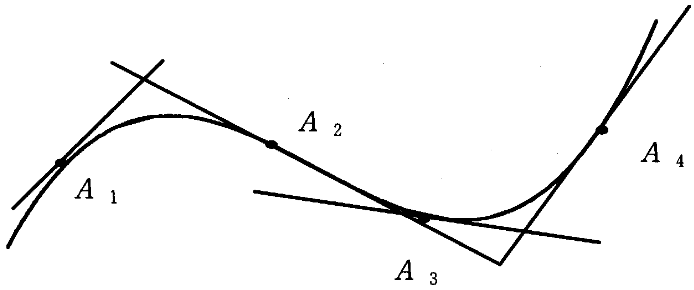
参考文献

〔1〕平山諦「関孝和」恒星社厚生閣　1974
〔2〕米光丁「第26回長崎和算研究会発表資料」2005. 4
〔3〕平岡賢治「数学的活動に視点をあてた授業構成に関する研究」2004, 全国数学教育学会誌，数学教育研究第10巻，pp. 21-28
〔4〕飯高茂・松本幸夫　ほか22名　東京書籍「数学Ⅱ」2004

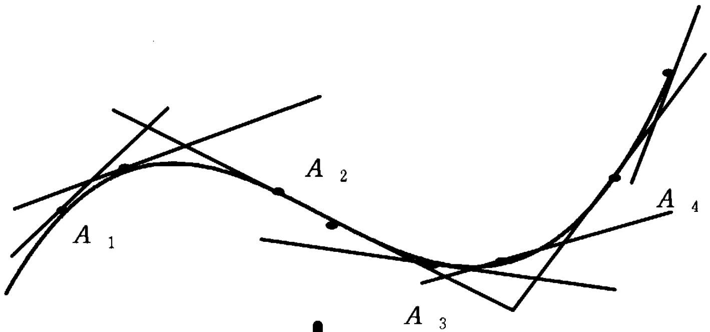
（参考資料）グラフと接線の位置関係

接線を使って曲線を表す場合を考える。

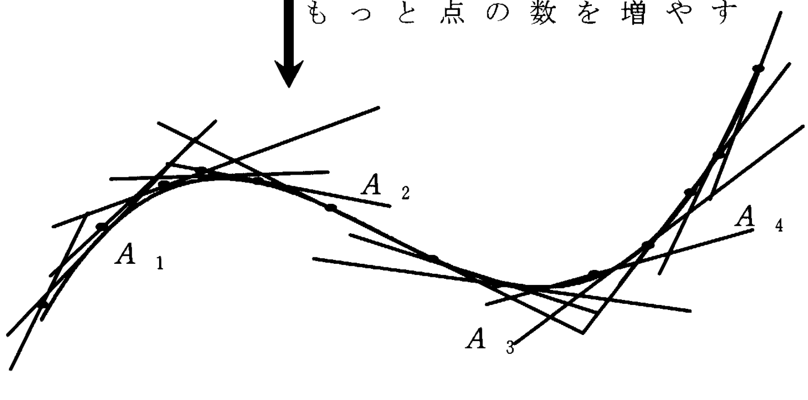
(1)接線と曲線の位置関係



点 の 数 を 増 や す



も っ と 点 の 数 を 増 や す



各点A_iにおける接線は $y=f(x)$ を組立除法を使って，

$$y=g(x)(x-a_i)^2+A(x-a_i)+B$$

と変形すると，直線$y=A(x-a_i)+B$ は接線になる。（ただし， $i=1,2,\cdots,n$ ）

このことを使って，点 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ における接線を増やしていくと，直線で曲線を作り出すことが出来る。この考え方が，包絡線の考え方である。

また，接線の傾きに注目すると，グラフの増加・減少と接線の傾きに関係があることに気づかせることが出来る。

(2)　包絡線の例

包絡線の例として，焦点と準線の関係を用いて，放物線を折り紙で折ることで，折った直線群が放物線に接するというものがある。

この例は，

①軌跡の問題　『定点Ｆと直線ＰＱからの距離が等しい点の軌跡』

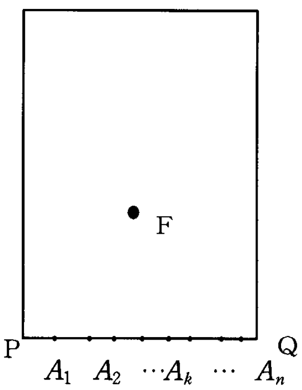
②２次曲線の焦点と準線の関係　『放物線の定義』

などにも利用できる教材である。

特に，この直線群が，ある一つの曲線に接していることは，“接線を各点で描く”こと，または“曲線を直線で描く”ことが，図形的にみて同じであることを意味している。

また，接線の傾きに注目することで，増減を調べることからグラフを描く事に繋がる例であり，「微分の導入」および「展開」に大きく関係している。包絡線の例は，２年次の段階では，①軌跡の問題　として扱うことができる。また，３年次では，２次曲線の分野で②２次曲線の焦点と準線の関係として　『放物線の定義』　を扱うのは，生徒の数学的興味関心を起こさせる意味で良い教材である。

〔放物線を折る〕



〈やり方〉

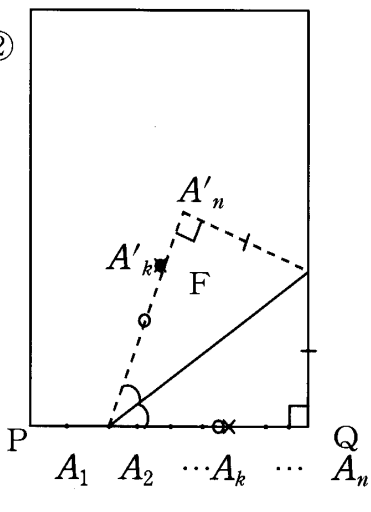
①点Ｆを決める。

②辺ＰＱ上に、点A_kをとる。

③各点A_kを点Ｆに重ねるように折る。

④③を繰り返す。

②



④