

垂直等温円柱まわりの自然対流CFD解析

津田 和則*・茂地 徹**・桃木 悟*・山口 朝彦**

CFD analysis on natural convection from an isothermal vertical cylinder

by

Kazunori TSUDA*, Toru SHIGECHI**, Satoru MOMOKI*, Tomohiko YAMAGUCHI**

In the authors' previous report the numerical analysis was presented on natural convection from an isothermal horizontal plate. This report presents the numerical results by CFD analysis for the velocity and temperature fields and the local and average Nusselt numbers for natural convection from an isothermal vertical cylinder with horizontal bottom surface. The effects of the cylinder height, cylinder temperature and Prandtl number on the velocity and temperature fields and heat transfer are discussed.

Key words : natural convection, CFD analysis, isothermal vertical cylinder, thermal and flow fields

1. まえがき

有限サイズの加熱物体まわりの自然対流伝熱は半導体や電子機器等の冷却において頻繁に発生する。このため電子機器等の熱設計を高精度に行なうためには、加熱物体まわりの速度場および温度場を正確に推定する必要がある。加熱される物体は、通常、下向き水平面、垂直側面および上向き水平面のような複数の面で構成されるが、各伝熱面まわりの流体の流動様相が異なるため、それに伴って各面の温度場にも差異が生じ、伝熱特性に違いが生じる。これまで側面や上面が単独で加熱される場合には数多くの実験および理論(数値解析を含む)研究から伝熱機構が明らかにされているが、加熱された下向き水平平板の場合には自然対流による流動と伝熱の理論的予測は十分ではない。つまり、Aihara らの下向き水平平板まわりの自然対流実験⁽¹⁾で得られている伝熱面近くの特異な流動様相(境界層の外側に形成される流れの反転)を十分に説明する理論あるいは数値解析は公表されていない。前報⁽²⁾で Aihara らの実験を数値的に再現するため実験領域全体を計算領域とし、かつ同等の条件で

CFD 数値解析を試みた。ただし、実験では擬似的に 2 次元現象を実現していることから、2 次元数値解析を実施し、水平下向き等温面の実験データとの比較を行ってよい結果を得ている。

本報では実用的な観点から、水平底面を有する垂直円柱まわりの自然対流について同様の解析方法で軸対象 2 次元の数値解析を実施し、円柱長さ、加熱面温度およびプラントル数の違い(空気と水)が速度場、温度場およびヌッセルト数に及ぼす影響について検討した結果を報告する。

主要記号

a	: 温度拡散率 [m^2/s]
g	: 重力加速度 [m/s^2]
D	: 円柱の直径 [m]
H	: 円柱の高さ [m]
Nu	: 平均ヌッセルト数
Nu_x	: 局所ヌッセルト数
ρ	: 圧力 [Pa]

平成 18 年 12 月 14 日受理

*大学院生産科学研究科 (Graduate School of Science and Technology)

**機械システム工学科 (Department of Mechanical Systems Engineering)

エネルギーの式

$$u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

2.5 熱伝達係数

加熱面の任意の位置での局所ヌッセルト数 Nu_x は次のように定義される。

$$Nu_x = \frac{\alpha_x D}{\lambda} = \frac{\lambda D}{\delta_1 \lambda} = \frac{D}{\delta_1} \quad (4)$$

ここで $\delta_1 = -(\theta_w - \theta_\infty) / (\partial \theta / \partial y)_w$ (5)

平均ヌッセルト数 Nu は次のように定義する。

$$Nu = \frac{1}{A} \int_0^R Nu_r dA \quad (6)$$

$$dA = 2\pi r \cdot dr \quad (7)$$

A : 円の面積 (= πR^2)

R : 円の半径

r : 半径座標

側面の平均ヌッセルト数 Nu は次のように定義する。

$$Nu = \frac{1}{H} \int_0^H Nu_y dy$$

各面の平均ヌッセルト数を上面 Nu_u 、下面を Nu_b 、側面を Nu_s とし、それぞれに対応する平均熱伝達率を、

u 、 b 、 s とすると、

$$\begin{aligned} Nu_u &= u D / \\ Nu_b &= b D / \\ Nu_s &= s H / \end{aligned} \quad (8)$$

である。

全熱量を Q とすると

$$\begin{aligned} Q &= (u D^2/4 + b D^2/4 + s DH) \cdot \\ &= ave \cdot (DH + D^2/2) \end{aligned} \quad (9)$$

したがって、

$$ave = (u D/4 + b D/4 + s H) / (D/2 + H) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} Nu_{ave} &= ave \cdot D / \\ &= (Nu_u / 4 + Nu_b / 4 + Nu_s) D / (D/2 + H) \end{aligned} \quad (11)$$

となる。

2.6 数値計算の手法

CFD 解析には STAR-CD (Ver.3.24) (4) を使用し、定常解析を実施した。離散化手法は有限体積法

・最小格子: x 、 $y = 0.156\text{mm}$

・最大格子: x 、 $y = 10\text{mm}$ で不連続格子採用

a) 解析アルゴリズム : PISO 法

b) 対流項差分スキーム : UD 法

c) マトリクス解法 : AMG 法

2.8 解析条件と境界条件

Fig.1 に示すように垂直円柱は温度一定とする。解析領域は中心部の軸対称性から中心からの両面を対称条件、下部境界面は一定温度 (20) と仮定する。側面の外壁境界は前報 (2) と同様に熱通過係数を $5\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$ と仮定して解析する。ただし、外気温度は 20 とする。上部は大気開放の圧力境界とする。

解析条件は、空気の初期温度 20、円柱温度の基本は 75.2 とする。

3. 解析結果

数値解析結果をケース 1、ケース 2 およびケース 4 の場合について、垂直円柱まわりの速度ベクトル図と無次元等温線図を Fig.3.1 ~ Fig.3.3 に示す。速度プロファイルと無次元温度プロファイルをそれぞれ、Fig.4.1 ~ Fig.4.3 および Fig.5.1 ~ Fig.5.3 に示す。

また、局所ヌッセルト数と平均ヌッセルト数を Fig.6.1 ~ Fig.6.3 に示す。各ケースの平均ヌッセルト数を比較した表を Table1 に示す。

4. 考察

4.1 速度場及び温度場

(1) 解析は 2 次元解析とはいえ、平板加熱の無限長を対象としたような 2 次元現象ではなく軸対称 2 次元現象である。中心部の領域での浮力駆動による流れは外側の大きな領域にほとんど影響せず、開放領域での解析に近いところが 2 次元平板解析の場合と異なる。そのため、2 次元平板解析で見られたような水平方向からの流れによる流れの反転領域は明確には見られない。全体の流れは示していないが、外側領域は壁面に沿って流入してくる流れが底面近くまで行き、底面の方からの上昇流を形成しながら加熱円柱の方へ向かって流れる。

(2) 円柱まわりの流れの様子をみると、円柱が薄い場合 (Fig.3.1) は側面からの上昇流の速度が小さいため中心部に向かって上面に沿って流れている。ただし、2 次元平板のようなブルームは形成できず、比較的径が大きい上昇流を形成する。これは、円柱の 3 次元流れのためと考えられる。円柱の高さが 45mm の場合 (Fig.3.2, Fig.3.3) は側面での流速が速くなり上面では中心に向かう流れの慣性力に勝るため上面に沿って流れなくなり、上面で循環流を形成する。したがって上昇流のブルームは薄い場合より径が大

きくなっている。加熱面温度が高い場合も傾向は同じであるが各面の流速は全て大きくなっている。

(3)温度境界層はどのケースでも上面では面に沿うことはなく上昇流に沿って径の大きいまま上昇している。下面は高さが高い方が薄く、加熱温度が高い方が薄くなっている。側面では加熱温度が高い方が薄くなっている。温度プロファイルを見ると高さの低い場合は中心に向かって熱伝達が小さくなっている。高さが大きい場合は、循環流のため中心付近での熱伝達が良くなり温度プロファイルの形状が入れ替わっているところが見られる。

(4)プラントル数が大きい水の場合、密度と比熱が大きいため、速度がかなり遅く底面と側面では面に沿って薄い層で流れている。温度伝導率も小さいため温度境界層が非常に薄いことが分る。上面での流れは空気のように側面での上昇流の速度は速くないので、空気よりは面に沿うように流れているがやはり循環流が現れている。そのため、中央付近で温度の傾きが大きいところが現れている。

4.2 熱伝達係数

Fig.6.1, Fig.6.2, Fig.6.3 に3ケースの局所ヌッセルト数と平均ヌッセルト数を示している。

下面における傾向はどの場合も同じである。側面に関しては高さが低い場合は、他に比べて端部が極端に大きいという傾向ではないが、全体的に下面端部の方が上面端部より大きい傾向である。これは、上昇流により温度境界層が下部より大きくなるためである。また、Fig.6.3の水の場合、下部に特徴が見られる。最端部が若干小さくなっている。これは、密度が大きいため下面からの流れが、水平方向の慣性力で若干オーバーシュートするためである。

上面では、高さが低い場合には循環流がなく中心に向かって流速が遅くなりヌッセルト数が中心部に向かって小さくなっている。高さが高い場合には循環流のため中心付近で温度の層も若干薄くなるため大きくなっている。水の場合は、温度の層は循環流がまわって上面に当たる部分で薄くなっておりその部分で大きくなっている。

4.3 実験値との比較

最近、Kobus - Wedekind⁽⁵⁾はサーミスタを使って等温水平円柱での自然対流実験を行っている。それによると、直径 D 、厚さ H とすると実験範囲

$$5.2 < D < 19.97, 0.063 < H/D < 0.163 \quad (12)$$

で、次のヌッセルト数の式を導き出している。

$$Nu_d = 1.759 Ra_d^{0.130} \quad (3 \times 10^2 < Ra_d < 10^4) \quad (13)$$

$$Nu_d = 0.9724 Ra_d^{0.194} \quad (10^4 < Ra_d < 3 \times 10^7) \quad (14)$$

本報での空気の場合のレイレイ数を上の2式に代入してみると、それぞれ

$$Ra = 3.79 \times 10^5 \quad \text{で} \quad Nu_d = 9.3 \\ = 11.8 \quad (15)$$

となる。本解析結果は $Nu_d = 10.8$ で実験式2式の間値の値となり、妥当な結果である。ちなみに、下向き面だけをみると解析結果は $Nu_d = 11.9$ である。

5. むすび

水平底面を持つ等温円柱まわりの自然対流を CFD ソフトウェアで数値解析し、次の結論を得た。

(1)前報⁽²⁾⁽³⁾で Aihara らの実験と同様な計算領域と壁面境界条件(熱通過係数 $5.0 \text{ W/m}^2\text{K}$)を仮定することで、下向き水平等温面まわりの流れを数値的に再現することが可能となったことを示した。本報では、これらと同様な方法で解析し円柱形状での側面と上面の流速分布と温度分布を推定し示すことができた。また、高さ、加熱温度およびプラントル数の違いによる影響についても明らかにすることができた。

(2)平均ヌッセルト数について、高さが低いケース1の場合は上面 7.7、側面 1.7、下面 11.9、全体で 10.8、直径と同じ高さのケース2の場合は上面 4.4、側面 12.0、下面 11.8、全体で 10.8、加熱面温度が高いケース3の場合は上面 4.7、側面 12.6、下面 12.3、全体で 11.3、プラントル数が大きいケース4の場合は上面 31.1、側面 54.9、下面 42.2、全体で 54.5 となった。高さが高くなると側面では流速が速くなり大きくなるが、上面では循環流のために小さくなることがわかった。下面では若干の差はあるもののほとんど変わらないことがわかった。加熱面温度の影響は全体的に大きくなることがわかった。プラントル数が大きくなると全体的にかなり大きくなることがわかった。

参考文献

- 1) T.Aihara, Y.Yamada, S.Endo, Int. J. Heat & Mass Transf., **15**(1972), 2353-2549.; 相原・ほか2名、第8回日本伝熱シンポジウム講演論文集, (1971), 325-328.
- 2) 津田・茂地・桃木, 長崎大工研報, **36-66**(2005)6-14
- 3) 津田・茂地・桃木, 長崎大工研報, **36-67**(2006)14-24
- 4) (株)シーディー・アダプロ・ジャパン: STAR-CD V.3.2 理論マニュアル (2005).
- 5) C.J.Kobus, G.L.Wedekind, International Journal of Heat and Mass Transfer, **44**(2001) 3381-3384

Table1 平均ヌッセルト数の比較 (円柱直径 45mm)

解析ケース	1	2	3	4
円柱高さ (mm)	3.6	45	45	45
加熱面温度 ()	75.2	75.2	124	75.2
周囲流体の種類	空気	空気	空気	水
プラントル数	0.719	0.719	0.719	3.788
レイレイ数	3.79×10^5	3.79×10^5	6.06×10^5	2.40×10^8
ヌッセルト数 (下面)	11.9	11.8	12.3	42.2
ヌッセルト数 (側面)	1.7	12.0	12.6	54.9
ヌッセルト数 (上面)	7.7	4.4	4.7	31.1
平均ヌッセルト数	10.8	10.8	11.3	54.5

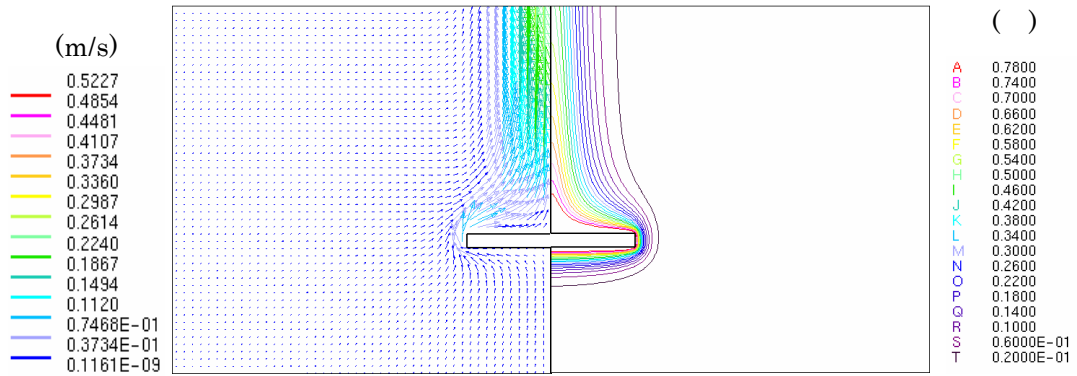


Fig.3.1 速度ベクトルと無次元等温線図(高さ 3.6mm, 空気)

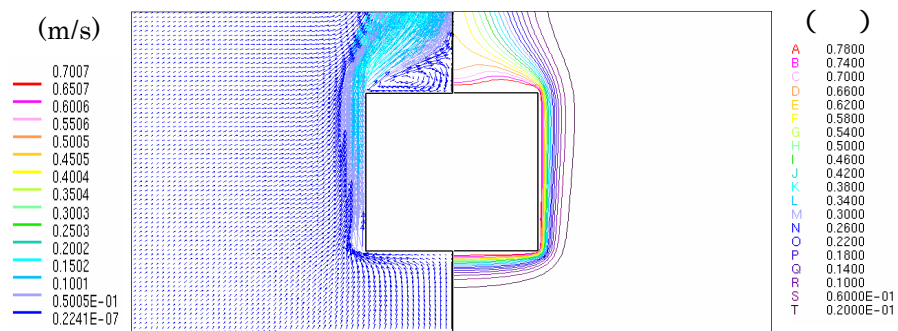


Fig.3.2 速度ベクトルと無次元等温線図(高さ 45mm, 空気)

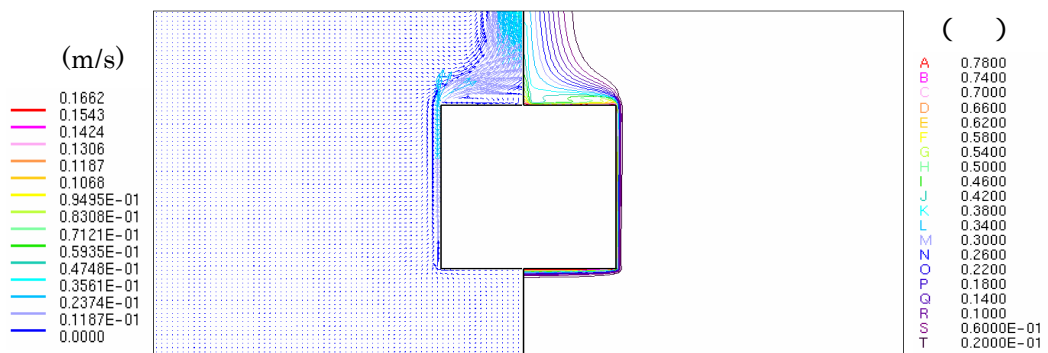
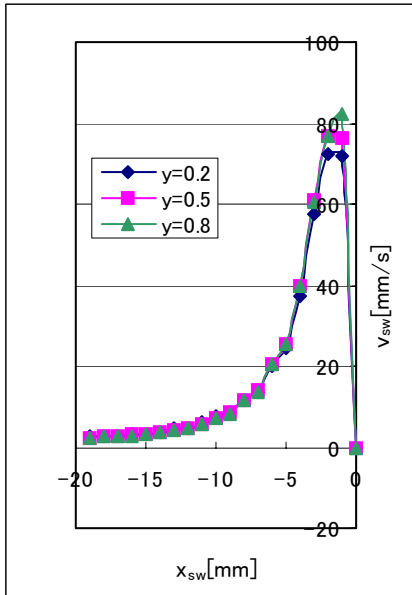
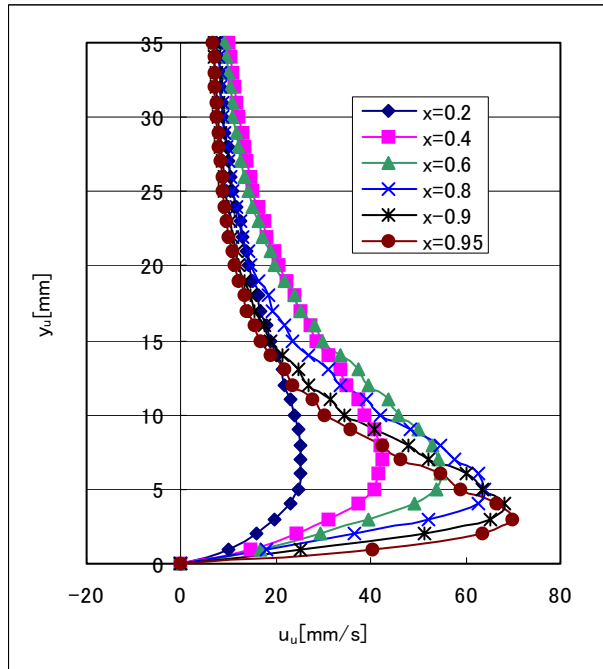
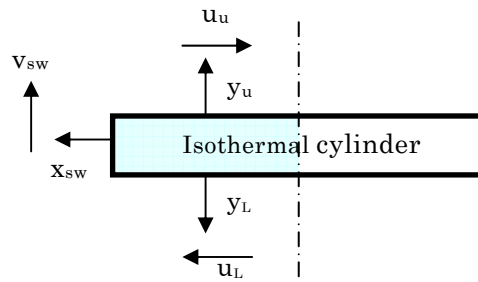


Fig.3.3 速度ベクトルと無次元等温線図(高さ 45mm, 水)

(a) 上面の速度プロファイル



(b) 側面の速度プロファイル



(c) 下面の速度プロファイル

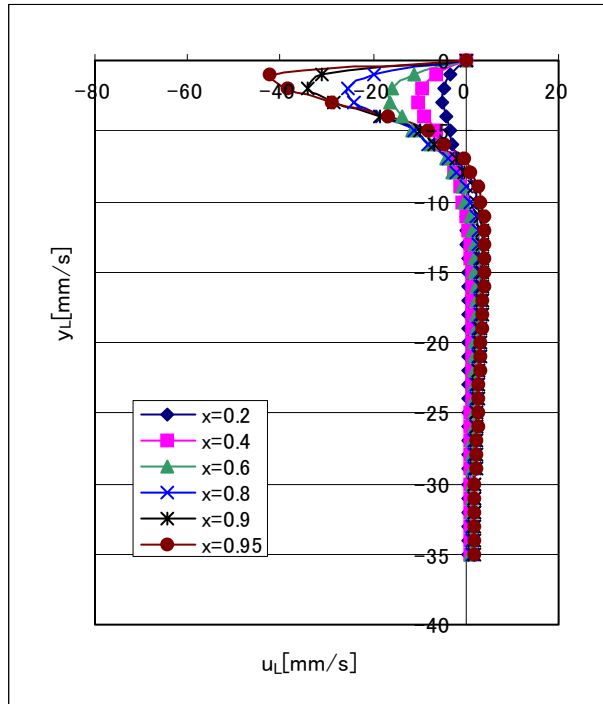
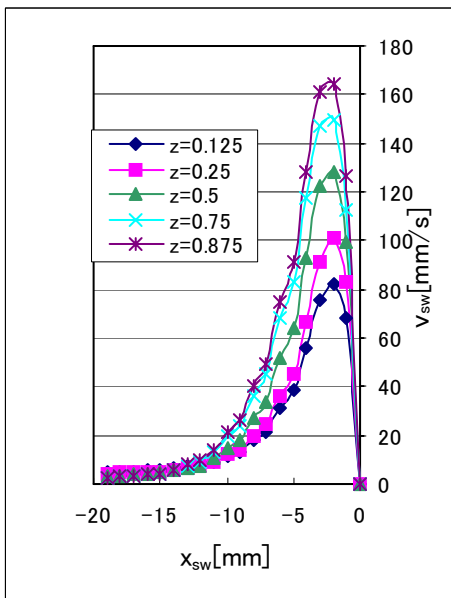
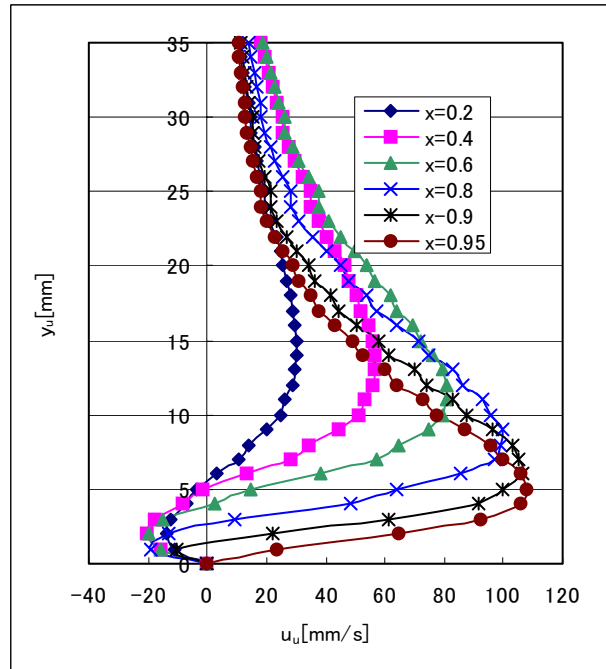
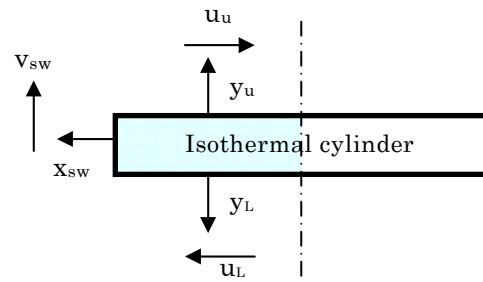


Fig.4.1 速度プロファイル(高さ 3.6mm, 空気)

(a) 上面の速度プロファイル



(b) 側面の速度プロファイル



(c) 下面の速度プロファイル

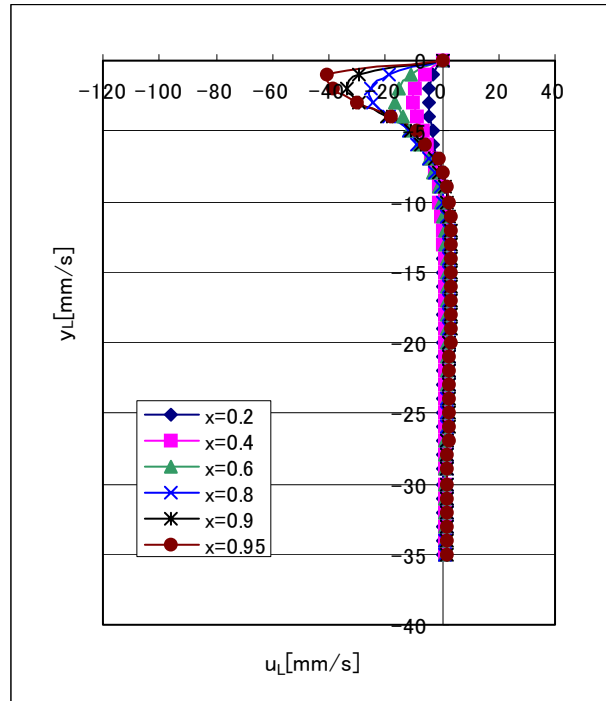
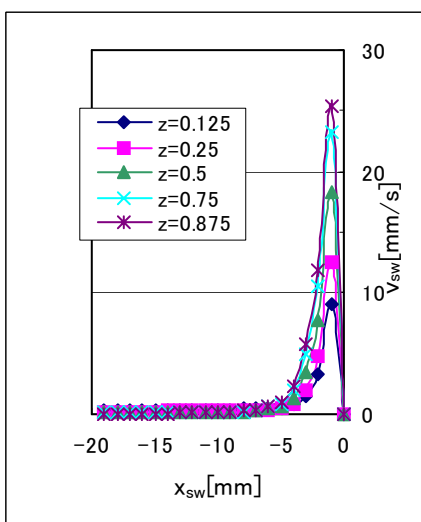
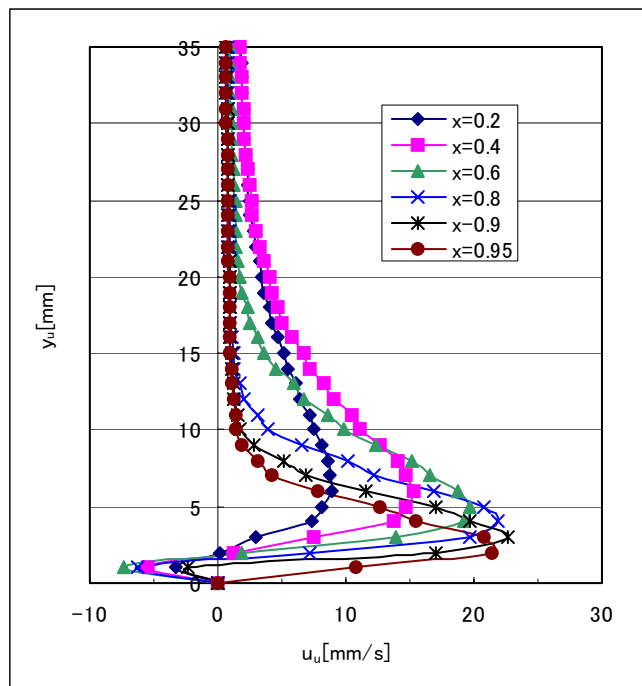
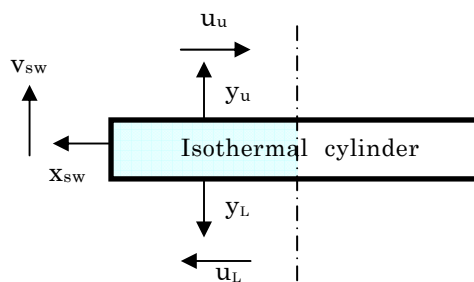


Fig.4.2 速度プロファイル(高さ 45mm, 空気)

(a) 上面の速度プロフィール



(b) 側面の速度プロフィール



(c) 下面の速度プロフィール

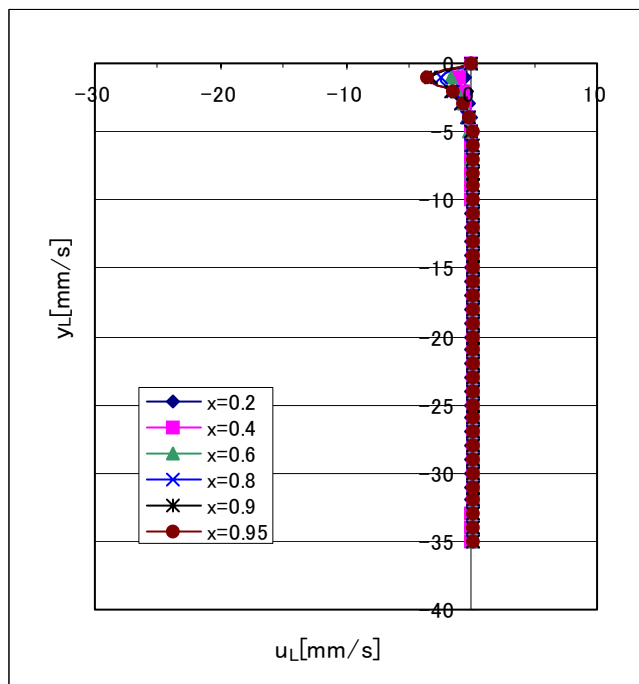


Fig.4.3 速度プロフィール(高さ 45mm,水)

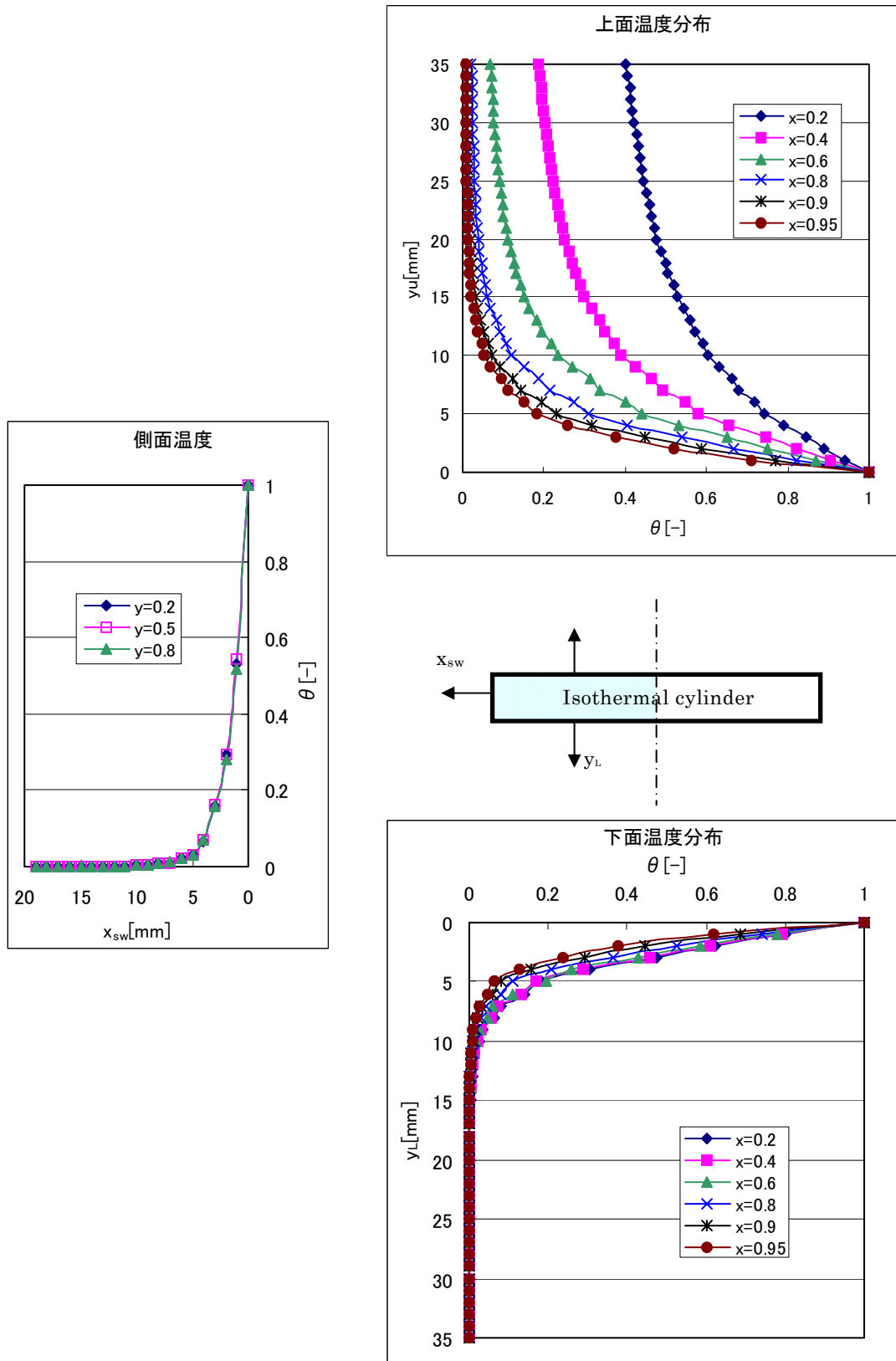


Fig.5.1 無次元温度プロファイル(高さ 3.6mm, 空気)

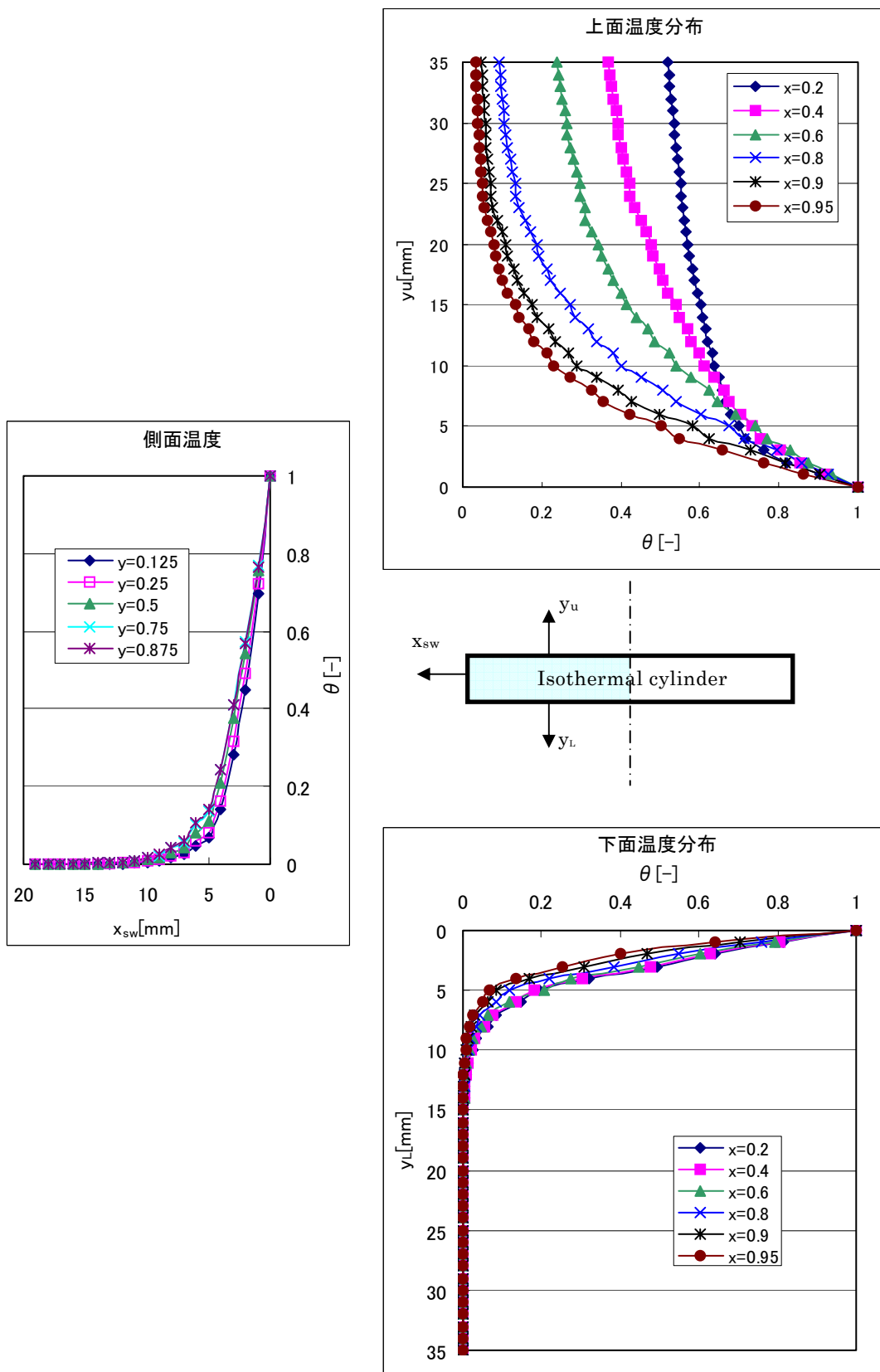


Fig.5.2 無次元温度プロファイル(高さ 45mm, 空気)

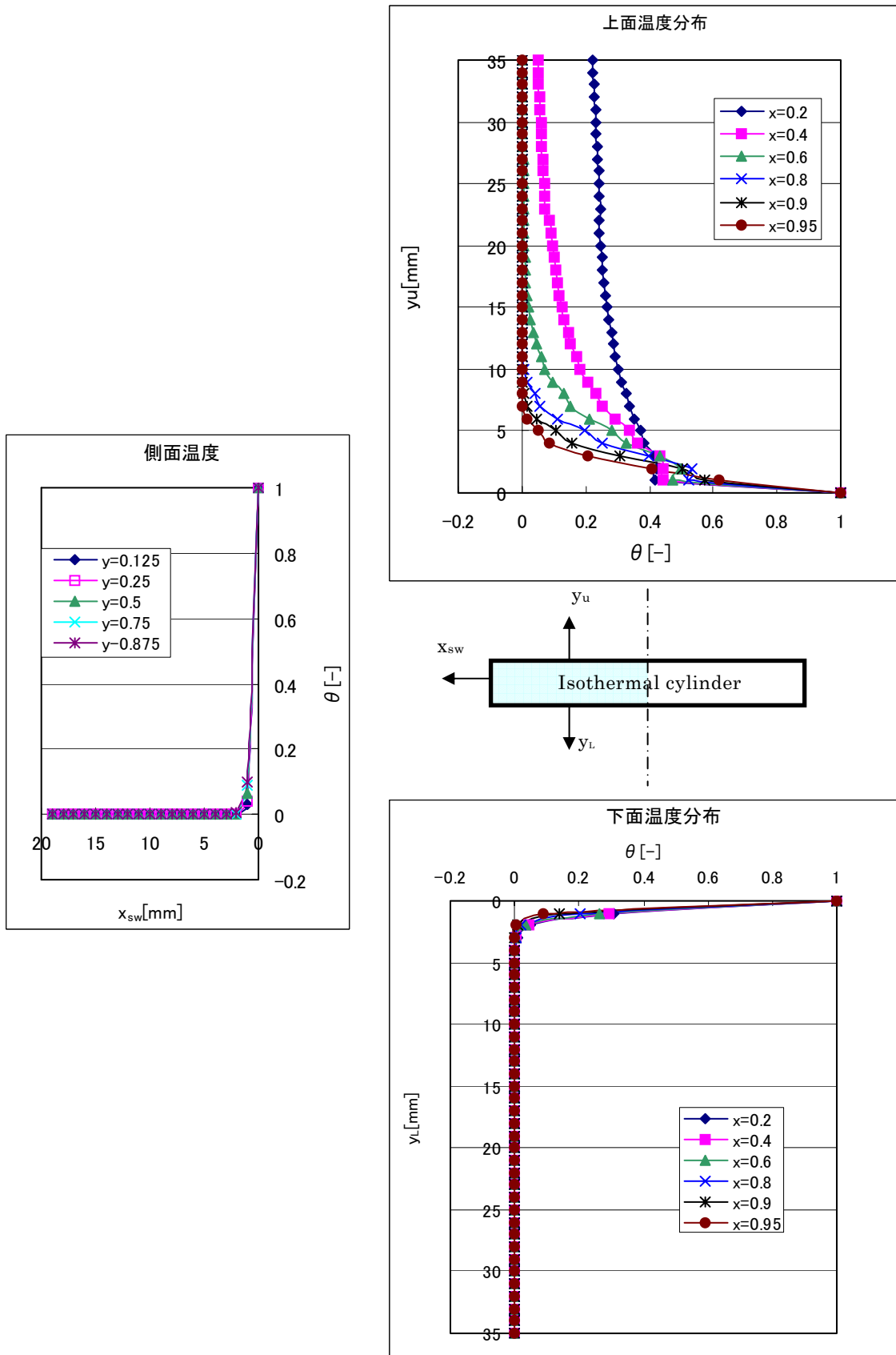


Fig.5.3 無次元温度プロファイル(高さ 45mm, 水)

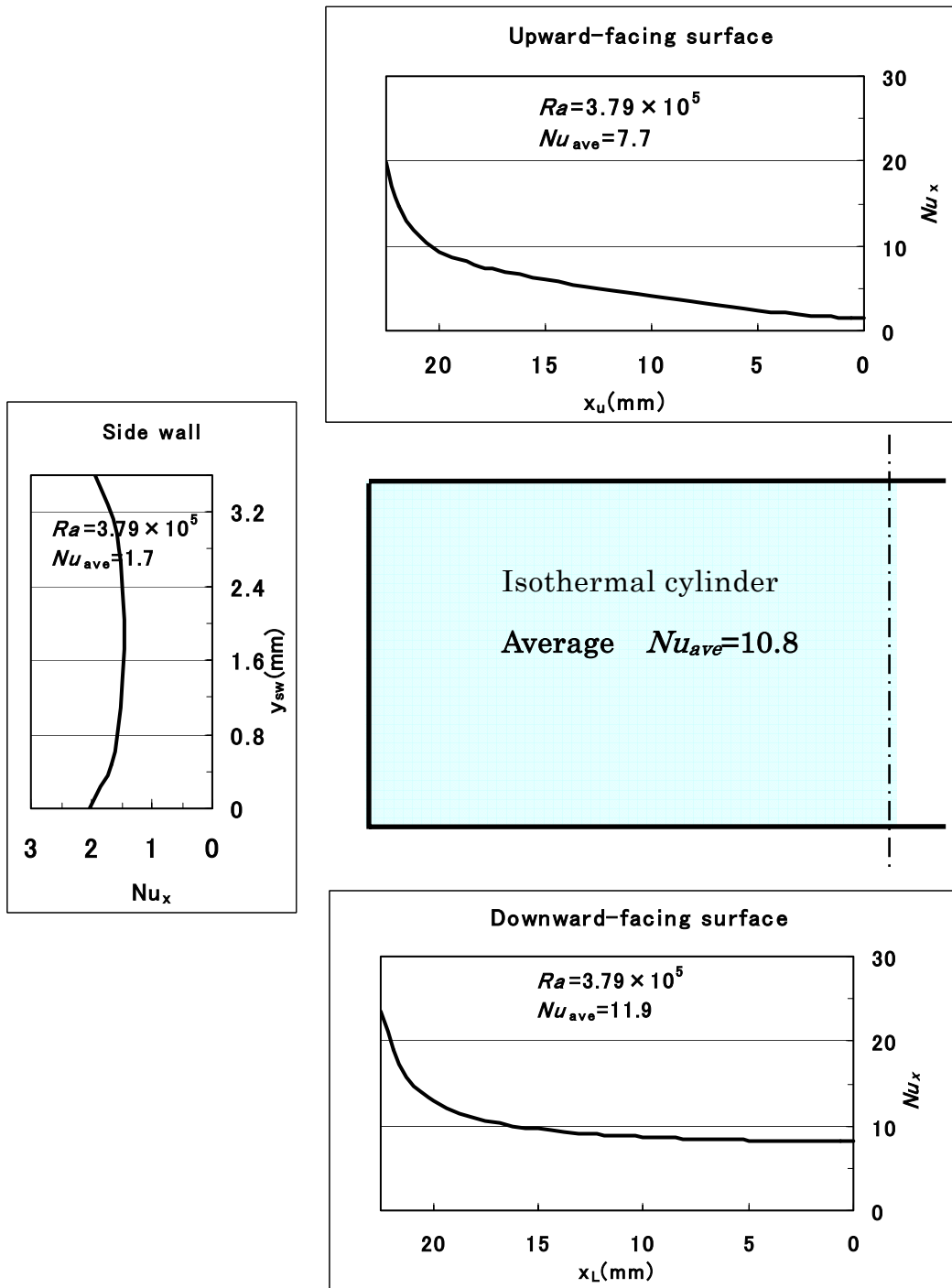


Fig.6.1 局所ヌッセルト数と平均ヌッセルト数(高さ 3.6mm, 空気)

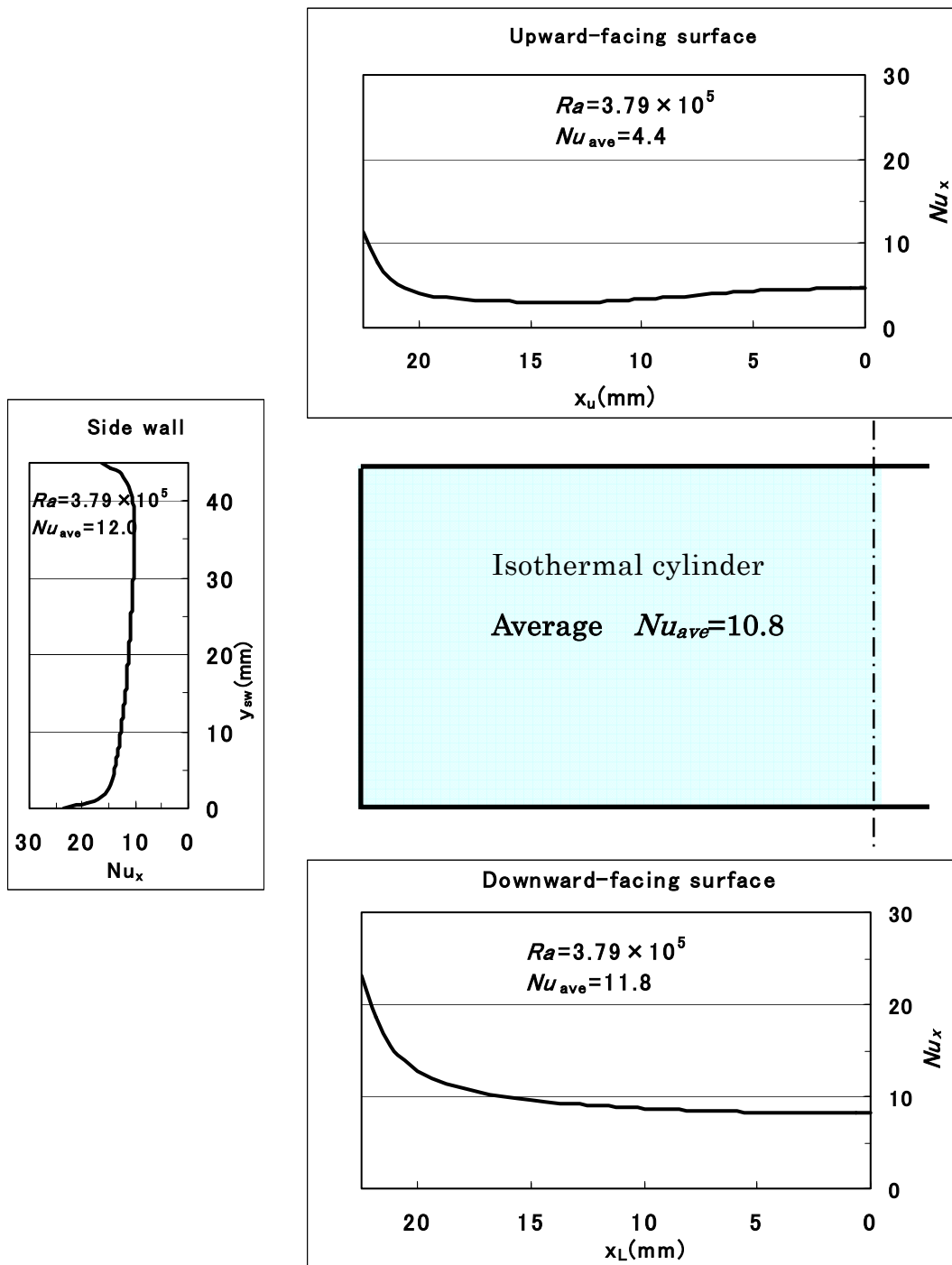


Fig.6.2 局所ヌッセルト数と平均ヌッセルト数(高さ 45mm, 空気)

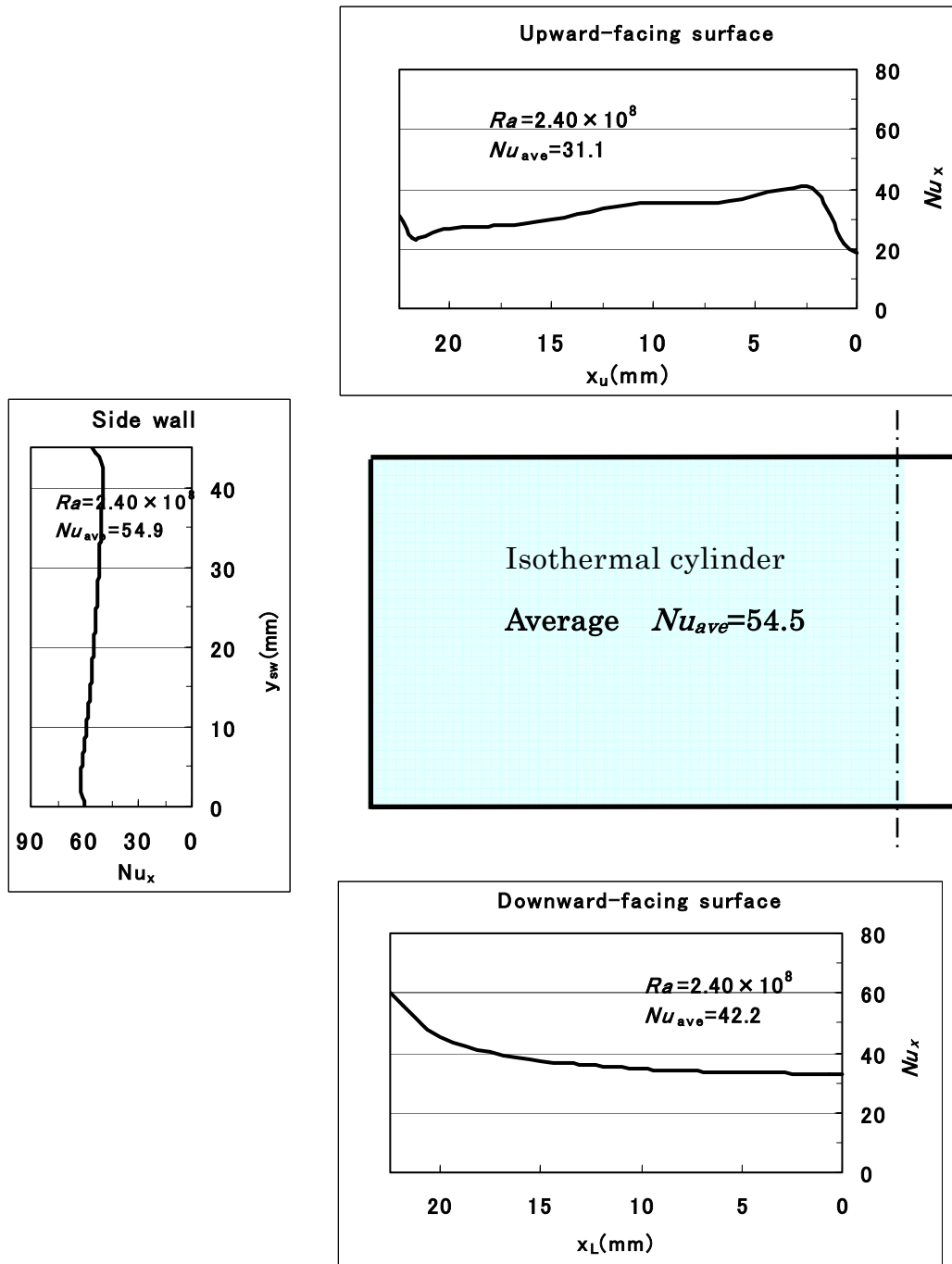


Fig.6.3 局所ヌッセルト数と平均ヌッセルト数(高さ 45mm, 水)