

# 低圧ファンから発生する後縁騒音に及ぼす 圧力パワースペクトル密度の影響

佐々木壮一, 田中康大

## Influence of Pressure Power Spectrum Density on Trailing Edge Noise Generated from a Low-Pressure Fan

by

Soichi SASAKI\*, Kodai TANAKA\*\*

As first step for prediction of fan noise using machine learning, we predicted the trailing edge noise generated from a flat plate and a low-pressure fan based on Amiet's theory (J. Sound and Vib., 1976). At first, we reviewed the prediction methodology of the trailing edge noise, then the broadband noise evaluated by three different pressure power spectrum density (PSD) models were compared. As results of comparing the three models, the Willmarth and Roos model (J. of Fluid Mech., 1965) could express the tendency of the high-frequency sound, which is the feature of the trailing edge noise. The trailing edge noise in the low-pressure fan formed the broadband noise in audible band. However, all pressure PSD models could not express the entire spectral distributions with its own single function.

**Key words:** Aerodynamic Acoustics, Blade, Noise, Fan

### 1. はじめに

厚生労働省の新型コロナウイルス感染症対策専門会議は感染リスクのある空間に「換気の悪い密閉空間」を挙げている。屋内換気のために常時稼働する低圧ファンには、その換気性能だけでなく、静穏な環境を保つために低騒音であることが強く求められている。低圧ファンから発生する空力騒音の中でも、その主因となる広帯域騒音の物理は学術的にも重要な課題に位置付けられている。R. K. Amiet<sup>(1)(2)</sup>は、広帯域騒音の空力音源が後流に放出される乱流の擾乱によって翼の後縁近傍に形成されることを数学的にモデリングした。このモデル解析では、数学的アナロジーに基づいて、後縁騒音の予測式が Schwartzschild<sup>(3)</sup>の解<sup>(3)</sup>によって与えられている。この予測式における主要パラメータは、放射積分と後縁の圧力パワースペクトル密度(以下、圧力 PSD)である。現在でも、モデル解析による

広帯域騒音の多くの研究では、前者の放射積分の予測パラメータについては Schwartzschild<sup>(3)</sup>の解が用いられている。一方、後者の圧力 PSD については、モデル解析<sup>(4)</sup>や流れの数値シミュレーションの圧力分布<sup>(5)</sup>によって決定された事例も報告されているが、その予測精度や計算コストなどが現実的な課題となっている。筆者は、このようなモデル解析や流れの数値シミュレーションとは異なる、単独翼の風洞試験による実験的なアプローチで広帯域騒音を予測する研究に取り組んできた。水平軸風車の研究では、羽根車から発生する広帯域騒音を翼素運動量理論に基づいて予測する方法論を提案した<sup>(6)</sup>。この方法論を冷却ファンから発生する広帯域騒音の予測に拡張した結果、その予測値の騒音レベルは実測値よりも約 10dB 高かったものの、単独翼の風洞試験に基づいて冷却ファンから発生する広帯域騒音を定性的に形作ることができた<sup>(7)</sup>。この広帯域騒音

令和3年7月2日受理

\* システム科学部門 (Division of System Science)

\*\* 総合工学専攻機械工学コース (Mechanical Engineering Program, Department of Advanced Engineering)

の予測における主要パラメータは圧力 PSD である。この予測パラメータを改良することは広帯域騒音の予測精度の向上に寄与する。これらの過程を経て、機械学習による圧力 PSD の創出がファン騒音のモデル解析をさらに発展させる方法論になるとの着想に至った。そこで、本研究では、機械学習を用いたファン騒音の予測に関する第一歩として、平板と低圧ファンから発生する広帯域騒音を Amiet の理論に基づいて予測する。三つの圧力 PSD による広帯域騒音の予測値と実測値の比較を通して、解析流体力学による後縁騒音の予測に関する課題を議論する。

### おもな記号

|           |                                   |
|-----------|-----------------------------------|
| $c=2b$    | 翼弦長                               |
| $c_0$     | 音速                                |
| $d$       | スパン長さ                             |
| $I$       | 放射積分                              |
| $k$       | 音響波数                              |
| $K$       | 対流波数                              |
| $l_y$     | スパン方向相関長さ                         |
| $M$       | マッハ数                              |
| $P$       | 圧力                                |
| $S_{qq}$  | 表面圧力の圧力 PSD                       |
| $S_{pp}$  | 遠距離場の音圧 PSD                       |
| $t$       | 時間                                |
| $U$       | 自由流れ場の速度                          |
| $U_c$     | 対流速度                              |
| $x, y, z$ | 音源の座標系                            |
| $\Phi$    | 擾乱ポテンシャル                          |
| $\alpha$  | 主流の対流速度比                          |
| $\beta$   | 圧縮性パラメータ                          |
| $\rho_0$  | 密度                                |
| $\sigma$  | $\sqrt{x^2 + \beta^2(y^2 + z^2)}$ |
| $\omega$  | 角周波数                              |

## 2. 実験装置および測定方法

Fig.1は平板翼の騒音特性を計測するための吐き出し風洞を示したものである。この風洞のノズルは一辺100mmの正方形である。ノズルの一辺を代表寸法としたレイノルズ数が $2.0 \times 10^5$ のとき、ノズル中心での主流の乱れ度は1.0%未満であった。翼の前縁はノズル出口の100mm後方に取り付けられる。平板翼の翼弦長は40mm、スパン長さは100mm、翼厚は2mmである。1/2インチマイクロホン(小野測器、LA-4350)が翼の後縁から0.5m離れた位置に設置される。騒音計からの信号がFFTアナライザ(小野測器、

CF5210)へ入力され、その空力騒音の周波数応答特性が解析される。Fig.2には、ファン性能の試験装置の概略図が示されている。羽根車の直径は613mmである。ファン騒音は羽根車の回転軸上1.0m上流側の点で、精密騒音計によって測定される。ファン性能の測定や内部流動の計測などの方法については文献(7)を参照されたい。

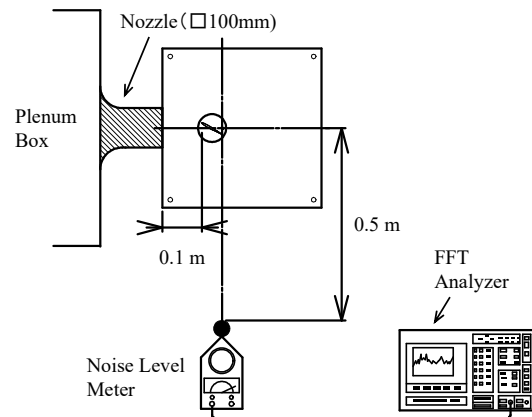


Fig. 1 Wind tunnel test

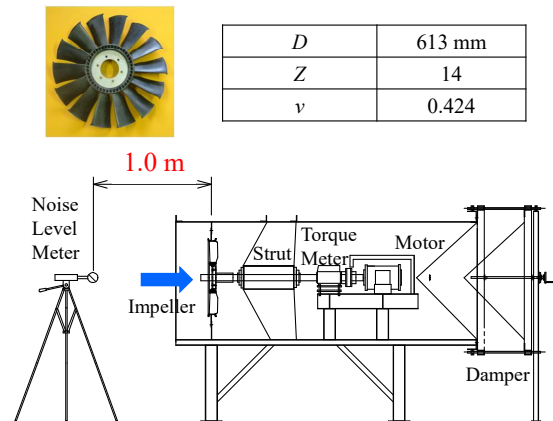


Fig.2 Experimental apparatus of the fan

## 3. Amietのアナロジー理論と後縁騒音の予測

Fig.3は翼の後縁を通過した乱流を示したものである。この図に示されるように、一様流速 $U$ の主流と固体壁面の間には、境界層が形成される。境界層厚さ $\delta$ は後縁厚さより十分に大きく、翼弦長 $C$ よりも十分に小さい。このとき、境界層内部の乱れは対流速度 $U_c$ で通過し( $U_c < U$ )、その乱れは $U_c$ で後流中に放出される。翼の後縁が原点( $X=0$ )であるとき、後縁近傍の翼面上には後流中に放出された擾乱によって圧力変動 $P(X,0)$ が前縁に向かって伝播する。まず、数学モデルとして式(1)の二次元スカラー場の波動問題の解を $\Phi$ とする。

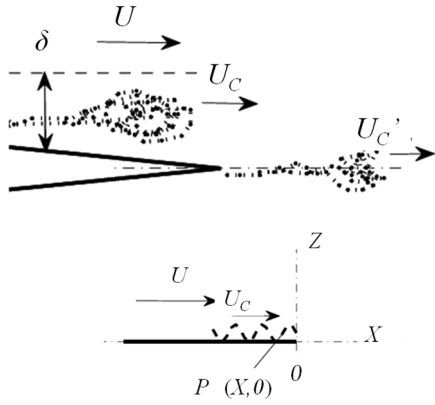


Fig. 3 Back-scattering model at the trailing edge

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \mu^2 \Phi = 0$$

$$\Phi(x, 0) = f(x) \quad (x \geq 0) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z}(x, 0) = 0 \quad (x < 0)$$

このとき、あらゆる  $x < 0$  に対して  $\Phi$  は

$$\Phi(x, 0) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} G(x, \xi, 0) f(\xi) d\xi \quad (2)$$

ここで

$$G(x, \xi, 0) = \sqrt{\frac{-x}{\xi}} \frac{e^{-i\mu(\xi-x)}}{\xi-x}$$

式(2)が Schwarzschild の解である。R. K. Amiet は、この結果を後縁近傍の圧力場を決定することに応用した<sup>(2)</sup>。式(2)から、圧力の擾乱は等価的な空力音源の役割を果たし、遠距離場音はその放射積分として計算できることがわかる。

翼面上の二次元の圧力は式(3)の運動方程式として取り扱うことができる。

$$\frac{\partial^2 P}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial Z^2} + \mu^2 P = 0$$

$$P(X, 0) = -e^{-i\bar{K}X} \left[ \alpha + \left( \frac{M^2}{\beta^2} \right) \right] \quad (X \geq 0), \quad (3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial Z}(X, 0) = 0 \quad (X < 0)$$

ここで

$$\mu = \frac{\bar{K}M}{\beta^2}, \quad \bar{K} = \frac{\omega}{U}$$

$$\beta^2 = 1 - M^2, \quad \alpha = U/U_C$$

低圧ファンの場合、マッハ数は  $M \ll 1$  である。このとき、 $X < 0$  かつ  $Z=0$  に対する圧力  $P$  は Schwarzschild の解より式(4)となる。

$$P(X, 0) = -\frac{e^{i\mu X}}{\pi} \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{-X}{\xi}} \frac{e^{-i[\alpha\bar{K} + (1+M)\mu]\xi}}{\xi-X} d\xi \quad (4)$$

右辺の積分は数学的な手続きによって式(5)のように計算される。

$$\int_0^{\infty} \sqrt{\frac{-X}{\xi}} \frac{e^{-iA\xi}}{\xi-X} d\xi$$

$$= \pi e^{-iAX} \left[ 1 - \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{-Ax} \frac{e^{-it}}{\sqrt{t}} dt \right] \quad (5)$$

このとき、式(6)の複素関数を導入する。

$$E^*(x) = \int_0^x \frac{e^{-it}}{\sqrt{2\pi t}} dt = C_2(x) - i S_2(x) \quad (6)$$

ここで、 $C_2$  と  $S_2$  はフレネル積分である。従って、 $X < 0$  のとき、翼面上の圧力変動の放射積分を意味する伝達関数は式(7)となる。

$$|I| = \frac{1}{\theta} \left| (1+i) \left\{ \sqrt{\frac{(1+M+\bar{K}/\mu)}{(1+x/\sigma)}} \right. \right.$$

$$\times E^*[2\mu(1+x/\sigma)] e^{-i2\theta}$$

$$\left. \left. - E^*[2((1+M)\mu + \bar{K})] \right\} \right.$$

$$\left. + 1 - e^{-i2\theta} \right| \quad (7)$$

式(7)が Amiet によって導出された半無限平板の後縁における後方散乱による圧力変動の放射積分モデルである<sup>(2)</sup>。さらに、Amiet は遠方場の音圧パワースペクトル密度(以下、音圧 PSD)を式(8)として与えている。

$$S_{pp}(x, 0, z, \omega) = \left( \frac{\omega b z}{2\pi c_0 \sigma^2} \right)^2 l_y(\omega) d |I|^2 S_{qq}(\omega, 0) \quad (8)$$

ここで、 $l_y$  はスパン方向相関長さ、 $d$  はスパン長さ、 $S_{qq}(\omega, y)$  は翼面上の圧力 PSD である。Corcos<sup>(8)</sup> は乱流境界層のスパン方向相関長を式(9)のように与えている。

$$l_y(\omega) \approx 2.1 U_c / \omega \quad (9)$$

ここで、 $U_c$  は後流の対流速度である。

式(10)、式(11)および式(12)は、それぞれ W.W. Willmarth-F.W. Roos<sup>(9)</sup>、P. Gliebe<sup>(10)</sup> および B.D. Mugridge<sup>(11)</sup> によって提案された圧力 PSD を示したものである。

$$S_{qq_{WR}}(\omega, 0) = \left( \frac{1}{2} \rho_0 W^2 \right)^2 \frac{(\delta^*)}{W} \frac{2 \times 10^{-5}}{1 + \tilde{\omega} + 0.217 \tilde{\omega}^2 + 0.00562 \tilde{\omega}^4} \quad (10)$$

$$(0.1 < \tilde{\omega} < 20)$$

$$S_{qq_G} = \psi_{pp} \rho^2 \delta^* W^3, \quad (11)$$

$$\psi_{pp}(\tilde{\omega}) = \frac{10^{-4}}{(1 + 0.5 \tilde{\omega}^2)^{5/2}}$$

$$S_{qq_M}(\omega) = 10^{-4} \rho^2 \delta W^3, \quad (12)$$

$$\delta(\omega) = \frac{W_c}{\omega}$$

ここで、 $W_c$  は低圧ファン後流の相対速度であり、文献(7)の実測値が与えられている。以下の説明では、これらの圧力 PSD を  $WR$  モデル、 $G$  モデルおよび  $M$  モデルと呼ぶことにする。低圧ファンの後縁騒音は、6つの翼素に分割された羽根の後縁騒音をスパン方向に重畳し、羽根枚数を乗じたものによって予測されている。式(8)の後縁騒音の予測では、翼素の迎え角のパラメータは必要なく、相対速度が与えられると広帯域騒音を予測することができる。

#### 4. 結果および考察

Fig.4は低圧ファンの空力特性を示したものである。このファンの最高効率点は $\phi=0.3$ である。低圧ファンの作動点は、この流量係数に設定されている。Fig.5は実測値のファ

ン騒音のスペクトル分布を比較したものである。図中の破線は羽根車が取り付けられていない状態のモーター騒音である。翼通過周波数に同期して発生する離散周波数騒音は羽根車の取り付け誤差によって生じる騒音である。実測値の広帯域騒音は回転数の上昇とともに大きくなることがわかる。

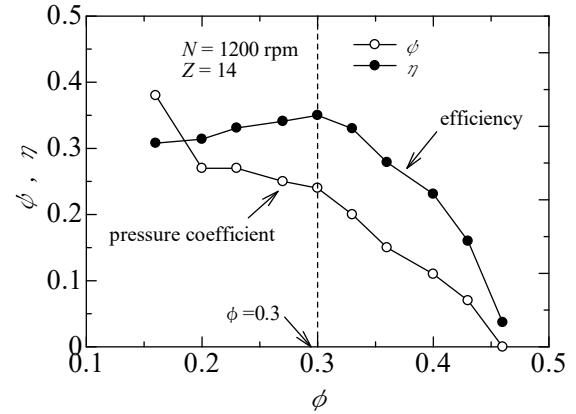


Fig. 4 Performance curve

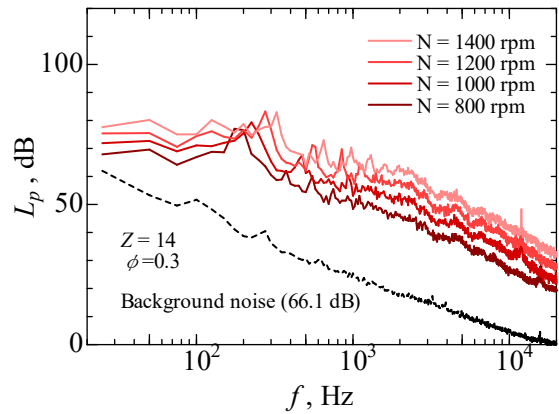


Fig.5 Noise spectra of the low-pressure fan

Fig. 6には、平板翼の騒音スペクトルと三つの圧力 PSD に基づく予測値が合わせて示されている。後縁に集中した波長の短い後縁騒音には、高周波音の特徴がある。三つのモデルを比較した範囲では、 $WR$  モデルが高周波(10kHz 近傍)の実測値の傾向を表すことができた。10kHzの無次元周波数は0.412であり、 $WR$  モデルの定義域の範囲である( $0.1 < \tilde{\omega} < 20$ )。 $G$  モデルの予測値の騒音レベルは5000 Hz 近傍の実測値と同程度であり、 $M$  モデルは800Hz 近傍で同程度になった。Fig.7はプロペラファンから発生する実測値の騒音スペクトル分布と予測値を合わせて示したものである。空力騒音の周波数 $\omega$ が、翼弦長 $c$ と代表速度との無次元周波数によって整理されると、ファン騒音と風洞試験の空力騒音の関係は式(13)となる。

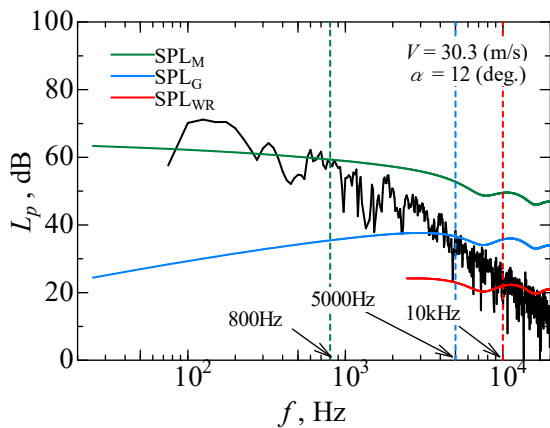


Fig. 6 Noise spectra of the flat plate

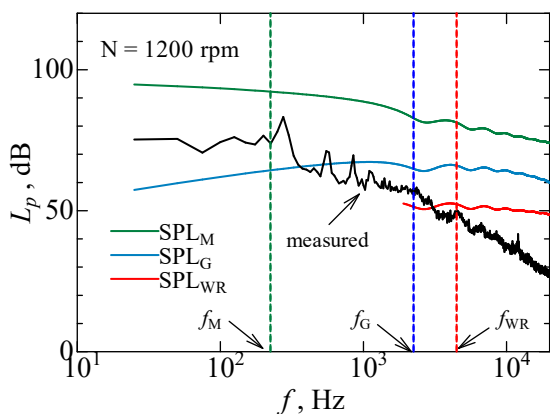


Fig. 7 Noise spectra of the fan

$$\omega_o = \omega_c \frac{c_c U}{c_o V} \quad (13)$$

ここで、下付きの  $o$  は目的の物理量を表す記号、下付きの  $c$  は基準となる風洞試験の物理量を表す記号、 $U$  は低圧ファンの翼先端周速度、 $V$  は風洞試験の主流速度である。換算周波数での  $WR$  モデルの予測値の騒音レベルと実測値との差は 3.0dB であった。また、 $G$  モデルの予測値と実測値との差は 7.1dB であり、 $M$  モデルの差は 18.4dB であった。いずれの圧力 PSD に基づく後縁騒音の予測においても、広帯域騒音のスペクトル分布全体を形作ることはできなかった。

Fig.8 は、 $WR$  モデルによって予測された二つの回転数における後縁騒音を実測値のファン騒音と比較したものである。予測値の後縁騒音は回転数に応じて大きくなった。それぞれの換算周波数は 1493Hz と 2612Hz であり、後縁騒音は可聴域の広帯域騒音を形成すると考えられる。一方、換算周波数よりも高周波の帯域における予測値のスペクトル分布は実測値よりも過大に見積もられた。

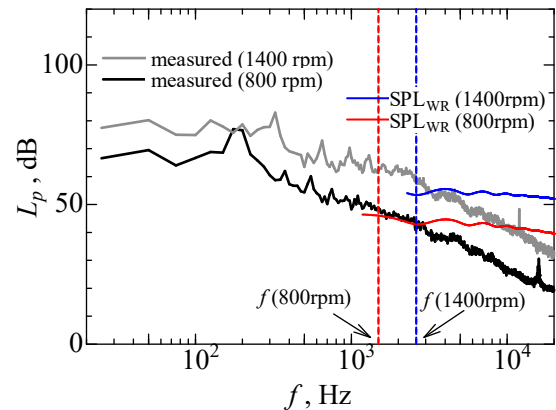


Fig. 8 Noise spectra in the different rotation speed of the fan

## 5. おわりに

本研究では、機械学習を用いたファン騒音の予測に関する第一歩として、平板翼と低圧ファンから発生する広帯域騒音を Amiet のアナロジー理論に基づいて予測した。低圧ファンから発生する後縁騒音の予測法について解説し、三つの圧力 PSD により評価された広帯域騒音の予測値を比較した。三つのモデルを比較した範囲では、 $WR$  モデルが後縁騒音の特徴である高周波音の傾向を表すことができた。低圧ファンにおける後縁騒音は可聴域の帯域で広帯域騒音を形成した。本研究の範囲では、いずれの圧力 PSD も一つの関数で広帯域騒音のスペクトル分布全体を形作ることはできなかった。

謝辞: 本研究は JSPS 科研費 21K12294 の助成を受けたものです。

## 参考文献

- (1) R. K. Amiet, Acoustic radiation from an airfoil in a turbulent stream, Journal of Sound and Vibration., 41(4), 1975, 407-420.
- (2) R. K. Amiet, Noise due to turbulent flow past a trailing edge, Journal of Sound and Vibration, 47(3), 1976, 387-393.
- (3) M. Landahl, Pergamon Press, New York, 1961
- (4) Yannick Rozenberg, Michel Roger, Stéphane Moreau, Rotating Blade Trailing-Edge Noise : Experimental Validation of Analytical Model, AIAA Journal, 48(5), 2010, 951-962.
- (5) GRASSO Gabriele, et al., Broadband Trailing-Edge

- Noise Prediction of a Four-Bladed Axial Fan using a Semi-Analytical Method, Proceeding of fan 2015, 2015, 15-17.
- (6) 佐々木壮一, 迎真輔, 対馬健, 翼素運動量理論に基づく水平軸風車の後縁から発生する広帯域騒音の予測, ターボ機械, 46(6), 2018, 338-347.
  - (7) 佐々木, 冷却ファンから発生する広帯域騒音の実験的予測法, ターボ機械, 48(4), 2020, 216-223.
  - (8) G. M. Corcos, The structure of the turbulent pressure field in boundary-layer flows, Journal of Fluid Mechanics, Journal of Fluid Mech., 18, 1964, 353-378.
  - (9) W. W. Willmarth and F. W. Roos, Resolution and structure of the wall pressure field beneath a turbulent boundary layer, Journal of Fluid Mechanics, 22, 1965, 81-94.
  - (10) P. Gliebe, et al., NASA T Aeroacoustic Prediction Codes, NASA Technical Repots Server, NASA/CR-2000-210244, 2000, 110-111.
  - (11) B. D. MUGRIDGE, Acoustic radiation from aerofoils with turbulent boundary layers, Journal of Sound and Vibration., Journal of Sound and Vibration, 16(4), 1971, 593-614.