

# 電動機固定子の動吸振器・不均一質量・ 弾性支持による制振設計

吉武裕\*・南克樹\*\*  
片原田浩之\*\*\*・山崎豪\*\*\*

## Vibration control design of motor stator using dynamic absorbers, imperfect mass and elastic supports

by

Yutaka YOSHITAKE\*, Katsuki MINAMI\*\*, Hiroyuki KATAHARADA\*\*\*,  
and Goh YAMASAKI\*\*\*

This paper deals with the quenching problem of electromagnetic vibration of the motor stator in the wide frequency region around the natural frequency. The iron stator is modeled by a perfect circular ring. To quench its vibration, single mass is set on the stator, it is supported by the two springs, and a pair of dynamic absorbers is installed on the outside of it. The solutions of forced vibration are obtained by the theoretical analysis. Following was made clear: (1) The vibration quenching effect may be improved by using an imperfect mass and spring supports in addition to the dynamic absorbers. (2) If an imperfect mass is set to be effective for cos mode and spring supports are set to be effective sin mode, and a pair of dynamic absorbers are installed as those makes the space which is almost same as the space between the loop and the node of the quenching target mode, higher quenching effect is obtained. (3) When the two dynamic vibration absorbers are optimally designed, the natural frequency ratios and the damping ratios are almost the same as when imperfect mass and elastic supports are not used.

**Key words:** motor, inverter motor, forced vibration, imperfect mass, spring support, dynamic absorber.

### 1. 諸言

電動機では、固定子と回転子間に作用している電磁力により固定子が振動し、電磁騒音<sup>1),2)</sup>が発生することがある。また、インバータ制御された電動機では駆動回転数が広範囲で変わるため防振が難しくなっている。電動機の制振のために動吸振器などの制振装置を使うことも考えられるが、電動機では空間に分布した電磁力が回転することにより固定子鉄心の振動モードも回転し、振動モードが空間に固定されないため、制振が困難となる<sup>3)</sup>。このような状況の中、著者らは一対や複数対の動吸振器を用いる方法を提案し、理論解析からその有効性を示した<sup>4)~6)</sup>。さらに、固定子が軸対象構造であることを利用し、一対の動吸振器に加え、

固定子外周に設置された部品を均一な円環である固定子上に存在する不均一質量として考え、また、実際の多くの電動機の設置方法として用いられている脚部を弾性支持と考え、これらも併せて制振の観点から利用することにより、制振効果のさらなる向上を得た<sup>7)</sup>。本研究は、その最適設計について調べることを目的とする。すなわち、具体的に選定すべき固有振動数比や減衰比の値を明らかにする。

### 2. 解析モデルと運動方程式

ハンマリング試験の結果、電動機固定子の電磁振動が問題となる振動数範囲には、軸方向に節があるモードは存在しないことがわかった<sup>4)</sup>。よって、本研究で

令和元年12月20日受理

\* システム科学部門 (Division of System Science)

\*\* 総合工学専攻 (Department of Advanced Engineering)

\*\*\* 東芝三菱電機産業システム (株) (Toshiba Mitsubishi Electric Industrial Systems Corporation)

は簡単のために電動機固定子を変位の軸方向の分布を考えない図1に示すような一様な円環で近似する。固定子には、円周方向の $\alpha = \alpha_l (l=1, \dots, L)$ の位置に $L$ 個の不均一質量を設置する。また、固定子の外周の $\theta = \beta_n (n=1, \dots, N)$ の位置に $N$ 個の弾性支持を設置している。例えば、支持脚もその例である。さらに、 $\theta = \theta_j (j=1, 2, \dots, J)$ の位置に動吸振器を設置する。

固定子の半径方向の変位 $u$ は、 $M$ 個の振動モードを考慮するとき、次式で表される<sup>4),8)</sup>。

$$u = \sum_{i=1}^M (a_i \cos i\theta + b_i \sin i\theta) \quad (1)$$

ここに

- $\theta$  : 円周方向の座標
- $i$  : 円周方向の振動モードを表す整数  
( $i=1, \dots, M$ )
- $a_i$  :  $\theta=0$ に腹をもつモード $i$ の変位
- $b_i$  :  $\theta=\pi/(2i)$ に腹をもつモード $i$ の変位

電動機に作用する外力として一般的なものは半径方向に作用する力が円周方向に分布するとともに円周方向に回転するものであるため、それを次式で表す<sup>1),3)</sup>。

$$F(\theta, t) = F_s \cos(\Omega_s t + s\theta) \quad (2)$$

ここに

- $s$  : 電磁力のモードを表す整数
- $\Omega_s$  : モード $s$ をもつ電磁力の角振動数
- $F_s$  : モード $s$ の電磁力の振幅

実際の電磁力は多くの振動数成分を含むが、簡単のため $\Omega_s$ の成分のみ作用する場合を考える。一例として、 $s=2$ のときの電磁力を図2に示している。不均一質量、弾性支持、動吸振器を設置した固定子の $\cos i\theta$ モードの変位 $a_i$ 、 $\sin i\theta$ モードの変位 $b_i$ 、および、動吸振器の運動方程式( $j=1, 2, \dots, J$ )は次式となる<sup>4),6)</sup>。また、主系と動吸振器に粘性減衰力が作用するとしている。

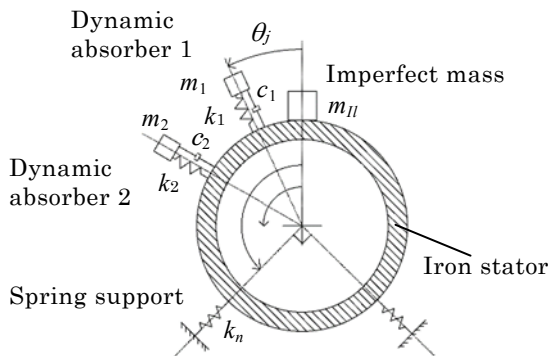


Fig. 1 電動機固定子の制振モデル図

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{i^2}\right) \pi r \rho A \ddot{a}_i + c_{0i} \dot{a}_i + (1 - i^2)^2 EI \frac{\pi}{r^3} a_i \\ & + \sum_{l=1}^L m_{II} \cos i\alpha_l (\ddot{a}_i \cos i\alpha_l + \ddot{b}_i \sin i\alpha_l) \\ & + \sum_{j=1}^J c_j \cos i\theta_j \{(\dot{a}_i \cos i\theta_j + \dot{b}_i \sin i\theta_j) - \dot{x}_j\} \\ & + \sum_{j=1}^J k_j \cos i\theta_j \{(a_i \cos i\theta_j + b_i \sin i\theta_j) - x_j\} \\ & + \sum_{n=1}^N k_n \cos i\beta_n (a_i \cos i\beta_n + b_i \sin i\beta_n) \\ & = \pi F_s \cos \Omega_s t \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{i^2}\right) \pi r \rho A \ddot{b}_i + c_{0i} \dot{b}_i + (1 - i^2)^2 EI \frac{\pi}{r^3} b_i \\ & + \sum_{l=1}^L m_{II} \sin i\alpha_l (\ddot{a}_i \cos i\alpha_l + \ddot{b}_i \sin i\alpha_l) \\ & + \sum_{j=1}^J c_j \sin i\theta_j \{(\dot{a}_i \cos i\theta_j + \dot{b}_i \sin i\theta_j) - \dot{x}_j\} \\ & + \sum_{j=1}^J k_j \sin i\theta_j \{(a_i \cos i\theta_j + b_i \sin i\theta_j) - x_j\} \\ & + \sum_{n=1}^N k_n \sin i\beta_n (a_i \cos i\beta_n + b_i \sin i\beta_n) \\ & = -\pi F_s \sin \Omega_s t \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & m_j \ddot{x}_j + c_j \{\dot{x}_j - (\dot{a}_i \cos i\theta_j + \dot{b}_i \sin i\theta_j)\} \\ & + k_j \{x_j - (a_i \cos i\theta_j + b_i \sin i\theta_j)\} = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

ここに

- $r$  : 固定子（円環）の半径
- $E$  : 縦弾性係数
- $A$  : 断面積（長方形断面の場合は円環の厚さと軸方向長さの積）
- $I$  : 円環の面に垂直な主軸に関する断面二次モーメント
- $m_{II}$  :  $\theta = \alpha_l$ に設置した不均一質量の質量

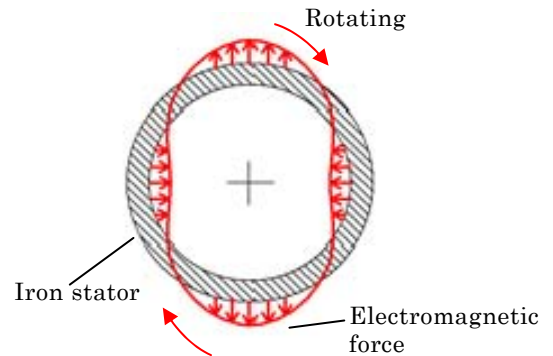


Fig. 2 電磁力( $s=2$ )

- $\rho$  : 固定子の密度
- $c_{0i}$  : 固定子の  $i$  次モードの粘性減衰係数  
( $i=1,2,\dots,M$ )  
( $l=1,2,\dots,L$ )
- $k_n$  :  $\theta = \beta_n$  に設置した弾性支持のばね定数  
( $n=1,2,\dots,N$ )
- $m_j$  :  $\theta = \theta_j$  に設置した動吸振器の質量  
( $j=1,2,\dots,J$ )
- $x_j$  :  $\theta = \theta_j$  に設置した動吸振器の変位  
( $j=1,2,\dots,J$ )
- $c_j$  :  $\theta = \theta_j$  に設置した動吸振器の粘性減衰係数 ( $j=1,2,\dots,J$ )
- $k_j$  :  $\theta = \theta_j$  に設置した動吸振器のばね定数  
( $j=1,2,\dots,J$ )

### 3. 数値解析結果

以下、共振点付近のある程度広い領域における制振を考える。ここでは、一对の動吸振器、1個の不均一質量、2個の弾性支持の組み合わせによる制振効果を調べる。制振対象は  $i=2$  のモードとし、 $i=5$  の場合を扱う。式(3)から式(5)の定常解を次式のようにおく。

$$a_2 = A_1 \cos \Omega_2 t + B_1 \sin \Omega_2 t \quad (6)$$

$$b_2 = A_2 \cos \Omega_2 t + B_2 \sin \Omega_2 t \quad (7)$$

$$x_1 = A_3 \cos \Omega_2 t + B_3 \sin \Omega_2 t \quad (8)$$

$$x_2 = A_4 \cos \Omega_2 t + B_4 \sin \Omega_2 t \quad (9)$$

式(6)から(9)を式(3)から式(5)に代入し、各式の  $\cos \Omega_2 t$ 、 $\sin \Omega_2 t$  の係数を両辺比較することにより、 $A_1 \sim A_4$ 、 $B_1 \sim B_4$  に関する連立方程式を求め、それらを解いて  $A_1 \sim A_4$ 、 $B_1 \sim B_4$  を求めることにより定常解を得る。

以下の共振曲線では、縦軸は次式で示すように、式(1)で表される半径方向の変位  $u$  の2乗を空間と時間で平均したものを  $(F_2 \pi / k_{02})^2$  で除して無次元化したもので定義している ( $k_{02} = 9EI\pi / r^3, T = 2\pi / \Omega_2$ )。

$$A^2 = \frac{1}{T \cdot 2\pi} \int_0^T \int_0^{2\pi} u^2 d\theta dt \Big/ (F_2 \pi / k_{02})^2 \quad (10)$$

また、横軸も  $\nu = \Omega_2 / \omega_{02}$  として電磁力の角振動数を2次モードの固有角振動数で無次元化している。ここに、 $\omega_{02}^2 = 36EI / 5\rho A r^4$  である。よって、横軸の  $\nu=1$  が主系の無次元固有角振動数、つまり、共振点となる。数値計算においては主系の減衰比を 0.02 とする。

一对の動吸振器、1個の不均一質量、および2個の弾性支持の組み合わせによる制振の基本原則を以下に述べる。まず、動吸振器のみを用いた主系の共振点付近の広い振動数領域における制振の原理の概略は、質量とばね要素からなる動吸振器により元の共振点を振動数の離れた2つの共振点に分離すること、および、減衰要素の追加によりそれら2つの共振振幅を同程度に低くすることである。一方、電動機固定子の場合、軸対象な構造ゆえにその半径方向変位の円周方向の分布である振動モードは式(1)で示したように  $\cos$  モードと  $\sin$  モードの和として表せるので、それぞれのモード用に1つずつ、すなわち、一对の動吸振器を用いて制振することになる。このとき、固定子の振動は  $\cos$  モードと  $\sin$  モードの和になるので、 $\cos$  モードと  $\sin$  モードの共振点を離すと制振効果がさらに高くなる。よって、不均一質量で  $\cos$  モードと  $\sin$  モードのどちらか一方のモードの固有振動数を低くし、2個の弾性支持で他方のモードの固有振動数を高くした状態で一对の動吸振器を用いることにより、制振効果が動吸振器のみの場合より高くなることが予想される。

数値計算においては、以下のように設定した。一对の動吸振器のうち動吸振器1は  $\theta=0^\circ$  の位置に設置し、動吸振器2はそれより  $\Delta\theta$  離れた位置に設置する。動吸振器と主系の質量比は一对の合計で 0.04 とした ( $\mu_1 + \mu_2 = 0.04, \mu_1 = m_1 / m_{02}, \mu_2 = m_2 / m_{02}, m_{02} = 5\pi r \rho A / 4$ )。また、1個の不均一質量は  $\alpha_1 = 0^\circ$  の位置に、質量比  $\mu_1 = 0.05$  で設置する。2個の弾性支持は固定子に対する剛性の比を  $\kappa_1 = \kappa_2 = 0.025$  とし、 $\beta_1 = 135^\circ, \beta_2 = 225^\circ$  の位置に設置する。

最適設計における最適の定義は、共振点を含むある程度幅広い振動数領域（ここでは  $\nu = 0.8 \sim 1.2$  とした）における式(10)で表される振幅の最大値が最小となることとした。2個の動吸振器の固有角振動数比と減衰比を互いに異なる値とするとともに、加えて2個の動吸振器の質量比が異なる場合についてもその最適な値を求めた。一对の動吸振器の各設置間隔について固有角振動数比、減衰比、質量比を 0.0001 間隔で変化させ全ての組み合わせについて調べた。

図3に不均一質量と弾性支持を用いず、2個の動吸振器を円周方向に  $45^\circ$  の間隔で設置し、最適設計した時の共振曲線を示す。図4には1個の不均一質量と2個の弾性支持を用い、2個の動吸振器を円周方向に  $45^\circ$  の間隔で設置し、最適設計した時の共振曲線を示している。図中の青色の破線は  $\cos$  モードのみ抽出したと

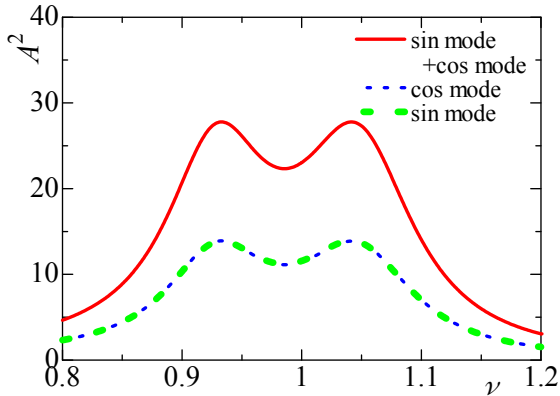


Fig. 3 動吸振器 2 個 ( $\angle\theta=45^\circ$ ) の場合の共振曲線

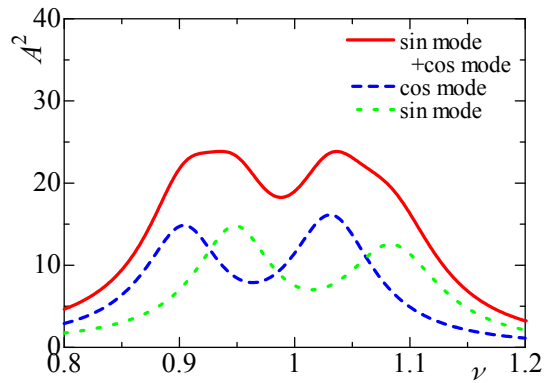
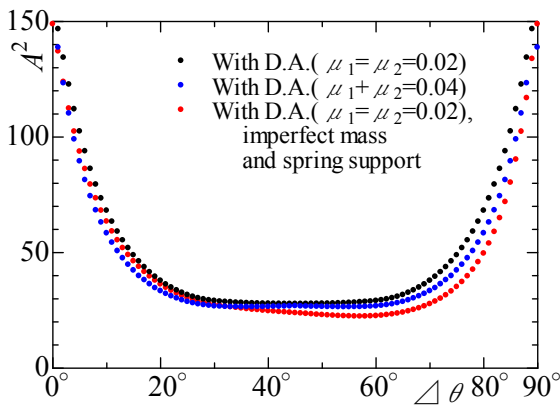
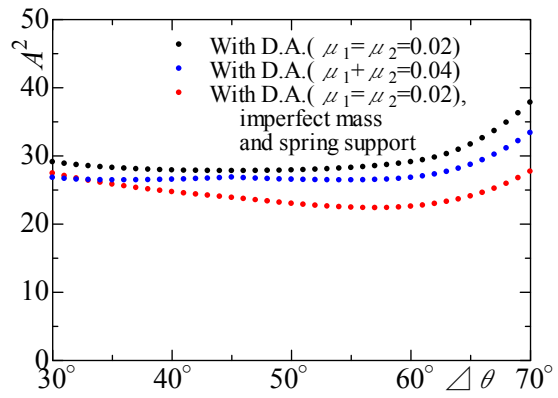


Fig. 4 動吸振器 2 個 ( $\angle\theta=45^\circ$ ), 不均一質量, ばね支持を設置した場合の共振曲線



(a) 全体図



(b) 拡大図

Fig. 5 動吸振器の設置間隔と最大振幅の関係

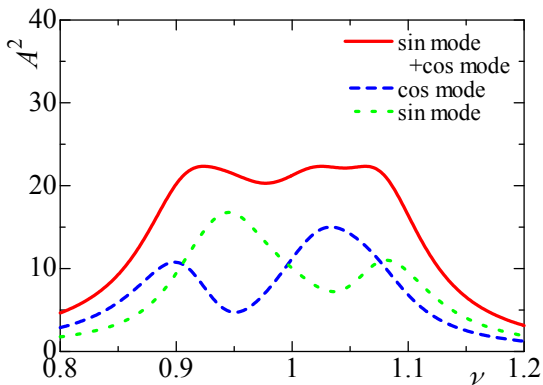


Fig. 6 動吸振器 2 個 ( $\angle\theta=57^\circ$ ), 不均一質量, ばね支持を設置した場合の共振曲線

きの値, 緑色の点線は sin モードのみを抽出したときの値, 赤色の実線は cos モードと sin モードの和である固定子の振幅を表している. 図 3 と図 4 から, 設置間隔  $45^\circ$  のときは共振曲線における最大振幅は図 4 の

ように動吸振器だけでなく, 不均一質量と弾性支持も併用した方が低く, 制振効果が向上することがわかる.

図 5 に一對の動吸振器の各設置間隔において, 前述の定義による最適設計をした時の共振曲線上の最大の振幅を示している. 図の黒色の丸印は最適な固有角振動数比, 減衰比の動吸振器 2 個のみを使用した場合, 青色の丸印は 2 個の動吸振器の質量比が異なる場合, 赤色の丸印は不均一質量, 弾性支持を設置した場合の一對の動吸振器を使用した場合である. 図 5 から,  $32^\circ\sim 85^\circ$  においては動吸振器だけでなく, 不均一質量, 弾性支持も併用した方が制振効果が高くなることがわかる. 動吸振器の設置間隔  $0^\circ\sim 31^\circ, 86^\circ\sim 90^\circ$  においては動吸振器のみの方が制振効果が高いが, 不均一質量, 弾性支持も併用し, 動吸振器の設置間隔をおよそ  $40^\circ\sim 65^\circ$  とすると総じて高い制振効果が得られる. また,

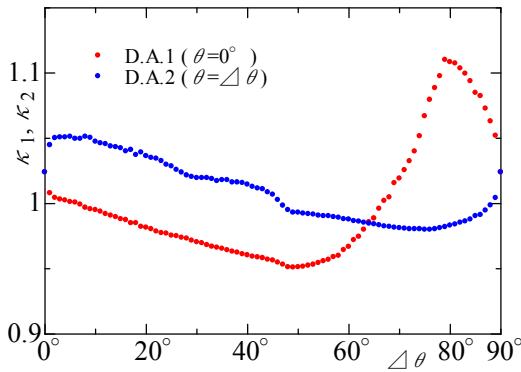


Fig. 7 動吸振器の設置間隔と固有角振動数比の最適値の関係

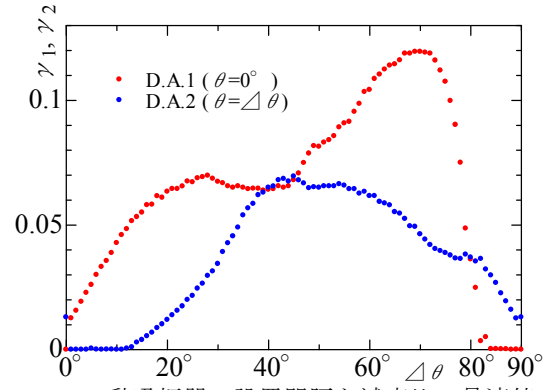


Fig. 8 動吸振器の設置間隔と減衰比の最適値の関係

図5からわかるように一対の動吸振器の質量比も最適化した方が制振効果は高いので、最終的には固有振動数比、減衰比、質量比、不均一質量、弾性支持の全てを最適化するとよいと思われるが、膨大な計算が必要であり、現実的ではない。図6に不均一質量と弾性支持を用い、動吸振器の設置間隔を最も制振効果が大きい57°としたときの主系の共振曲線を示す。cosモードの2個の共振点とsinモードの2個の共振点、計4個の共振点が適度に離れることにより比較的平坦な共振曲線が実現された結果、最大振幅が小さくなっている。

図7, 8に一対の動吸振器 ( $\mu_1=\mu_2=0.02$ ) の各設置間隔において最適設計を行った時の最適固有角振動数比と最適減衰比を示している。各図において、赤色の丸印は  $\theta=0^\circ$  の位置に設置された動吸振器1、青色の丸印はそれより  $\Delta\theta$  離れた位置に設置された動吸振器2の最適値を示している。通常、一対の動吸振器のみで制振する場合、このような図は  $\Delta\theta=45^\circ$  で左右対称な図になるが<sup>5)6)</sup>、不均一質量、弾性支持を設置すると図7のように左右対称とならない。図7から固有振動数比の最適値について以下のことがわかる。動吸振器1の最適値は、設置間隔  $\Delta\theta$  が0のときの1よりわずかに大きな値から  $\Delta\theta=50^\circ$  近くの約0.95まで減少する。その後、 $\Delta\theta=78^\circ$  近くの約1.13まで急激に大きくなり、再び  $\Delta\theta=90^\circ$  での約1.05まで減少する。一方、動吸振器2の最適値は、設置間隔  $\Delta\theta$  が0のときの約1.05から約  $\Delta\theta=75^\circ$  の約0.98まで減少し、動吸振器1とは逆に  $\Delta\theta=90^\circ$  まで増加する。最も制振効果が大きい

57°付近ではいずれの動吸振器の固有振動数比も1より小さな値となっている。この設置間隔付近を除けば固有振動数比は1より大きく、不均一質量や弾性支持がない時の傾向と同様であり、不均一質量や弾性支持の影響を大きくは受けていない。

図8から減衰比の最適値については以下のことがわかる。動吸振器1と2の最適値はいずれ  $\Delta\theta=0^\circ$  のときの0に近い値から  $\Delta\theta=40^\circ$  前後まで大きくなり減衰比は0.06~0.07の値が最適となる。動吸振器1の最適値は約  $\Delta\theta=70^\circ$  での約0.12まで大きくなり、設置間隔83°からほぼ0になっている。動吸振器2の減衰比は  $\Delta\theta=40^\circ$  から  $90^\circ$  の間で減少していき、 $\Delta\theta=90^\circ$  で約0.012になっている。図の減衰比の特性は  $\Delta\theta=45^\circ$  で左右対称な特性にはなっていないが、2つの動吸振器の減衰比の平均的な値が  $\Delta\theta=45^\circ$  付近で最大、 $\Delta\theta=0^\circ, 90^\circ$  で最小という傾向は不均一質量や弾性支持がない時の傾向と同様である。

#### 4. 結言

電動機固定子外周に設置された1個の不均一質量、2個の弾性支持および一対の動吸振器を用いて電動機固定子を制振する問題について、最適設計の観点から調べた結果は以下のようにまとめられる。

- (1) 動吸振器に加えて、不均一質量と弾性支持も併用することにより制振効果が向上する場合がある。
- (2) 不均一質量と弾性支持をそれぞれcosモードとsinモードの一方と他方に有効な位置に配置し、一対の動吸振器を制振対象モードの腹と節の間

隔付近に設置すると、動吸振器のみの場合よりも制振効果が高くなる。

- (3) 2つの動吸振器を最適設計した時の固有振動数比と減衰比は不均一質量と弾性支持がないときとほぼ同様の傾向である。

#### 参考文献

- 1) 堀康郎, 田中基八郎, 電磁振動&騒音設計(2010), pp. 1-2, 丸善.
- 2) 野田伸一, 石橋文徳, 井手勝記, “誘導電動機固定子鉄心の振動応答解析:分布励振と多点励振の振動応答”, 日本機械学会論文集C編, Vol. 59, No. 562(1993), pp. 1650-1656.
- 3) 一文字正幸, 平野俊夫, 池田和憲, 見村勇樹, 片山仁, 村田大輔, 動吸振器を利用したタービン発電機の電磁振動低減法の検討, 日本機械学会, Dynamics and Design Conference, 講演番号 528, (2010).
- 4) 吉武裕, 片原田浩之, 原田晃, 山崎豪, 田中秀樹, 近藤良平, 動吸振器による電動機固定子の制振, 日本機械学会論文集C編, Vol. 79, No. 803(2013), pp. 2286-2297.
- 5) 吉武裕, 片原田浩之, 近藤良平, 野崎優, 山崎豪, 田中秀樹, 複数の動吸振器による電動機固定子の制振, 日本機械学会論文集C編, Vol. 80, No. 818 (2014), DOI: 10. 1299/transjsme. 2014dr0305.
- 6) 南克樹, 片原田浩之, 吉武裕, 串崎祐樹, 森山皓太, 山崎豪, 動吸振器によるインバータモータの制振, 日本機械学会論文集, Vol. 85, No. 872(2019), DOI:10. 1299/transjsme. 18-00307.
- 7) 吉武裕, 南克樹, 片原田浩之, 山崎豪, 電動機固定子の動吸振器・不均一質量・弾性支持による制振, AEM 学会誌投稿中.
- 8) Stephan P. Timoshenko, 工業振動学, (1974), コロナ社, pp. 428-433.