

# 不均一質量とフールドダンパを用いた インバータモータの複数のモードの制振

吉武裕\*・南克樹\*\*・茅原晃希\*\*\*  
片原田浩之\*\*\*\*・山崎豪\*\*\*\*

## Vibration control of mulch modes of inverter motor stator using imperfect mass and Houde dampers

by

Yutaka YOSHITAKE\*, Katsuki MINAMI\*\*, Kohki KAYAHARA  
Hiroyuki KATAHARADA\*\*\*\* and Goh YAMASAKI\*\*\*\*

This paper deals with the quenching problem of electromagnetic vibration of the motor stator in the wide frequency region around two natural frequencies. The iron stator of the inverter motor is modeled by a perfect circular ring. To quench its vibration, single mass is set on the stator, and two Houde dampers are installed on the outside of it. Regarding the vibration control of the ring considering two modes, the effective vibration control method was investigated from the numerical calculation using the ring theory. The results of evaluating the square of the velocity amplitude of the stator related to noise for the second and fourth modes are summarized as follows.; (1) The square value of the velocity amplitude at the resonance point of the fourth order mode is smaller than the value at the resonance point of the second order mode. (2) Adopting an optimal design to reduce the square value of the velocity amplitude at the resonance of the second-order mode is effective for quenching the amplitude of the fourth-order mode. (3) When quenching the second and fourth modes at the same time, it should be designed with priority on quenching the resonance amplitude of the second order mode.

**Key words:** motor, inverter motor, iron stator, forced vibration, imperfect mass, Houde damper.

### 1. 諸言

電動機では、固定子と回転子間に作用している電磁力により固定子が振動し、電磁騒音が発生することがある<sup>1)</sup>。この電磁力は空間に分布し回転するために、固定子鉄心の振動モードも回転し、制振を難しくしている<sup>2),3)</sup>。さらに、インバータ制御された電動機では駆動回転数が広範囲で変わるためその対応も必要になる。著者らは、一対や複数対の動吸振器、フールドダンパを用いる制振方法を提案し、固定子を単純化した2次の振動モードの円環を対象に理論解析と有限要素解

析に基づくシミュレーションからその有効性を示した<sup>4)~6)</sup>。しかしながら、インバータモータのような駆動回転数が広範囲で変わる電動機においては1つのモードに対して制振可能であっても、回転数が変わった際に、他の振動モードで共振が起きてしまう可能性がある。そこで本報告では、インバータモータのような電動機を対象に、円環の2次モードと4次モードの2つのモードを考慮した電動機の制振の可能性について理論解析から調べる。また、2つのモードを対象に、不均一質量とフールドダンパを併用し、制振することを考

令和元年12月20日受理

\* システム科学部門 (Division of System Science)

\*\* 総合工学専攻 (Department of Advanced Engineering)

\*\*\* トヨタ自動車 (株) (Toyota Motor Corporation)

\*\*\*\* 東芝三菱電機産業システム (株) (Toshiba Mitsubishi Electric Industrial Systems Corporation)

える。

2. 解析モデルと運動方程式

簡単のために電動機固定子を変位の軸方向の分布を考えない図1に示すような一様な円環で近似することとする<sup>7)</sup>。電動機固定子には円周方向の $\theta = \alpha_l (l=1, \dots, L)$ の位置に $L$ 個の不均一質量を設置し、また、円周方向の $\theta = \theta_j (j=1, \dots, N)$ に $N$ 個のフードダンパを設置する。

固定子の半径方向の変位 $u$ は、 $M$ 個の振動モードを考慮するとき、次式で表される<sup>6),7)</sup>。

$$u = \sum_{i=1}^M (a_i \cos i\theta + b_i \sin i\theta) \tag{1}$$

ここに

- $\theta$  : 円周方向の座標
- $i$  : 円周方向の振動モードを表す整数 ( $i=1, \dots, M$ )
- $a_i$  :  $\theta=0$ に腹をもつモード $i$ の変位
- $b_i$  :  $\theta=\pi/(2i)$ に腹をもつモード $i$ の変位

電動機に作用する外力として一般的なものは半径方向に作用する力が円周方向に分布するとともに円周方向に回転するものである<sup>1),2)</sup>。

$$F(\theta, t) = F_s \cos(\Omega_s t + s\theta) \tag{2}$$

ここに

- $s$  : 電磁力のモードを表す整数
- $\Omega_s$  : モード $s$ をもつ電磁力の角振動数
- $F_s$  : モード $s$ の電磁力の振幅

実際の電磁力は多くの振動数成分を含むが、簡単のため $\Omega_s$ の成分のみ作用する場合を考える。一例として、 $s=2$ のときの電磁力を図2に示している。不均一質量、フードダンパを設置した固定子の $\cos i\theta$ モードの変位 $a_i$ 、 $\sin i\theta$ モードの変位 $b_i$ 、および、フードダンパの運動方程式( $j=1, \dots, N$ )は次式となる。

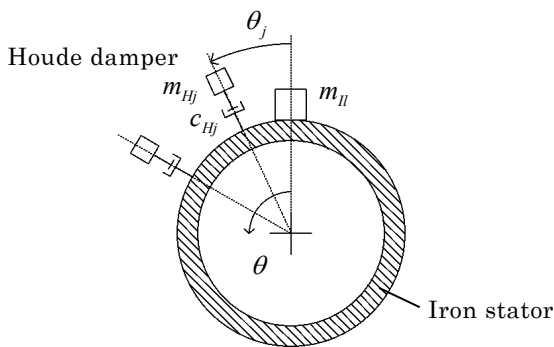


Fig. 1 電動機固定子の制振モデル図

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{i^2}\right) \pi r \rho A \ddot{a}_i + c_{0i} \dot{a}_i + (1 - i^2)^2 EI \frac{\pi}{r^3} a_i \\ & + \sum_{l=1}^L m_{Hl} \cos i\alpha_l (\ddot{a}_i \cos i\alpha_l + \ddot{b}_i \sin i\alpha_l) \\ & + \sum_{j=1}^N c_{Hj} \cos i\theta_j (\dot{a}_i \cos i\theta_j + \dot{b}_i \sin i\theta_j - \dot{x}_j) \\ & = F_i \pi \cos \Omega_i t \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{i^2}\right) \pi r \rho A \ddot{b}_i + c_{0i} \dot{b}_i + (1 - i^2)^2 EI \frac{\pi}{r^3} b_i \\ & + \sum_{l=1}^L m_{Hl} \sin i\alpha_l (\ddot{a}_i \cos i\alpha_l + \ddot{b}_i \sin i\alpha_l) \\ & + \sum_{j=1}^N c_{Hj} \sin i\theta_j (\dot{a}_i \cos i\theta_j + \dot{b}_i \sin i\theta_j - \dot{x}_j) \\ & = -F_i \pi \sin \Omega_i t \end{aligned} \tag{4}$$

$$m_{Hj} \ddot{x}_j + c_{Hj} (\dot{x}_j - (\dot{a}_i \cos i\theta_j + \dot{b}_i \sin i\theta_j)) = 0 \tag{5}$$

ここに

- $r$  : 円環の半径
- $E$  : 縦弾性係数
- $A$  : 断面積
- $I$  : 環の面に垂直な主軸に関する断面二次モーメント
- $\rho$  : 密度
- $c_{0i}$  : モード $i$ の粘性減衰係数 ( $i=1, \dots, M$ )
- $x_j$  :  $\theta = \theta_j$ に設置したフードダンパの変位
- $c_{Hj}$  :  $\theta = \theta_j$ に設置したフードダンパの粘性減衰係数 ( $j=1, \dots, N$ ) ( $c_{Hj} = 2\gamma_H m_{Hj} \omega_n$ )
- $m_{Hj}$  :  $\theta = \theta_j$ に設置したフードダンパの質量
- $m_{Hl}$  :  $\theta = \alpha_l$ に設置した不均一質量の質量 ( $l=1, \dots, L$ )

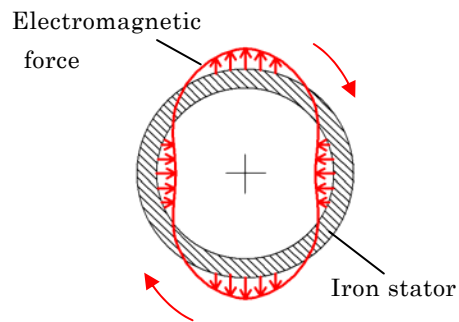


Fig. 2 電磁力( $s=2$ )

3. 数値解析結果

以下、共振点付近のある程度広い領域における制振を考える。ここでは、2個のフードダンパ、1個の不均一質量の組み合わせによる制振効果を調べる。制振対象は*i*=2, 4の2つのモードとし、*i*=*s*の場合を扱う。ここでまず、*i*=2のモードの場合、式(3)から式(5)の定常解を次式のようにおく。

$$a_2 = A_1 \cos \Omega_2 t + B_1 \sin \Omega_2 t \tag{6}$$

$$b_2 = A_2 \cos \Omega_2 t + B_2 \sin \Omega_2 t \tag{7}$$

$$x_1 = A_3 \cos \Omega_2 t + B_3 \sin \Omega_2 t \tag{8}$$

$$x_2 = A_4 \cos \Omega_2 t + B_4 \sin \Omega_2 t \tag{9}$$

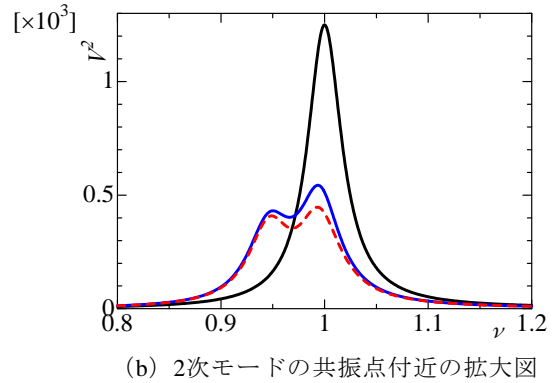
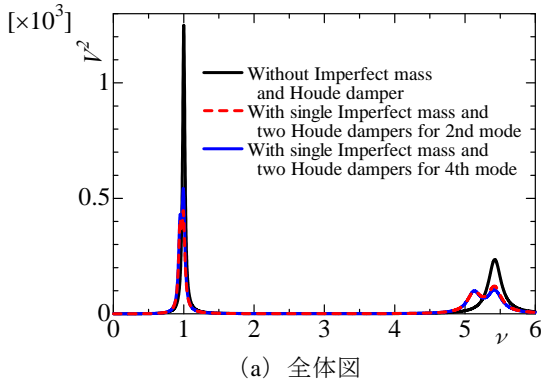


Fig. 3 共振曲線 ( $\mu_{H1}=\mu_{H2}=0.025, \theta_1=0^\circ, \theta_2=56^\circ$ ) , ( $\mu_{H1}=\mu_{H2}=0.025, \theta_1=0^\circ, \theta_2=28^\circ$ )

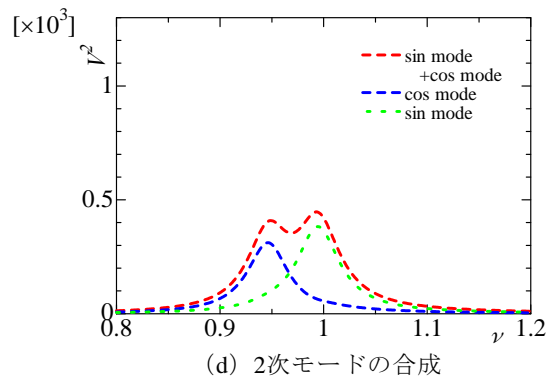
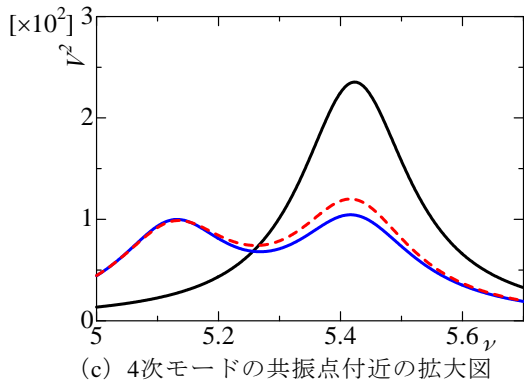


Fig. 3 共振曲線 ( $\mu_{H1}=\mu_{H2}=0.025, \theta_1=0^\circ, \theta_2=56^\circ$ ) , ( $\mu_{H1}=\mu_{H2}=0.025, \theta_1=0^\circ, \theta_2=28^\circ$ )

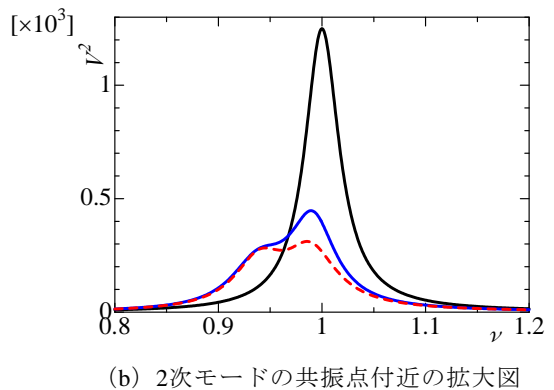
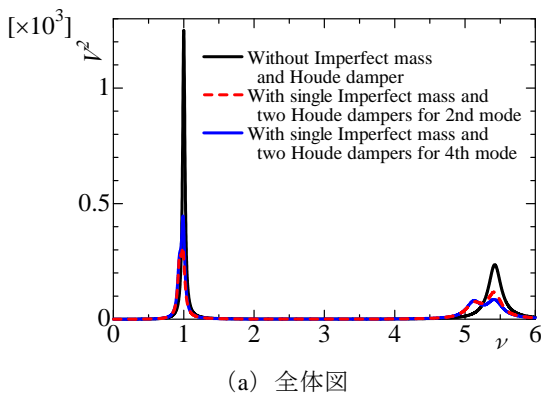
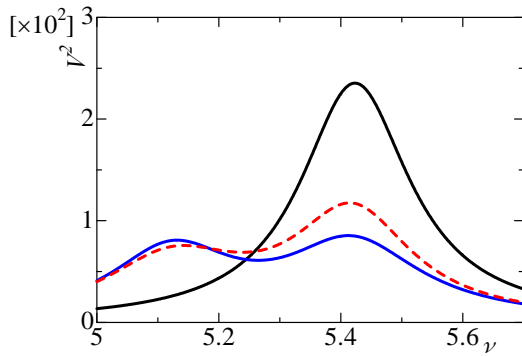
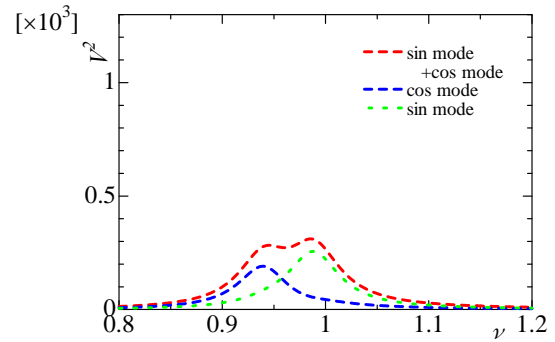


Fig. 4 共振曲線 ( $\mu_{H1}=\mu_{H2}=0.05, \theta_1=0^\circ, \theta_2=54^\circ$ ) , ( $\mu_{H1}=\mu_{H2}=0.05, \theta_1=0^\circ, \theta_2=27^\circ$ )



(c) 4次モードの共振点付近の拡大図



(d) 2次モードの合成

Fig. 4 共振曲線 ( $\mu_{H1}=\mu_{H2}=0.05, \theta_1=0^\circ, \theta_2=54^\circ$ ), ( $\mu_{H1}=\mu_{H2}=0.05, \theta_1=0^\circ, \theta_2=27^\circ$ )

式(6)から(9)を式(3)から式(5)に代入し、各式の  $\cos \Omega_2 t$ ,  $\sin \Omega_2 t$  の係数を両辺比較することにより,  $A_1 \sim A_4$ ,

$B_1 \sim B_4$  に関する連立方程式を求め、それを解いて  $A_1 \sim A_4$ ,  $B_1 \sim B_4$  を求めることにより定常解を得る.

以下の共振曲線では、2次モードを基準とし、縦軸は次式で示すように、式(1)に示す半径方向の変位  $u$  の微分で表される半径方向速度  $\dot{u}$  の2乗を空間と時間で平均したものを  $(F_2 \pi \omega_{02} / k_{02})^2$  で除して無次元化したもので定義している ( $k_{02} = 9EI\pi / r^3, T = 2\pi / \Omega_2$ ). 半径方向速度で評価することにより、振動振幅でなく、騒音として問題をとらえ、低騒音化することを考える.

$$V^2 = \frac{1}{T \cdot 2\pi} \int_0^T \int_0^{2\pi} \dot{u}^2 d\theta dt / (F_2 \pi \omega_{02} / k_{02})^2 \quad (10)$$

また、横軸も  $\nu = \Omega_2 / \omega_{02}$  として電磁力の角振動数を2次モードの固有角振動数で無次元化している

( $\omega_{02}^2 = 36EI / 5\rho A r^4$ ). よって、横軸の  $\nu = 1.0$  が主系の2次モードの無次元固有角振動数となる. なお、以下の数値解析では  $i=2, 4$  のモードの減衰比は0.02、フードダンパの減衰比  $\gamma_H$  は全て最適値に近い0.5を用いた. また、1個の不均一質量は  $\alpha_1 = 0^\circ$  の位置に、 $\mu_f = 0.1$  質量比で設置する.

1個の不均一質量と2個のフードダンパを設置したときの代表的な共振曲線を図3、図4に示す. いずれの場合についても図(a)は全体図、図(b)は2次モードの共振点付近の拡大図、図(c)は4次モードの共振点付近の拡大図、図(d)は2次モードの共振曲線をcosモードとsinモードの合成として表した図である.

図3に質量比0.1の不均一質量1個を  $\alpha_1 = 0^\circ$  の位置に設置し、質量比0.025のフードダンパ2個を設置した時の共振曲線を示す. 黒色の実線 (Without Imperfect mass and Houde damper) は固定子のみの場合、

赤色の破線は  $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 56^\circ$  の位置にフードダンパを設置した場合、青色の実線は  $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 28^\circ$  の位置にフードダンパを設置した場合の共振曲線である. また、赤色の破線は2次モードの最大振幅が最小になるようにフードダンパを最適な位置に設置しており、青色の実線は4次モードの最大振幅が最小になるようにフードダンパを最適な位置に設置した場合を示している.

図(d)は  $\theta_1 = 0^\circ, \theta_2 = 56^\circ$  の位置にフードダンパを設置した場合であるが、青色の破線はcosモードのみ抽出した時の値、緑色の点線はsinモードのみを抽出した時の値、赤色の破線はcosモードとsinモードの和である固定子の振幅を表している. 図3(d)から、 $\alpha_1 = 0^\circ$  の位置に設置した不均一質量によりcosモード成分のみその固有振動数、すなわち、共振点が低くなっていることがわかる. これにより、cosモードとsinモードの共振点がずれるため、cosモードとsinモードを合成したときの共振曲線は共振点付近の広い振動数領域でピークの値はかなり低くなっていることがわかる. このような制振は、通常の振動系では減衰のある動吸振器を用いることにより可能となるが、円環の場合、元々cosモードの応答とsinモードの応答の合成として、振動応答が表されるため、フードダンパに加えて、不均一質量も追加することにより両者の固有振動数を異なる値として共振ピークをずらすことにより、広い振動数領域で制振できることが特徴である. また、図3(b)の拡大図より、赤の破線はフードダンパを2次モードに最適な位置に配置しているため、青の実線に比べより2つのピークの大きさが近い値になっており、制振効果が高いことがわかる. フードダンパの設置位置も2次の振動モードの腹と節の間隔である、 $\Delta\theta = 45^\circ$  に近い値となっている. また、図3(c)の拡大図より、青の実線はフードダンパを4次モードに最適な位置に配置しているため、赤の破線に比べより2つのピークの大きさが近い値になっており、制振効果が高いこと

がわかる。フードダンパの設置位置も4次の振動モードの腹と節の間隔である、 $\Delta\theta=22.5^\circ$ に近い値となっている。2次モードの共振点付近の振幅を低くするように最適設計したときでも4次モードも程度制振されていることが図3(a), (b)からわかる。

図4は質量比0.1の不均一質量1個を $\alpha_1=0^\circ$ の位置に設置し、質量比0.05のフードダンパ2個を設置した時の共振曲線である。赤色の破線は $\theta_1=0^\circ$ ,  $\theta_2=54^\circ$ の位置にフードダンパを設置した場合、青色の実線は $\theta_1=0^\circ$ ,  $\theta_2=27^\circ$ の位置にフードダンパを設置した場合の共振曲線である。また、図3同様に、赤色の破線は2次モードの最大振幅が最小になるようにフードダンパを最適な位置に設置しており、青色の実線は4次モードの最大振幅が最小になるようにフードダンパを最適な位置に設置した場合を示している。図4(d)から、図3(d)同様に $\alpha_1=0^\circ$ の位置に設置した不均一質量によりcosモード成分のみ固有振動数が低くなっていることがわかる。固定子のみの場合と比べると最大振幅が赤の破線の場合では、約30%程度まで振幅が下がっていることがわかる。また、図4(b)の拡大図より、図3(b)同様に、赤の破線はフードダンパを2次モードに最適な位置に配置しているため、青の実線に比べより2つのピークの高さが近い値になっており、制振効果が高いことがわかる。また、図4(c)の拡大図より、青の実線はフードダンパを4次モードに最適な位置に配置しているため、赤の破線に比べより2つのピークの大きさが近い値になっており、制振効果が高いことがわかる。また、図3と図4を比較すると、フードダンパの質量比が大きいほど制振効果が高いことがわかる。

以上より、 $i=2$ と $i=4$ の2つのモードが同時に発生する可能性がある場合は、2次モードの振動が現象をほぼ支配しているため、2次モードの共振点付近の振幅を下げるように最適設計するべきである。そのような設計でも4次モードの制振もある程度可能であるのも理由として挙げられる。

#### 4. 結言

インバータモータのように回転数の広い範囲でモータを使用する場合を想定し、2つのモードを考慮した円環の制振について、円環理論を用いた数値計算から効果的な制振方法について調べた。2次モードと4次モードを対象に、騒音に関する固定子の速度振幅の2乗で評価した結果は以下のようにまとめられる。

- (1) 4次モードの共振点での速度振幅の2乗値は、2次モードの共振点での値に比べて小さい値である。
- (2) 2次モードの共振時の速度振幅の2乗値を下げるための最適設計を採用しても4次モードの制振に

効果がある。

- (3) 2次モードと4次のモードを同時に制振する場合は、2次モードの共振振幅を下げることを優先して設計するとよい。

#### 参考文献

- 1) 堀康郎, 田中基八郎, 電磁振動&騒音設計(2010), pp.1-2, 丸善.
- 2) 一文字正幸, 平野俊夫, 池田和憲, 見村勇樹, 片山仁, 村田大輔, 動吸振器を利用したタービン発電機の電磁振動低減法の検討, 日本機械学会, Dynamics and Design Conference 2010(2010), Paper No. 528.
- 3) 野田伸一, 石橋文徳, 井手勝記, 誘導電動機固定子鉄心の振動応答解析:分布励振と多点励振の振動応答, 日本機械学会論文集C編, Vol.59, No.562(1993), pp.1650-1656.
- 4) 吉武裕, 片原田浩之, 原田晃, 山崎豪, 田中秀樹, 近藤良平, 動吸振器による電動機固定子の制振, 日本機械学会論文集C編, Vol.79, No.803(2013), pp.2286-2297.
- 5) 吉武裕, 片原田浩之, 近藤良平, 野崎優, 山崎豪, 田中秀樹, 複数の動吸振器による電動機固定子の制振, 日本機械学会論文集C編, Vol.80, No.818 (2014), DOI: 10.1299/transjsme.2014dr0305.
- 6) Timoshenko, S.P., Young, D.H. and Weaver, W. JR., Vibration problems in engineering (1974), pp.476- 481, John Wily and Sons.
- 7) 吉武裕, 田川夏湖, 片原田浩之, 茅原晃希, 野崎優, 山崎豪, 不均一質量とフードダンパによるインバータモータの制振, 日本機械学会論文集, Vol.82, No.834 (2015), DOI: 10.1299/transjsme.15- 00402.