

# フールドアンパと不均一質量を用いた インバータモータの制振 (有限要素解析結果)

吉武裕\*・田川夏湖\*\*・茅原晃希\*\*  
片原田浩之\*\*\*・野崎優\*\*\*・山崎豪\*\*\*

## Vibration control of inverter motor stator using Houde dampers and added mass (Analysis by finite element method)

by

Yutaka YOSHITAKE\*, Natsumi TAGAWA\*\*, Koki KAYAHARA\*\*,  
Hiroyuki KATAHARADA\*\*\*, Suguru NOZAKI\*\*\*, and Goh YAMASAKI\*\*\*

This paper deals with the quenching problem of vibration of the inverter motor stator caused by the rotating distributed electromagnetic force by using both Houde dampers and added mass. The solutions of forced vibration are obtained by the finite element method and the ring theory. The following were made clear; (1) By setting two Houde dampers and single mass on the stator, the vibration of motor stator is quenched over wide frequency region around resonance. (2) By setting single Houde damper and single mass, the vibration of motor stator is quenched also. (3) The results by the ring theory coincide with those by the finite element method qualitatively. (4) The maximum difference between the amplitudes obtained by the finite element method and those by the ring theory is almost 10%.

**Key words:** *Motor, Inverter Motor, Iron Stator, Forced Vibration, Imperfect mass, Houde damper.*

### 1. 諸言

電動機では、固定子と回転子間に作用している電磁力により固定子が振動し、電磁騒音が発生することがある<sup>1)</sup>。この電磁力は空間に分布し回転するために、固定子鉄心の振動モードも回転するので、制振は困難であったが<sup>2)3)</sup>、著者らは、一対や複数対の動吸振器を用いる制振方法を提案し、理論解析と有限要素解析に基づくシミュレーションからその有効性を示した<sup>4)~6)</sup>。しかしながら、電磁騒音が高周波の場合、動吸振器の固有振動数をそれに合わせて高くしなければならず、電動機が大型の場合、動吸振器の質量も重くする必要があり、製作が極めて困難である。そこで、不均一質量とフールドアンパという極めて現実的な制振

方法を提案し、インバータモータのような広い回転数領域での固定子の制振の可能性について理論解析から有効性を示した<sup>7)</sup>。本報告では有限要素解析からその有効性を検証する。

### 2. 解析モデル

本報告では有限要素解析結果を円環理論と比較するために、まず、円環理論を用いた解析モデルとその解析解の導出方法について簡単に述べる。電動機固定子を変位の軸方向の分布を考えない図1に示すような一様な円環で近似する。また、不均一質量が円環の固有モードには影響を及ぼさず、不均一質量は単に慣性力として作用すると仮定する。電動機固定子には円周方

平成 28 年 1 月 4 日受理

\* システム科学部門 (Division of System Science)

\*\* 総合工学専攻 (Department of Advanced Engineering)

\*\*\* 東芝三菱電機産業システム (株) (Toshiba Mitsubishi Electric Industrial Systems Corporation)

向の  $\alpha = \alpha_l (l=1, \dots, L)$  の位置に  $L$  個の不均一質量が存在している。

固定子の半径方向の変位  $u$  は、 $M$  個の振動モードを考慮するとき、次式で表せる<sup>4)8)</sup>。

$$u = \sum_{i=1}^M (a_i \cos i\theta + b_i \sin i\theta) \quad (1)$$

ここに

- $\theta$  : 円周方向の座標
- $i$  : 円周方向の振動モードを表す整数  
( $i=1, \dots, M$ )

$a_i$  :  $\theta=0$  に腹をもつモード  $i$  の変位

$b_i$  :  $\theta=\pi/(2i)$  に腹をもつモード  $i$  の変位

電動機に作用する外力として一般的なものは半径方向に作用する力が円周方向に分布するとともに円周方向に回転するものであるため、それを次式で表す。

$$F(\theta, t) = F_s \cos(\Omega_s t + s\theta) \quad (2)$$

ここに

- $s$  : 電磁力のモードを表す整数
- $\Omega_s$  : モード  $s$  をもつ電磁力の角振動数
- $F_s$  : モード  $s$  の電磁力の振幅

実際の電磁力は多くの振動数成分を含むが、簡単のため  $F_s \cos(\Omega_s t + s\theta)$  の成分のみ作用する場合を考える。また、不均一質量に関する前述の仮定より、固定子の  $\cos i\theta$  モードの変位  $a_i$ 、 $\sin i\theta$  モードの変位  $b_i$ 、および、フーダダンパの運動方程式 ( $j=1, \dots, N$ ) は次式となる。

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{i^2}\right) \pi \rho A \ddot{a}_i + c_{0i} \dot{a}_i + (1-i^2)^2 EI \frac{\pi}{r^3} a_i \\ & + \sum_{l=1}^L m_{ll} \cos i\alpha_l (\ddot{a}_i \cos i\alpha_l + \ddot{b}_i \sin i\alpha_l) \\ & + \sum_{j=1}^N c_{Hj} \cos i\theta_j (\dot{a}_i \cos i\theta_j + \dot{b}_i \sin i\theta_j - \dot{x}_j) \\ & = F_i \pi \cos \Omega_i t \end{aligned} \quad (3)$$

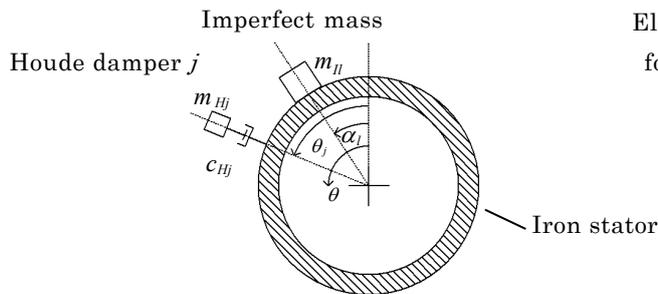


Fig. 1 電動機固定子の制振モデル図

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{i^2}\right) \pi \rho A \ddot{b}_i + c_{0i} \dot{b}_i + (1-i^2)^2 EI \frac{\pi}{r^3} b_i \\ & + \sum_{l=1}^L m_{ll} \sin i\alpha_l (\ddot{a}_i \cos i\alpha_l + \ddot{b}_i \sin i\alpha_l) \\ & + \sum_{j=1}^N c_{Hj} \sin i\theta_j (\dot{a}_i \cos i\theta_j + \dot{b}_i \sin i\theta_j - \dot{x}_j) \\ & = -F_i \pi \sin \Omega_i t \end{aligned} \quad (4)$$

$$m_{Hj} \ddot{x}_j + c_{Hj} \{\dot{x}_j - (\dot{a}_i \cos i\theta_j + \dot{b}_i \sin i\theta_j)\} = 0 \quad (5)$$

ここに

- $r$  : 円環の半径
- $E$  : 縦弾性係数
- $A$  : 断面積
- $I$  : 環の面に垂直な主軸に関する断面二次モーメント
- $\rho$  : 密度
- $u_j$  : フーダダンパ設置位置 ( $\theta=\theta_j$ ) における固定子の半径方向変位
- $c_{0i}$  : モード  $i$  の粘性減衰係数 ( $i=1, \dots, M$ )
- $x_j$  :  $\theta=\theta_j$  に設置したフーダダンパの変位
- $c_{Hj}$  :  $\theta=\theta_j$  に設置したフーダダンパの粘性減衰係数 ( $j=1, \dots, N$ ) ( $c_{Hj} = 2\gamma_H m_{Hj} \omega_n$ )
- $m_{Hj}$  :  $\theta=\theta_j$  に設置したフーダダンパの質量
- $m_{ll}$  :  $\theta=\alpha_l$  に設置した不均一質量の質量

本報告では  $i=2$  のモードを例に取ることとし、不均一質量の影響を考える。

### 3. 固有モード解析

2章の円環理論では、「不均一質量が円環の固有モードには影響を及ぼさず、不均一質量は単に慣性力として作用する」と仮定した。この仮定の精度と限界を確認するために、有限要素法を用いて不均一質量がある円環の固有モード解析を行う。

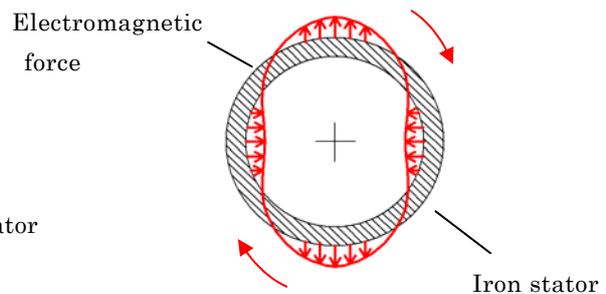


Fig. 2 電磁力( $s=2$ )

## フールドンパと不均一質量を用いたインバータモータの制振（有限要素解析結果）

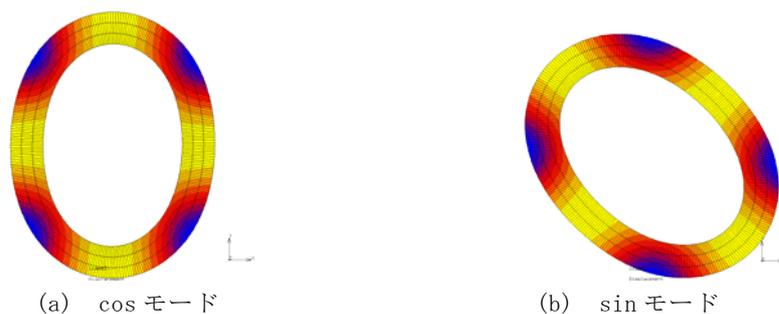


Fig. 3 有限要素モデル

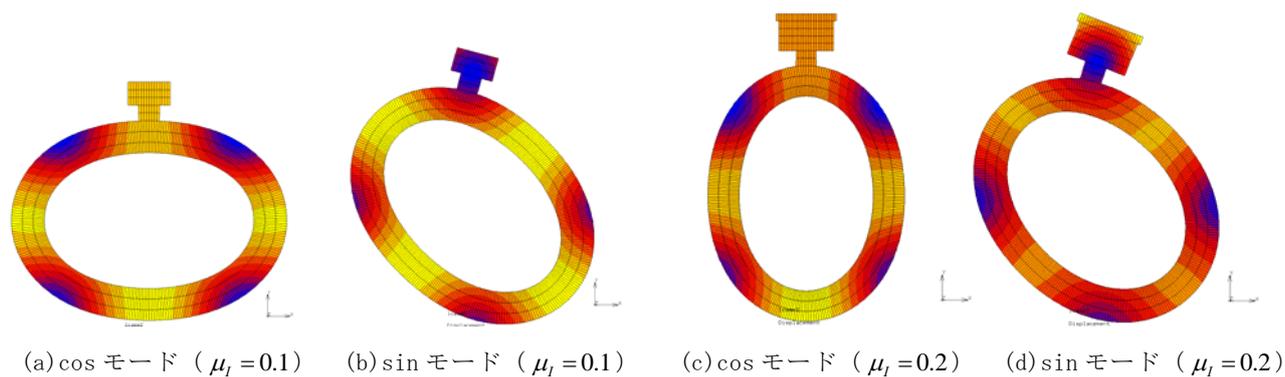


Fig. 4 固有モード（不均一質量1個の場合）

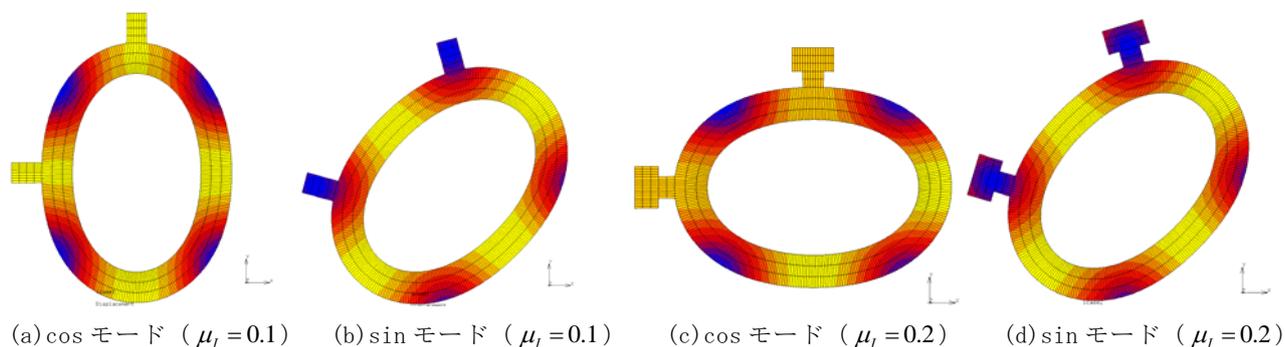
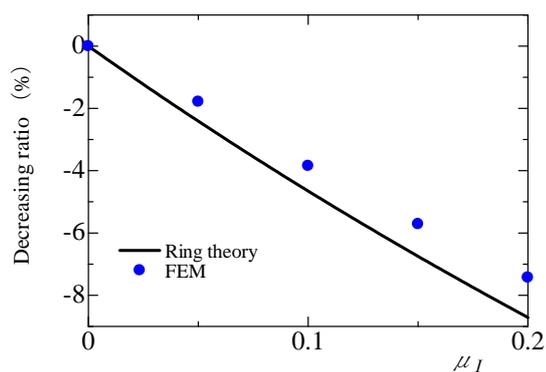


Fig. 5 固有モード（不均一質量2個の場合）

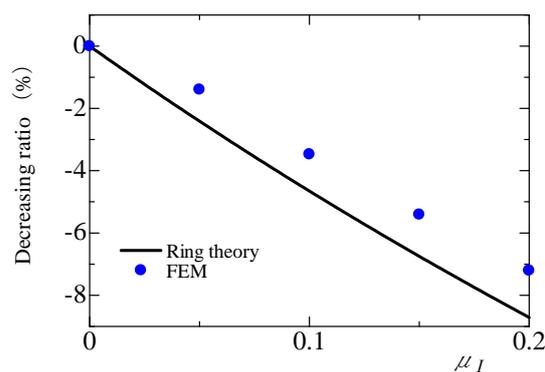
有限要素解析ソフト Marc を用いて解析する．図 3 に有限要素モデルを示す．四角形 8 節点要素を用い，固定子本体は半径方向を 3 分割とし，円周方向は 288 分割とした．不均一質量がないときの  $i=2$  のモードの固有振動数は cos モード，sin モードともに 762.9Hz である．図 4 に不均一質量が 1 個の場合の固有モードを示している．図 4(a)，(b) と図 4(c)，(d) はそれぞれ不均一質量の質量比 ( $\mu_l = m_l / \{(5/4)\pi r \rho A\}$ ) が 0.1 と 0.2 の場合である．図 5 は図 4 の不均一質量を 2 個に分割し， $i=2$  のモードの腹と腹の間隔である  $90^\circ$  離して設置した場合である．図 5(a)，(b) と図 5(c)，(d) はそれぞれ不均一質量の合計の質量比が 0.1 と 0.2 の場合である．図 4(c)，(d) から質量比  $\mu_l = 0.2$  の不均一質量を 1 箇所に設置すると，cos モードの不均一質量

の位置は腹に相当するが，その位置の振幅が他の腹に比べてやや小さいことがわかる．一方，図 5 では，不均一質量を 2 個に分割したため，cos モードの不均一質量の位置の振幅は図 4 ほどは小さくなっていない．これらの結果から，不均一質量の質量比が  $\mu_l = 0.2$  と大きくなると，「不均一質量が円環の固有モードには影響を及ぼさない」とした仮定の精度は低いと思われる．

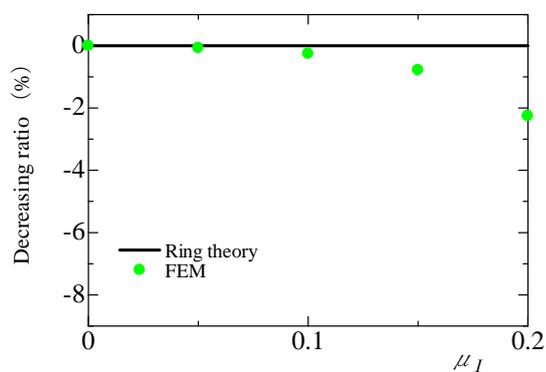
図 6 に不均一質量を 1 個設置した場合の固有振動数減少率を示している．図 6(a) が cos モードの固有振動数減少率，図 6(b) が sin モードの固有振動数減少率であり，図 6(c) はそれらの差である．図 7(a)，(b)，(c) は不均一質量を 2 個設置した場合の同様の図である．いずれの図も横軸は不均一質量の質量比である．図 6(a) と図 7(a) から cos モードは，不均一質量の質量比



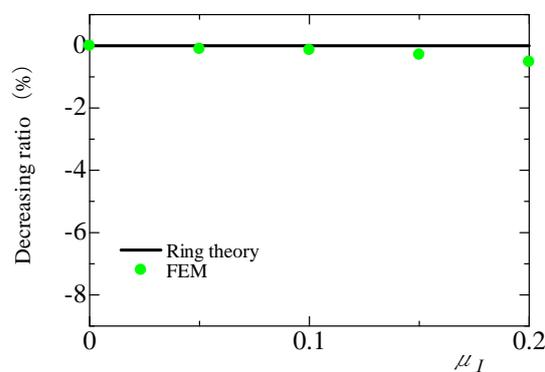
(a) cos モード



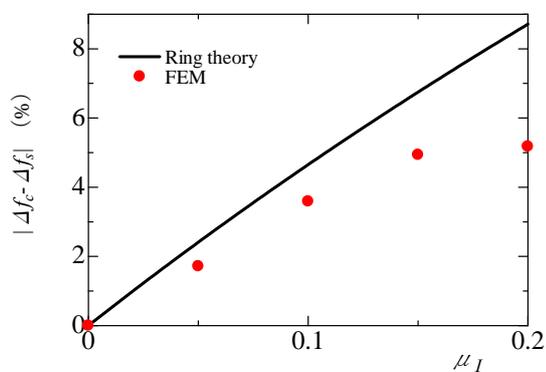
(a) cos モード



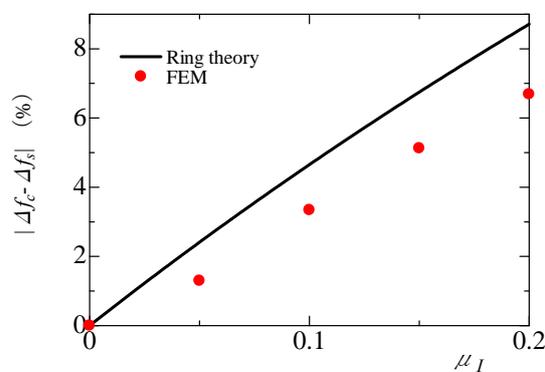
(b) sin モード



(b) sin モード



(c) 両モードの固有振動数の差



(c) 両モードの固有振動数の差

Fig. 6 固有振動数減少率 (不均一質量 1 個の場合)

Fig. 7 固有振動数減少率 (不均一質量 2 個の場合)

が大きくなると固有振動数は減少していき、その減少率は不均一質量が大きくなると少しずつ円環理論との差が大きくなっている。一方、sin モード固有振動数は、円環理論では不均一質量の質量比によらず変わらないが、有限要素解析結果は不均一質量の質量比が  $\mu_1=0.1$  より大きくなると固有振動数が小さくなり、特に図 6(b) と図 7(b) を比較するとからわかるように、不均一質量が 2 個のときに比べて不均一質量が 1 個の

ときは不均一質量の質量比が  $\mu_1=0.2$  のときに固有振動数の減少率が大きくなっている。このとき、円環理論との差は 2% より少し大きな値となっている。cos モードと sin モードの固有振動数の差については、このことが原因で、図 6(c) と図 7(c) からわかるように、不均一質量の質量比が  $\mu_1=0.2$  のときに、不均一質量を分割せずに 1 個設置したときに、特に円環理論に比べて両モードの固有振動数の差は小さくなっている。

## フールドアンパと不均一質量を用いたインバータモータの制振（有限要素解析結果）

## 4. 共振曲線

本章では、前章でも用いた有限要素解析ソフト Marc を用い、その過渡解析を使用して応答シミュレーションを行う。フールドアンパは簡単のためマスと減衰要素でモデル化した。固定子の各要素に減衰を与えるために次式のレイリー減衰を用いた。

$$C = \alpha M + \beta K \quad (6)$$

ここに、 $M$ 、 $K$ 、 $C$  はそれぞれ主系の質量マトリクス、剛性マトリクス、減衰マトリクスであり、 $\alpha$  は質量減衰係数、 $\beta$  は剛性減衰係数である。簡単のため質量減衰係数のみが作用するものとし ( $\beta=0$ )、数値解析と同様に  $i=2$  のモードの減衰比が 0.02 となるように質量減衰係数  $\alpha$  を  $0.04\omega_{02}$  とした。

有限要素解析による共振曲線の作成では、各振動数における数値計算に多くの時間を費やすため、刻み幅は電磁力の 1 周期を約 281 等分し、固定子の要素数は 432 要素とした。固定子内径の各要素に電磁力を荷重として作用させ、 $s=2$  のモードで分布した電磁力が回転するように設定した。なお、円環理論による共振曲線の計算では、縦軸は次式で示すように式 (1) で表される半径方向の変位  $u$  の 2 乗を空間と時間で平均したものを  $(F_2\pi/k_{02})^2$  で除して無次元化したもので定義している ( $k_{02} = 9EI\pi/r^3$ ,  $T = 2\pi/\Omega_2$ )。

$$A^2 = \frac{1}{T \cdot 2\pi} \int_0^T \int_0^{2\pi} u^2 d\theta dt / (F_2\pi/k_{02})^2 \quad (7)$$

また、有限要素解析では 1 個の不均一質量を設置した位置を  $0^\circ$  とし、その点から  $5^\circ$  間隔で  $175^\circ$  までの計 36 点の半径方向の変位の定常解を数値積分より求め、時間と空間で平均し、式(7)に相当する振幅を求めた。

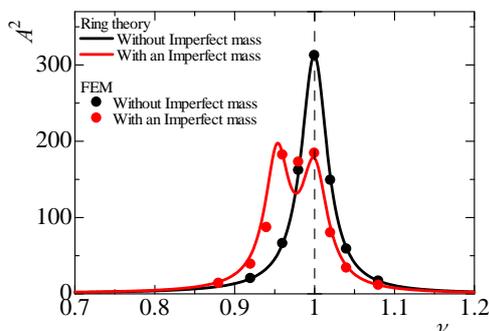


Fig. 8 共振曲線  
(不均一質量のみある場合)

以下に示す各共振曲線の横軸は  $i=2$  のモードの固有振動数で無次元化した角振動数である。ただし、円環理論と有限要素解析による  $i=2$  のモードの固有振動数はそれぞれ 789.7Hz と 763.5Hz であり、それぞれの解法で得られた解は対応する固有振動数で無次元化している。これにより、共振点はいずれの解法による解も  $\nu=1$  である。このような表示により、円環理論と有限要素解析という全く異なる手法を用いて求めた共振曲線について、共振点付近の広い領域における全体的な制振状況を定性的に比較できる。円環理論の解は、円環のみの値を黒の実線で、不均一質量またはフールドアンパ、もしくはその両方が設置された場合の解は、赤色の実線で表している。有限要素モデルの応答シミュレーションの結果は円環理論と対応する解を同じ色の丸印で示している。

## 4.1 不均一質量のみある場合

まず、フールドアンパがなく、不均一質量のみ用いる場合に円環理論と有限要素解析の数値計算にどの程度の差があるのか確かめる。

図8は質量比が  $\mu_1 = 0.1$  の不均一質量 1 個を  $\alpha_1 = 0^\circ$  の位置に設置した場合の共振曲線である。図から不均一質量がない時の両手法の解はよく一致しているが、不均一質量がある時の解は共振点付近でわずかに差があることがわかる。2 つの共振ピークの間谷の位置で差が最も大きくなっている。このような差は、図 6(c) に見られた円環理論と有限要素解析で  $\cos$  モードと  $\sin$  モードの固有振動数の差が少し異なったことが原因と考えられる。

## 4.2 フールドアンパのみ 2 個ある場合

次に、不均一質量がなく、フールドアンパを用いることにより電動機固定子の制振がどの程度まで可能であ

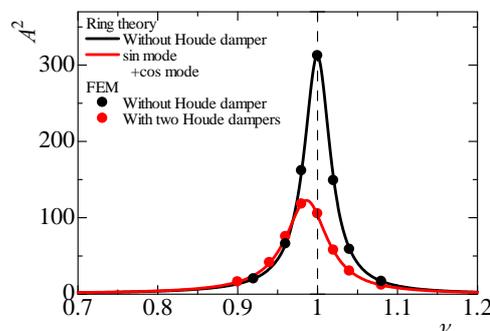


Fig. 9 共振曲線  
(フールドアンパのみ 2 個ある場合)

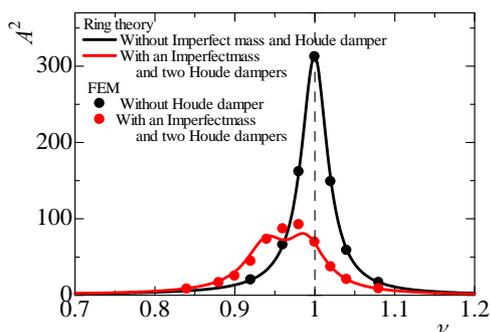


Fig. 10 共振曲線

(不均一質量1個とフードダンパが2個ある場合)

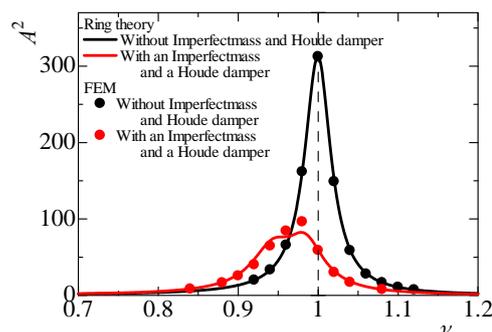


Fig. 11 共振曲線

(不均一質量1個とフードダンパが1個ある場合)

るかを調べる。

図9はフードダンパの設置位置が( $\theta_1 = 0^\circ$ ,  $\theta_2 = 45^\circ$ )で、2個のフードダンパの質量比がいずれも $\mu_H = 0.05$ の場合の共振曲線である。図からフードダンパのみ設置したときの両手法の解はよく一致しているが、これは有限要素法でも円環理論同様にフードダンパを円周上の点に設置し、単に1つの減衰要素と剛体で表現したためである。共振曲線は1つのピークをもち、谷は存在しないがフードダンパのみにより元の振幅のおおよそ40%程度まで制振できていることがわかる。

#### 4.3 不均一質量1個とフードダンパが2個ある場合

図10は質量比 $\mu_I = 0.1$ の不均一質量1個を $\alpha_1 = 0^\circ$ の位置に設置し、質量比がいずれも $\mu_H = 0.05$ の2個のフードダンパを( $\theta_1 = 0^\circ$ ,  $\theta_2 = 55^\circ$ )の位置に設置した場合である。図9と異なり、共振点付近の領域で平坦な特性となっており、この領域での制振ができているとわかる。しかしながら、円環理論と有限要素解析の解は、前者では2つの共振ピークの間小さな谷が存在するのに対し、後者ではそれは存在しない。このことによる両者の差は10%程度である。この理由は、図8で見られた同じ振動数付近における円環理論と有限要素解析の結果の差の理由と同じと考えられる。

#### 4.4 不均一質量1個とフードダンパが1個ある場合

図11は質量比 $\mu_I = 0.1$ の不均一質量1個を $\alpha_1 = 0^\circ$ の位置に設置し、質量比 $\mu_H = 0.1$ のフードダンパを1個 $\theta_1 = 62.5^\circ$ に設置した場合の共振曲線である。図からフードダンパが1個でも2個の場合とほぼ同様に制振できることがわかる。また、円環理論と有限要素解析で得られた振幅の値は、図8,10と同様に共振点付近で差が最大で10%程度と大きくなっている。理由は図8,10などにおける理由と同様と考えられる。

## 4. 結言

インバータモータのように駆動回転数が増える電動機の固定子を不均一質量とフードダンパを用いて制振する問題を有限要素解析と円環理論から調べた結果は以下のようにまとめられる。

- (1) 1個の不均一質量と2個のフードダンパを用いることにより共振点付近の広い振動数領域で振幅を小さくすることができる。
- (2) 1個の不均一質量と1個のフードダンパを用いる場合でも、フードダンパ2個の場合とほぼ同等の制振が可能である。
- (3) 有限要素解析と円環理論による解析結果は、固有振動数、共振曲線ともに定性的に一致した。
- (4) 有限要素解析と円環理論による解析結果は、不均一質量が大きくなるに従って固有振動数の差が大きくなるのが原因で、質量比10%の時、共振点付近の振幅が最大でおおよそ10%程度の誤差となった。

本研究の有限要素解析は、九州大学情報基盤研究開発センターの研究用計算機システムを利用したことを記し、関係各位に感謝申し上げます。

## 参考文献

- 1) 堀康郎, 田中基八郎, 電磁振動&騒音設計(2010), pp.1-2, 丸善.
- 2) 一文字正幸, 平野俊夫, 池田和憲, 見村勇樹, 片山仁, 村田大輔, 動吸振器を利用したタービン発電機の電磁振動低減法の検討, 日本機械学会, Dynamics and Design Conference 2010(2010), Paper No. 528.
- 3) 野田伸一, 石橋文徳, 井手勝記, 誘導電動機固定子鉄心の振動応答解析:分布励振と多点励振の振動応答, 日本機械学会論文集C編, Vol.59, No.562(1993),

## フードダンパと不均一質量を用いたインバータモータの制振（有限要素解析結果）

pp.1650-1656.

- 4) 吉武裕, 片原田浩之, 原田晃, 山崎豪, 田中秀樹, 近藤良平, 動吸振器による電動機固定子の制振, 日本機械学会論文集C編, Vol.79, No.803(2013), pp.2286-2297.
- 5) 吉武裕, 片原田浩之, 近藤良平, 野崎優, 山崎豪, 田中秀樹, 複数の動吸振器による電動機固定子の制振, 日本機械学会論文集C編, Vol.80, No.818 (2014), DOI: 10.1299/transjsme.2014dr0305.
- 6) 吉武裕, 野崎優, 片原田浩之, 近藤良平, 山崎豪, 原田晃, 不均一性をもつ電動機固定子の動吸振器による制振, 日本機械学会論文集, Vol.81, No.821 (2015), DOI: 10.1299/transjsme.14-00386.
- 7) 吉武裕, 田川夏湖, 野崎優, 茅原晃希, 片原田浩之, 山崎豪, 不均一質量とフードダンパによるインバータモータの制振, 第 27 回「電磁力関連のダイナミクス」シンポジウム講演論文集(2015), pp.327-330.
- 8) Timoshenko, S.P., Young, D.H. and Weaver, W. JR., Vibration problems in engineering (1974), pp.476- 481, John Wily and Sons.