

不均一質量が電動機固定子の振動に及ぼす影響

吉武裕*・野崎優**・田川夏湖**
片原田浩之***・山崎豪***・原田晃*Influence of Imperfection in Vibration of Induction Motor Stator
byYutaka YOSHITAKE*, Suguru NOZAKI**, Natsumi TAGAWA**,
Hiroyuki KATAHARADA***, Goh YAMASAKI***, and Akira HARADA*

This paper deals with electromagnetic vibration of the motor stator with imperfections. The iron stator of motor is modeled by a circular ring with imperfect masses, and the external force is modeled by the rotating distributed electromagnetic force. The solutions of forced vibration are obtained by the theoretical analysis. Moreover, the accuracy of the natural frequency of the analytical model is examined by the finite element method. The followings were made clear; (1) As imperfect mass reduces the natural frequency of the motor stator, resonant frequency becomes low. (2) The positions of the imperfect masses influence the vibration of the motor stator. (3) The influence is predictable by the equation of motion of the mode concerned.

Key words: Motor, Iron Stator, Forced Vibration, Imperfection, Vibration Control.

1. 諸言

電動機では、固定子と回転子間に作用している電磁力により固定子が振動し、電磁騒音が発生することがある¹⁾。この電磁力は空間に分布し回転するために、固定子鉄心の振動モードも回転するので、制振は困難であったが²⁾³⁾、著者らは、一対や複数対の動吸振器を用いる制振方法を提案し、理論解析と有限要素解析に基づくシミュレーションからその有効性を示した⁴⁾⁵⁾。一方、実際の電動機固定子の外周には枠や放熱のための部品などが設置されているもののこれらが固定子の振動に及ぼす影響を調べた例は少ないようであるので、動吸振器による制振への影響の観点から調べた⁶⁾。本報告では、不均一質量が電動機固定子の振動に及ぼす影響について理論解析と有限要素解析から調べる。

2. 解析モデルと運動方程式

ハンマリング試験において電磁振動が問題となる数千 Hz 以下の振動数範囲には軸方向に節があるモード

は得られなかったため、簡単のために電動機固定子を変位の軸方向の分布を考えない図1に示すような様な円環で近似することとする。また、不均一質量が円環のモードには影響を及ぼさず、不均一質量は単に慣性力として作用すると仮定する。電動機固定子には円周方向の $\alpha = \alpha_l (l=1, \dots, L)$ の位置に L 個の不均一質量が存在している。このとき、電動機固定子に発生する電磁振動を L 個の不均一質量により制振する問題を考える。

固定子の半径方向の変位 u は、 M 個の振動モードを考慮するとき、次式で表せる⁴⁾⁷⁾。

$$u = \sum_{i=1}^M (a_i \cos i\theta + b_i \sin i\theta) \quad (1)$$

ここに

- θ : 円周方向の座標
- i : 円周方向の振動モードを表す整数
($i=1, \dots, M$)
- a_i : $\theta=0$ に腹をもつモード i の変位
- b_i : $\theta=\pi/(2i)$ に腹をもつモード i の変位

平成 27 年 1 月 23 日受理

* システム科学部門 (Division of System Science)

** 総合工学専攻 (Department of Advanced Engineering)

*** 東芝三菱電機産業システム (株) (Toshiba Mitsubishi Electric Industrial Systems Corporation)

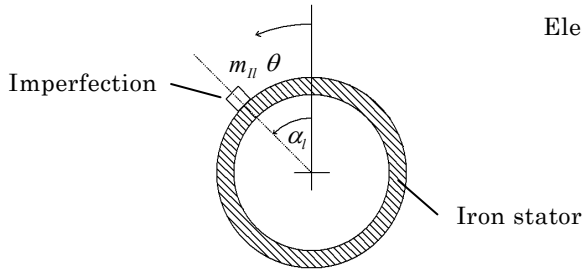


Fig. 1 電動機固定子の制振モデル図

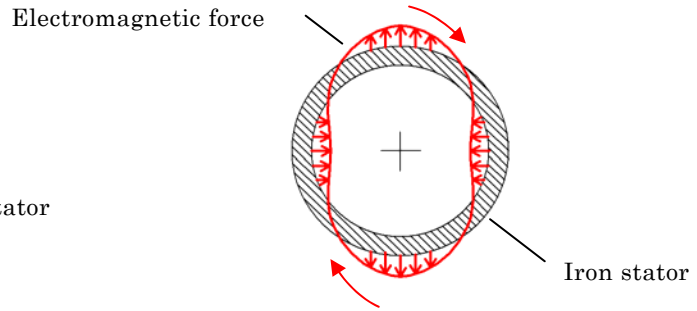


Fig. 2 電磁力(\$s=2\$)

電動機に作用する外力として一般的なものは半径方向に作用する力が円周方向に分布するとともに円周方向に回転するものであるため、それを次式で表す。

$$F(\theta, t) = F_s \cos(\Omega_s t + s\theta) \quad (2)$$

ここに

s : 電磁力のモードを表す整数

Ω_s : モード s をもつ電磁力の角振動数

F_s : モード s の電磁力の振幅

実際の電磁力は多くの振動数成分を含むが、簡単のため $F_s \cos(\Omega_s t + s\theta)$ の成分のみ作用する場合を考える。また、不均一質量については、それほど大きくないとして、慣性力としてのみ固定子に影響を及ぼすとして取り扱うこととすると、固定子の $\cos i\theta$ モードの変位 a_i 、 $\sin i\theta$ モードの変位 b_i に関する運動方程式はそれぞれ次式となる。

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{i^2}\right) \pi r \rho A \ddot{a}_i + (1 - i^2)^2 EI \frac{\pi}{r^3} a_i \\ & + \sum_{l=1}^L m_{II} \cos i\alpha_l \sum_{m=1}^M (\ddot{a}_m \cos i\alpha_l + \ddot{b}_m \sin i\alpha_l) \quad (3) \\ & = \int_0^{2\pi} F_s \cos(\Omega_s t + s\theta) \cos i\theta d\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{i^2}\right) \pi r \rho A \ddot{b}_i + (1 - i^2)^2 EI \frac{\pi}{r^3} b_i \\ & + \sum_{l=1}^L m_{II} \sin i\alpha_l \sum_{m=1}^M (\ddot{a}_m \cos i\alpha_l + \ddot{b}_m \sin i\alpha_l) \quad (4) \\ & = \int_0^{2\pi} F_s \cos(\Omega_s t + s\theta) \sin i\theta d\theta \end{aligned}$$

ここに、

E : 固定子の縦弾性係数

I : 環の面に垂直な主軸に関する断面二次モーメント

r : 固定子を厚さが薄い円環と考えたときの半径

ρ : 固定子の密度

A : 固定子の断面積

$m_{II} : \theta = \alpha_l$ に設置した不均一質量の質量

主系として、 i 次モードのみ採用し、 $i=s$ の場合を扱う。また、主系に粘性減衰力も追加するとすると、運動方程式は以下ようになる。

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{i^2}\right) \pi r \rho A \ddot{a}_i + c_{0i} \dot{a}_i + (1 - i^2)^2 EI \frac{\pi}{r^3} a_i \\ & + \sum_{l=1}^L m_{II} \cos i\alpha_l (\ddot{a}_l \cos i\alpha_l + \ddot{b}_l \sin i\alpha_l) \quad (5) \\ & = \pi F_s \cos \Omega_s t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{1}{i^2}\right) \pi r \rho A \ddot{b}_i + c_{0i} \dot{b}_i + (1 - i^2)^2 EI \frac{\pi}{r^3} b_i \\ & + \sum_{l=1}^L m_{II} \sin i\alpha_l (\ddot{a}_l \cos i\alpha_l + \ddot{b}_l \sin i\alpha_l) \quad (6) \\ & = -\pi F_s \sin \Omega_s t \end{aligned}$$

ここに、 c_{0i} は粘性減衰係数である。

本報告では $i=2$ のモードを例に取ることとし、不均一質量の影響を考える。この時、式(5)、(6)の定常解を次式のようにおく。

$$a_2 = A_1 \cos \Omega_2 t + B_1 \sin \Omega_2 t \quad (7)$$

$$b_2 = A_2 \cos \Omega_2 t + B_2 \sin \Omega_2 t \quad (8)$$

式(7)、(8)を式(5)、(6)に代入し、各式の $\cos \Omega_2 t$ 、 $\sin \Omega_2 t$ の係数を両辺比較することにより、 A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 に関する連立方程式を求め、それを解くことにより定常解を得る。

3. 数値解析結果

3.1 円環理論と有限要素法による固有振動数解析

まず、第2章の理論解析において「不均一質量はそれほど小さくなく、慣性力としてのみ作用する」と仮定して得た式(5)と(6)の近似の精度を確認するために、この円環理論と有限要素解析による結果を比較検討する。すなわち、不均一質量があるときの式(5)と

不均一質量が電動機固定子の振動に及ぼす影響

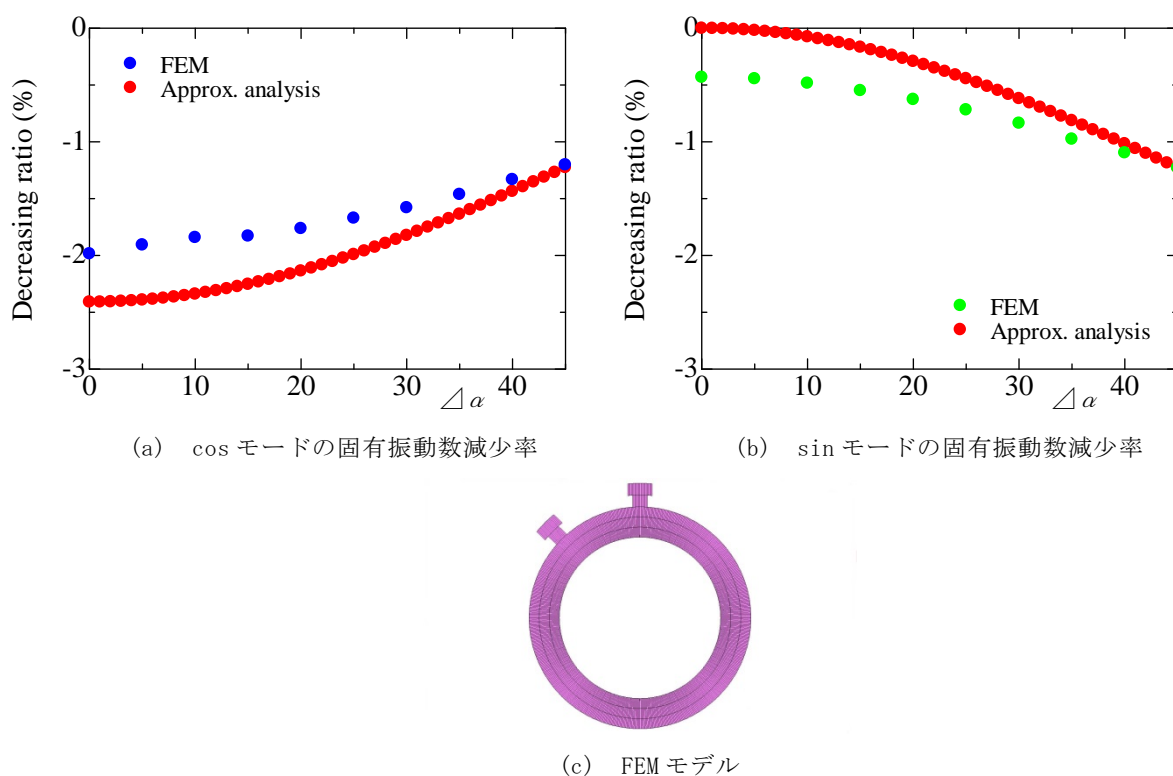


Fig. 3 固有振動数減少率 (2個の不均一質量の質量比が各々2.5%の場合)

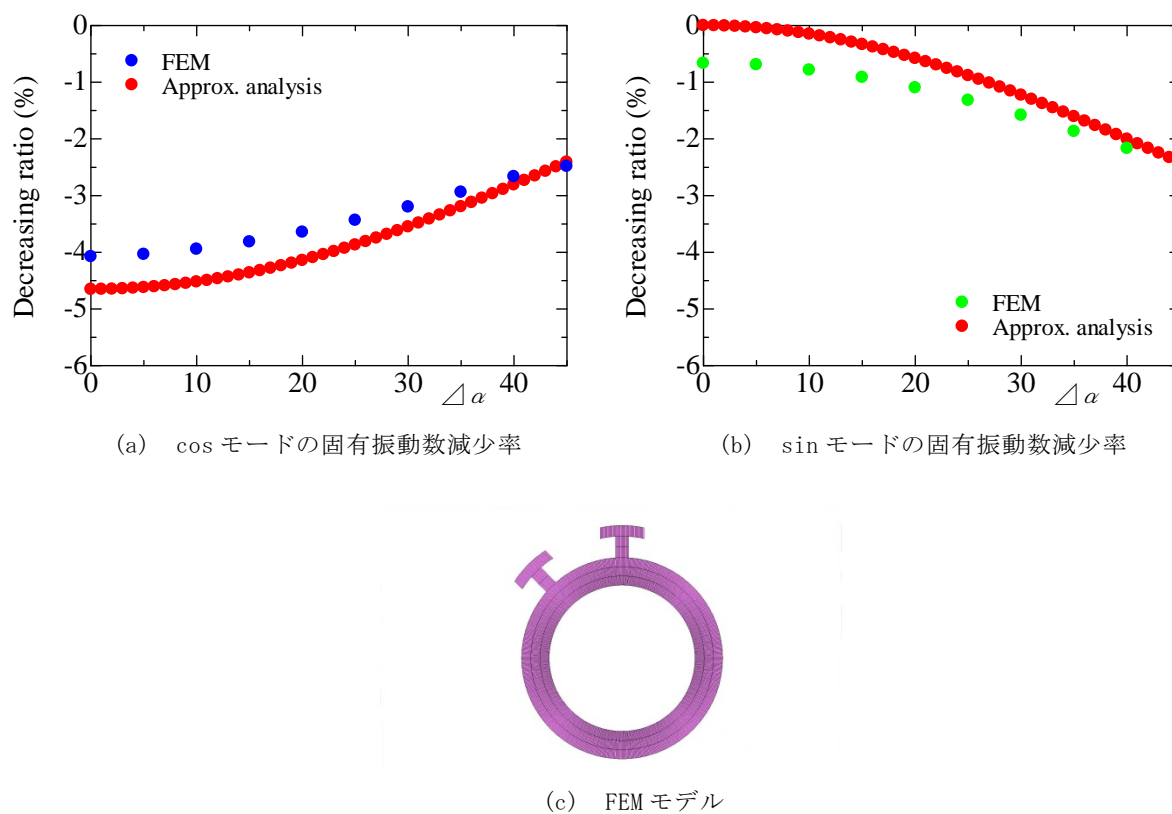


Fig. 4 固有振動数減少率 (2個の不均一質量の質量比が各々5.0%の場合)

(6)から求まる固有振動数と有限要素解析から求まる固有振動数を比較することで式(5)と(6)の近似精度を調べる。

有限要素解析ソフト Marc を用いて解析する。四角形 8 節点要素を用い、固定子本体は半径方向は 3 分割とし、円周方向は 576 分割とした。不均一質量がないときの $i=2$ のモードの固有振動数は cos モード, sin モードともに 765.6Hz である。図 3, 4 はいずれも外周上に 2 個の不均一質量がある場合である。それぞれ固定子に対する 2 個の不均一質量の質量比が等しくそれぞれ 2.5% と 5.0% の場合である。図 3, 図 4 の (a), (b) は cos モードと sin モードの固有振動数の減少率を表しており、縦軸は固有振動数の減少率 (%) であり、横軸は 2 個の不均一性の開き角を表している。赤の点は式(5), (6) から求めた固有振動数の減少率である。また、(c) は有限要素モデルであり、図 4, 5 とともに不均一質量の円周方向分布長さは約 $\pi/24\text{rad}$ である。このモデルによる固有振動数の減少率は青の丸印で示している。図 3, 図 4 の (a), (b) より、2 個の不均一質量の開き角が 45° になるにつれて、有限要素解析から求めた固有振動数の減少率と円環理論による減少率は cos モード, sin モードともに近い値になっており、 $\Delta\alpha = 45^\circ$ ではほぼ一致していることがわかる。一方、 $\Delta\alpha = 0^\circ$ のとき、すなわち、不均一質量が 1 個ある場合、有限要素モデルでは sin モードの固有振動数がわずかに減少している。これは、振動の節に不均一質量がある場合でもわずかに固有振動数が減少することを意味し、円環理論ではわずかに誤差を生ずることを意味する。また、図 (a) から cos モードでは、逆に有限要素モデルの減少率が小さいことがわかる。以上から、不均一質量が円環の外周方向に $\pi/24\text{rad}$ 程度の長さ以下で分布しているのならば、不均一質量の $i=2$ のモードへの影響は小さく、単に慣性力として作用とする近似的な取り扱いの誤差は小さいと考えられる。

また、図 3 と図 4 を比較すると、不均一質量が 2 倍になると固有振動数の減少率もおおよそ 2 倍になることがわかる。

3.2 不均一質量が 1 個ある場合

まず、固定子の外周上に 1 個の不均一質量がある場合を考える。不均一質量が 1 個 ($\alpha_1 = 0^\circ$) がある場合の共振曲線を図 5 に示す。質量比 $\mu_l = 0.1$ の場合である ($\mu_l = m_{l1} / \{(5/4)\pi r \rho A\}$)。ここに、共振曲線の縦軸は半径方向変位 u の 2 乗を空間と時間で平均したものの無次元値であり、横軸も 2 次モードの固有角振動数で無

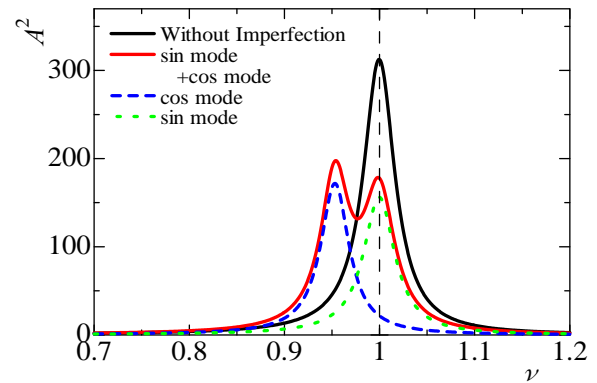


Fig. 5 共振曲線 ($\mu_l = 0.1$)

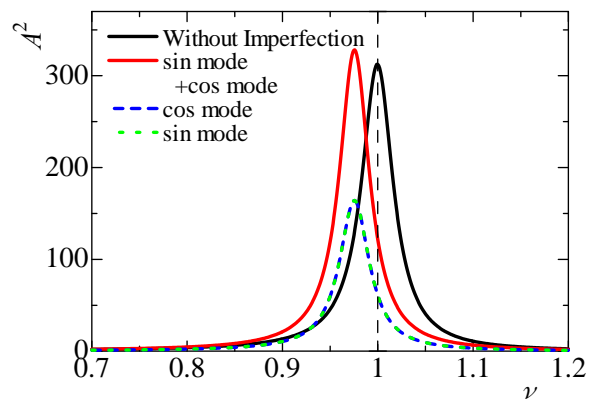


Fig. 6 共振曲線

($\mu_l = 0.025, \alpha_1 = 0^\circ, \alpha_2 = 45^\circ, \alpha_3 = 90^\circ, \alpha_4 = -45^\circ$)

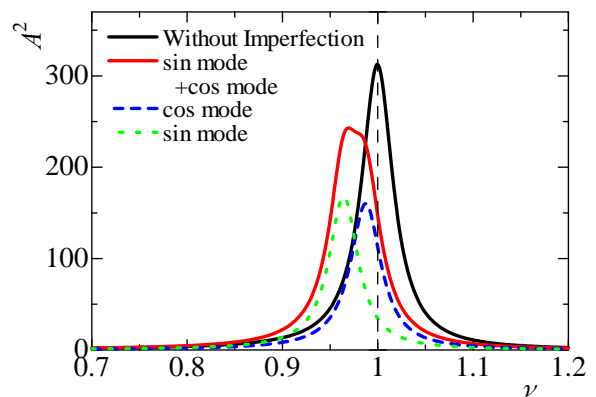


Fig. 7 共振曲線

($\mu_l = 0.025, \alpha_1 = 30^\circ, \alpha_2 = 60^\circ, \alpha_3 = -30^\circ, \alpha_4 = -60^\circ$)

次元化している。また、黒色の実線 (Without Imperfection) は不均一質量が無い場合であり、得られた解から cos モードのみ抽出したときの値を青色の破線で、sin モードのみ抽出したときの値を緑色の点線で表し、cos モードと sin モードの和を赤色の実線

で表している。不均一質量が $\alpha_1 = 0^\circ$ の角度にあるので $\theta = 0^\circ$ 節をもつ sin モード成分の共振曲線は変わっていない。これより、理論式 (5), (6) によると、不均一質量はその位置が振動の腹となるモードに対しては共振曲線のピークの振動数を下げる効果があるが、振動の節となるモードに対しては影響しないことがわかる。

3.3 不均一質量が複数個ある場合

固定子の外周上に複数個の不均一質量がある場合を考える。不均一質量が固定子の振動に及ぼす影響は、運動方程式 (5), (6) 中の以下の項に表われている。

$$\sum_{i=1}^L m_{ii} \cos i \alpha_i (\ddot{a}_i \cos i \alpha_i + \ddot{b}_i \sin i \alpha_i) \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^L m_{ii} \sin i \alpha_i (\ddot{a}_i \cos i \alpha_i + \ddot{b}_i \sin i \alpha_i) \quad (10)$$

例えば、4 個の不均一質量が振動モードの腹と節の間隔である $\alpha_1 = 0^\circ$, $\alpha_2 = 45^\circ$, $\alpha_3 = 90^\circ$, $\alpha_4 = -45^\circ$ にある場合と、腹と節の間隔ではない $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 60^\circ$, $\alpha_3 = -30^\circ$, $\alpha_4 = -60^\circ$ にある場合について考える。ここに、4 個の不均一質量の質量 m_{ii} は等しく m_I ($\mu_I = 0.025$) である。腹と節の間隔で設置した場合には、cos モード成分の (9) 式の \ddot{a}_i と \ddot{b}_i の係数はそれぞれ $2.0 m_I$, 0 となり、sin モード成分の (10) 式の \ddot{a}_i と \ddot{b}_i の係数はそれぞれ 0 , $2.0 m_I$ となる。一方で、設置位置が腹と節の間隔でない場合では、cos モード成分の \ddot{a}_i と \ddot{b}_i の係数はそれぞれ $1.234 m_I$, $0 m_I$ となり、sin モード成分の \ddot{a}_i と \ddot{b}_i の係数はそれぞれ 0 , $2.766 m_I$ となる。振動モードの腹と節の間隔で設置した場合には、cos モードと sin モードに均等に影響を及ぼしていることがわかるが、腹と節の間隔でない後者的場合には、cos モード成分よりも sin モードに及ぼす影響の方が大きいと考えられる。これらのことを共振曲線により確認する。図 6 に前者の腹と節の間隔で 4 個の不均一質量を設置した場合、図 7 に後者の 4 個の不均一質量の設置位置が腹と節の間隔ではない場合の共振曲線を示す。各線種の定義は図 5 と同様である。図 6, 図 7 より、腹と節の間隔で設置した前者の場合では cos モード成分と sin モード成分のピークの値は等しくなっていることがわかる。また、新たにできた共振点のピークは高くなっているが、元の共振点の振幅は低くなっていることがわかる。一方で、腹と節の間隔ではない後者的場合は、式 (9), (10) の計算から得られた結果と同様に、cos モード成分よりも sin モード成分の方が共振

点が低くなっていることがわかる。このように不均一質量の設置位置は固定子の振動に影響を及ぼすことがわかった。

4. 結言

電動機固定子の電磁振動に複数の不均一質量が及ぼす影響について調べた結果は以下のようにまとめられる。

1. 不均一質量は固有振動数を下げる効果があるので、不均一質量の設置により共振点は低下する。
2. 不均一質量の設置位置は固定子の振動に影響を及ぼす
3. 複数の不均一質量が存在する場合、対象のモードの運動方程式からその影響を予測できる。

参考文献

- 1) 堀康郎, 田中基八郎, 電磁振動&騒音設計(2010), pp.1-2, 丸善.
- 2) 一文字正幸, 平野俊夫, 池田和憲, 見村勇樹, 片山仁, 村田大輔, 動吸振器を利用したタービン発電機の電磁振動低減法の検討, 日本機械学会, Dynamics and Design Conference 2010(2010), Paper No. 528.
- 3) 野田伸一, 石橋文徳, 井手勝記, 誘導電動機固定子鉄心の振動応答解析:分布励振と多点励振の振動応答, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.59, No.562(1993), pp.1650-1656.
- 4) 吉武裕, 片原田浩之, 原田晃, 山崎豪, 田中秀樹, 近藤良平, 動吸振器による電動機固定子の制振, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.79, No.803(2013), pp.2286-2297.
- 5) 吉武裕, 片原田浩之, 近藤良平, 野崎優, 山崎豪, 田中秀樹, 複数の動吸振器による電動機固定子の制振, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.80, No.818, DR0305.
- 6) 吉武裕, 野崎優, 片原田浩之, 近藤良平, 山崎豪, 原田晃, 不均一性をもつ電動機固定子の動吸振器による制振, 日本機械学会, Dynamics and Design Conference 2014(2014), 講演番号.369.
- 7) Timoshenko, S.P., Young, D.H. and Weaver, W. JR., Vibration problems in engineering (1974), pp.476- 481, John Wily and Sons.