

SPH 法による傾斜機能材料の非線形熱解析*

戎 圭 明*¹, 木 須 博 行*²

Nonlinear Heat Transfer Analysis for FGMs by SPH

Guiming RONG*³ and Hiroyuki KISU³ Graduate School of Science and Technology, Nagasaki University,
1-14 Bunkyo-machi, Nagasaki-shi, Nagasaki, 852-8521 Japan

Particle methods such as Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) or Moving Particle Semi-implicit Method (MPS), etc., are powerful numerical techniques for simulating various physical phenomena, not only those large deformation problems but also nonlinear ones. On the other hand, functional graded materials (FGMs) are studied much for their excellent properties especially under severe thermal loads. In this study, the heat transfer problem is solved by SPH for FGMs in which the thermal conductivity is a function of the spatial coordinates and the temperature, both the steady state and transient cases are discussed, under various boundary conditions. Several calculations are performed to test the validity of the formulation. As a practical use, a problem of FGM cylindrical plates subjected to thermal shock is calculated, in which the thermal conductivity is temperature dependent and the heat transfer coefficient varies in the radial direction. The results are compared with those from other methods, as well as the experimental data.

Key Words: Heat Transfer, Functional Graded Materials, Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH), Nonlinear Problem

はじめに

傾斜機能材料は先端材料としてさまざまな分野への応用が期待されており、すでに航空宇宙分野や工業材料、エネルギー材料、生体材料など、広い範囲で実用に供されている。傾斜機能材料はもともと超高温断熱材を目的として開発されたためその方面への応用が進んでおり、その熱伝導機能についての多くの研究がなされてきた。しかし、熱伝導率など諸物性値の温度依存性を無視できない場合など、非線形性を有する問題についてはまだ研究課題が残されている。本研究はこの観点から行ったものである。

熱伝導率などの物性値の分布が熱伝導機能に与える影響についてはこれまでにかなりの研究がなされているが、その多くは座標の関数として与えたものである。たとえば落合⁽¹⁾は triple-reciprocity boundary element method を使い、二次元の定常問題を解いた。また Sladek ら⁽²⁾と Nakonieczny ら⁽³⁾はそれぞれ、meshless local boundary integral equation method と meshfree

FEM を使い非定常問題を解析した。これらは全て二次元問題で、物性値の分布が一方の座標依存性を持つものであった。これに対し、Asgari ら⁽⁴⁾は差分法を用い、物性値の分布が円周方向と軸方向の二方向に変化する円筒の非定常熱問題を解いた。

しかしながら、物性値の分布が一方か二方向にかかわらず、これらには物性値の温度依存性は考慮されていない。実は、高温になったとき、多くの材料の機械性能や伝熱性能が温度により変化することを無視できない場合も多くみられる。例えば、300℃の高温状態におけるアルミナの熱伝導率は常温のときの半分ぐらいいままでに低下し、その変化の様子も非線形である。この問題に向かった研究もいくつかあり、例えば、Kamran ら⁽⁵⁾は integrated micromechanical-structural framework を用いて、熱膨張率と熱伝導率が温度依存性を有する場合の熱伝導機能に与える影響を解析した。解析は材料を層ごとに均質であると近似して行われたが、かなり大きな影響があることを見出した。また、Sadowski ら⁽⁶⁾⁽⁷⁾はアルミナとジルコニア合成の傾斜機能材料試験片による急冷の実験を行い、二次元の差分解析によって実験値との比較を行ったが、熱伝導率は温度依存性があるものとした。

* 原稿受付 2010年7月26日。

¹ 正員, 長崎大学大学院生産科学研究科(☎852-8521 長崎市文教町1-14)。² 正員, 長崎大学工学部。

E-mail: rong@nagasaki-u.ac.jp

このように傾斜機能材料における熱伝導機能には温度依存性が大きな影響を持つ場合があるが、解析法について未だ十分な研究はなされていないようである。本研究では非線形熱伝導解析法として粒子法に着目した。

粒子法を用いた熱伝導問題の解析では二次元問題について Cleary ら⁽⁸⁾によって詳しい研究がなされている。すなわち、粒子法の一つである SPH 法⁽⁹⁾により、熱伝導率が離散的な場合と温度依存する場合などを温度指定境界条件の下で議論した。ただし、物性値の分布が離散的に変化する場合には Cleary らの定式化に従えばよいが、分布が連続的な場合や温度指定以外の境界条件への対応、及び三次元問題への拡張が必要である。また、物性値の分布が連続的な場合について、桜井⁽¹⁰⁾は粒子法の別の一つである MPS 法⁽¹¹⁾を使って、温度指定境界条件における二次元の定常と非定常の定式化を示したが、熱伝導率が温度依存する問題やほかの境界条件は取り扱っていない。

本研究は、二次元および三次元の熱伝導問題において熱伝導率が座標と温度の両方に依存する問題に対応し、直線や平面形状以外の境界に対しても Neuman 型や Robin 型の境界条件を精度よく取り扱えるような解析システムを構築した。定常問題と非定常問題についてモデル計算を行い、本解析システムの正当性を実証する。この解析システムを用いて傾斜機能材料の実験⁽⁷⁾を解析し、解析結果が実験結果とよく一致することを示す。

1. SPH 法による熱伝導問題の定式化

非定常熱伝導問題の支配方程式は以下のようである。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\kappa \nabla T), \quad (1)$$

ここで、 T は温度、 t は時間、 ρ は密度、 c は比熱、 κ は熱伝導率である。境界条件は以下のいずれかで指定される。

$$\begin{aligned} T &= T_0, \quad (\text{Dirichlet 条件}), \\ -\kappa \frac{\partial T}{\partial n} &= q_0, \quad (\text{Neumann 条件}), \\ -\kappa \frac{\partial T}{\partial n} &= \Psi(T_s - T), \quad (\text{Robin 条件}). \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 n は境界の法線ベクトル、 q_0 は指定熱流束、 Ψ は熱伝達係数、 T_s は周囲温度である。式(1)を SPH 法により離散化すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \rho_i c_i \frac{T_i^{\tau+1} - T_i^\tau}{\Delta t} &= \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \kappa_j \nabla W_{ij} \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} (T_j^\tau - T_i^\tau) \nabla W_{ij} \\ &+ \kappa_{vij} \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \frac{(T_i^\tau - T_j^\tau)(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j)}{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2} \nabla W_{ij}. \end{aligned} \quad (3)$$

ただし、上添字 τ はタイムステップ番号、 Δt はタイムステップ幅を表し、下添字 i と j はそれぞれ注目粒子の番号と注目粒子近傍の影響粒子番号、 \mathbf{x} は粒子の位置ベクトル、 N は粒子の総数、 m_j は粒子 j の質量である。また W_{ij} は影響関数であり、 κ_{vij} とともに後述する。

式(3)は簡単のためにオイラーの陽解法の式を示したが、より精度の高い時間解法を適用することは容易である。また右辺の第一項は式(1)右辺を変形した $\nabla \kappa \nabla T$ の項の離散化であり、文献⁽¹²⁾に従ったものである。さらに第二項は同じく $\nabla^2 T$ の離散化であるが、これは文献⁽⁸⁾⁽¹³⁾に従ったものである。(文献⁽¹²⁾にも $\nabla^2 T$ の離散化表示は与えられているが、予備検討の結果、式(3)の離散化を採用した。)

影響関数 W_{ij} は注目粒子から半径 h 以内を影響領域とするための核関数であり、本研究では以下の 3 次スプライン関数を採用した⁽⁸⁾。

$$W_{ij} = \begin{cases} \frac{C}{\pi h^D} (1 - 1.5z^2 + 0.75z^3) & 0 \leq z < 1 \\ \frac{C}{\pi h^D} (2 - z)^3 & 1 \leq z < 2 \\ 0 & z > 2 \end{cases}$$

where $C = \frac{10}{7\pi}$ (for 2D), $\frac{1}{\pi}$ (for 3D). (4)

ここに、 D は問題の次元数、 $z = \frac{r_{ij}}{h}$ 、 $r_{ij} = \sqrt{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2}$ であり、 $\nabla W_{ij} = \frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j}{r_{ij}} \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}}$ となる。また、式(3)中の κ_{vij} については、熱伝導率が座標の関数として連続的に分布する場合は $\kappa_{vij} = \kappa_i + \kappa_j$ でよいが、離散的に分布する場合はフラックスの連続性が保証されるように $\kappa_{vij} = \frac{4\kappa_i \kappa_j}{\kappa_i + \kappa_j}$ とする⁽⁸⁾。

以上によって、熱伝導率が離散的に分布する場合や定常問題にも対応できるような定式化が完了した。

次に境界条件の定式化について示す。温度指定境界条件では境界上の粒子に温度を与えるだけでよいが、1階微分が必要なフラックス型の境界条件は SPH 法では以下のように定式化を行う。

$$-\kappa \frac{\partial T_i(\mathbf{x}, t)}{\partial n} = \zeta \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_i} (T_i - T_j) \sum_{k=1}^D \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_k} n_k = p, \quad (5)$$

ここで \mathbf{x} は境界上の点である。熱流束 q_0 が与えられる場合は $p = q_0$ 、境界上で熱伝達がある場合、 $p = \Psi(T_s - T_i(\mathbf{x}, t))$ である。

ζ は境界の形状に関する補正係数である。粒子法では一般に、粒子が境界上にある時は核関数の積分領域がカットされるために精度が悪くなる。そこで ζ によりその影響を補正するのであるが、境界の形状が直線か平面の時、 $\zeta = 2$ にすれば良い精度が得られることが分かっている⁽⁸⁾。しかし曲線境界の場合は精度が少

し落ちるようである。ただし本研究では主要課題とせずそのまま用いる。

式(3)は非定常だが、左辺を0にすると定常問題となる。熱伝導率が座標の関数となったときは線形の連立方程式になり、解くのは容易である。すなわち粒子法で定常問題を解くのも全く問題ない。また熱伝導率が温度の関数になったときは非線形の連立方程式になり、ニュートンラプソンなどの方法を用いて同様に解くことができるが、この議論は別稿で論じる。(なお、非定常問題ではニュートンラプソン法は不要である。)

2. モデル計算

はじめに、以上示した定式化に基づき開発したプログラムの検証のため、熱伝導率が座標のみに依存して連続的に変化している問題と熱伝導率が温度に依存する非線形の場合についてそれぞれモデル計算を行った結果を示す。なお、以下の解析で特に言及がなければ長さの単位はmで、 ρ と c はそれぞれの単位系で1とする。

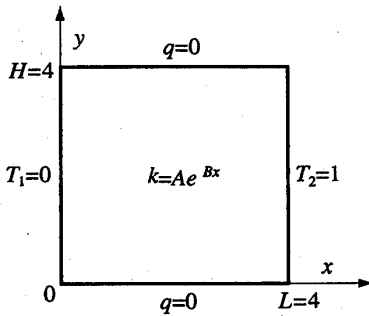


Fig. 1 A testing model

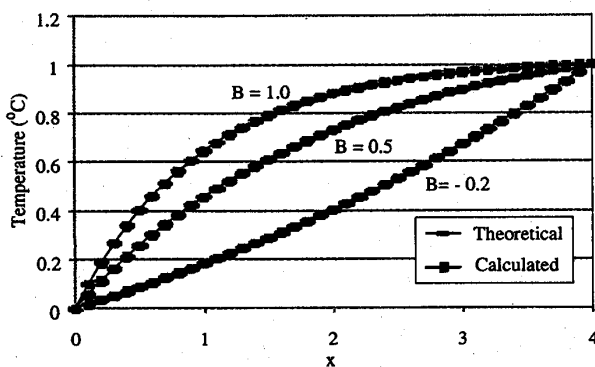


Fig. 2 Distribution of T according to x direction, $\kappa = e^{Bx}$, of a steady state problem

2.1 熱伝導率が座標の関数の場合 ここでは熱伝導率が座標の関数として一方向のみに変化する場合と二方向にも変化する場合の二例について示す。

まず、熱伝導率 κ が x のみの関数として $\kappa = Ae^{Bx}$ で与えられる問題の解析例を示す。物体形状は図1に示す矩形領域であり、寸法や境界条件は図示の通りである。初期状態は全領域 $T = 0$ とし、時刻 $t = 0$ で突然 $x = 1$ の辺が $T = T_2 = 1$ の温度を与えられ、 $x = 0$ の辺上では $T = T_1 = 0$ のまま、それぞれ温度が一定値に保たれるものとする。解析では非定常問題としての取り扱いのほか、定常問題としての解析も行った。この問題の定常理論解は⁽²⁾

$$T(x) = \frac{(e^{-Bx} - 1)(T_2 - T_1)}{e^{-BL} - 1} \quad (6)$$

である。非定常理論解は与えられていない。

図2は定常問題として解析した結果である。 $B = -0.2, 0.5, 1.0$ の3ケースについて解析して理論解と比較している。両者が良く一致していることが分かり、定常問題として精度良い解析が可能であることを示している。粒子数は 41×41 としている。

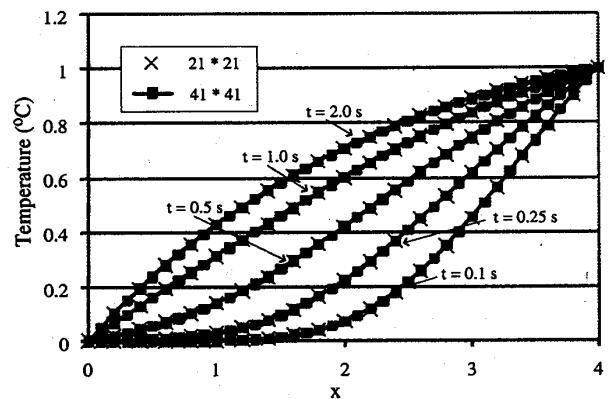


Fig. 3 Temperature distribution according to time at line of $y = 2, \kappa = e^{0.5x}$

次に非定常問題の解析結果について示す。時間解法については、文献⁽¹³⁾のようにステップごとに陰解法を適用する方法によればタイムステップをより大きくできるが、精度が劣るので採用しない。予想子—修正子法を使えば精度が少し改良できるが、ここでは一番簡単なオイラー陽解法を採用した。

図3に、 $y = 2$ の線上の温度分布の時間に対する移り変わりを示す。粒子数は 41×41 と 21×21 の2通りを試したが、それほど大きな差はなかった。この問題ではおよそ $t = 2s$ 後にほぼ定常状態に達するが、この定常状態の解は初めから定常問題として解いた図2の結果($B = 0.5$ のケース)と当然ながら非常によく一

致している。

熱伝導率 κ が x, y とともに依存する問題については $\kappa = 1 + 2 \sin \frac{\pi x}{L} \sin \frac{\pi y}{H}$ の関数で与えられる場合を解析した⁽¹⁰⁾。図4に定常解析の結果を有限要素法による結果と比較して示す。なお、領域は $L \times H = 1 \times 1$ の矩形領域であり、上下の辺を断熱境界、左辺は $T_1 = 10$ 、右辺は $T_2 = 0$ の温度指定境界である。また、粒子数は 21×21 で分割した。両者はよく一致しており、本解析法が精度良いことが示されている。

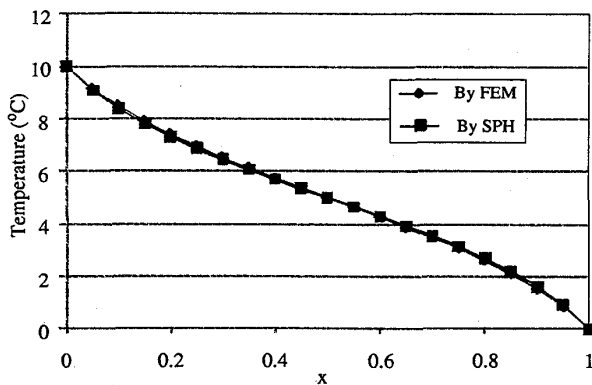


Fig. 4 Distribution of T on a line of $y = 0.5$, $\kappa = 1 + 2 \sin \frac{\pi x}{L} \sin \frac{\pi y}{H}$

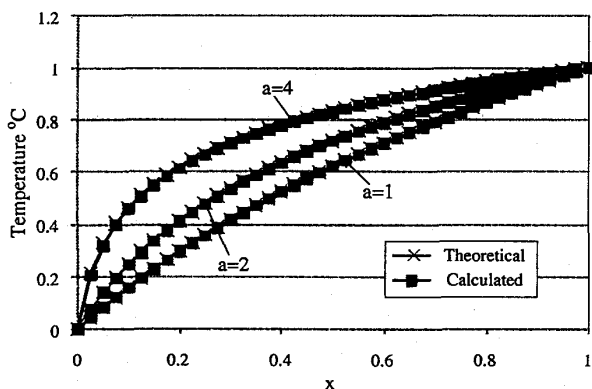


Fig. 5 Distribution of T , $\kappa = e^{aT}$

2.2 熱伝導率が温度の関数の場合 次に、熱伝導率が温度に依存する場合の解析例を示す。問題は $L \times H = 1 \times 1$ の矩形領域であり、矩形の寸法以外の境界条件と初期条件は上下辺、左右両辺ともに図1と全く同一とした。また離散化粒子数も 41×41 と同じとした。熱伝導率の温度依存性は $\kappa = e^{aT}$ の関数で与え、 $a = 1, 2, 4$ の3ケースについて解析を行った。

この問題の定常における理論解は⁽⁸⁾

$$T = \frac{1}{a} \ln((e^a - 1)x + 1) \quad (7)$$

で与えられる。しかし、非定常状態における理論解がないため、定常になるまで計算して理論解と比較することとした。計算によればほぼ1秒で定常状態に達する。

図5は $y = 0.5$ の線上においてそれぞれ ($a = 1, 2, 4$) のケースにおける理論解との比較を示す。両者は非常に良い一致を示している。

次に、三次元問題の計算結果について示す。計算対象物体は x, y, z の各辺の長さが $L \times W \times H = 1 \times 1 \times 0.5$ の直方体とし、頂点の一つを原点として第一象限に置く。 $x = 0$ の面に $T = 0$ 、 $x = 1$ の面に $T = 1$ を与えて温度指定境界とした。その他の面は全て断熱境界条件を設定した。熱伝導率は $\kappa = e^{aT}$ として計算した。

図6は $y = 0.5, z = 0.25$ の線上で計算した温度と理論値の比較である。誤差は二次元のとはほぼ同程度であり、高精度の解析結果が得られていることがわかる。なお、使った粒子数は $21 \times 21 \times 11$ である。

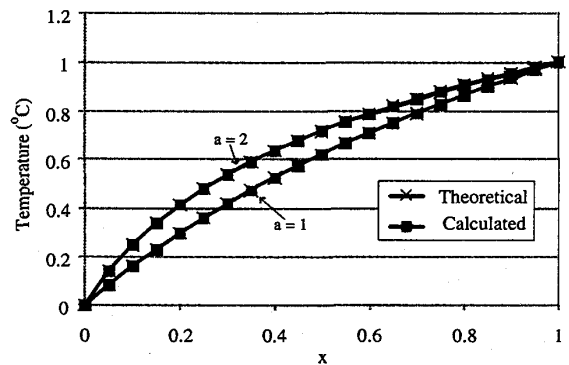


Fig. 6 Distribution of T , $\kappa = e^{aT}$, solved as a 3D problem, at a line of $y = 0.5, z = 0.25$

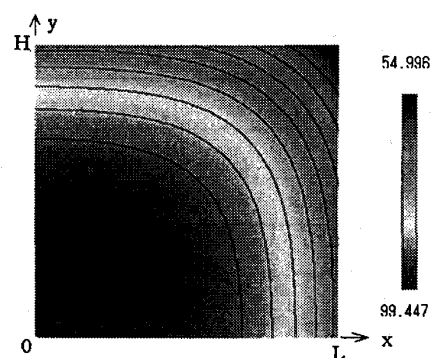


Fig. 7 Distribution of T when $t = 8s$, for testing the convection boundary

2.3 熱伝達境界条件式の検証 以上の計算の境界条件は断熱境界のほかは全て温度指定の境界条件であった。ここでは一階微分が必要なフラックス型であ

る熱伝達境界条件の検証を行う。

解析領域は $L \times H = 10 \times 10 \text{cm}$ の矩形領域であり、境界条件は $x = 0$ と $y = 0$ の辺上は断熱境界、 $x = L$ と $y = H$ の辺上は熱伝達境界とした。ただし、熱伝導率 $\kappa = 1 \text{W/cm K}$ 、熱伝達係数 $\Psi = 0.1 \text{W/cm}^2 \text{K}$ とした。また、初期条件は全領域に $T_0 = 100$ を与え、周囲温度を 0 度とした。解析に用いた離散化粒子数は 41×41 である。

この問題の理論解は⁽¹⁶⁾

$$T(x, y, t) = 4T_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\bar{\Psi}^2 e(t) \cos(\beta_m x) \cos(\gamma_n y)}{L_m H_n \cos(\beta_m L) \cos(\gamma_n H)} \quad (8)$$

で与えられる。ただし、式中の各パラメータは以下のように定義される。

$$\begin{aligned} \bar{\Psi} &= \Psi/\kappa, & e(t) &= \exp[-\alpha(\beta_m^2 + \gamma_n^2)t], \\ L_m &= L(\beta_m^2 + \bar{\Psi}^2) + \bar{\Psi}, & H_n &= H(\gamma_n^2 + \bar{\Psi}^2) + \bar{\Psi}, \end{aligned} \quad (9)$$

ここに、 β_m と γ_n は以下の超越方程式の正の根である：

$$\beta_m \tan(\beta_m L) = \frac{\Psi}{\kappa}, \quad \gamma_n \tan(\gamma_n H) = \frac{\Psi}{\kappa}. \quad (10)$$

図 7 に解析の結果得られた全領域の温度分布図 ($t = 8 \text{s}$)

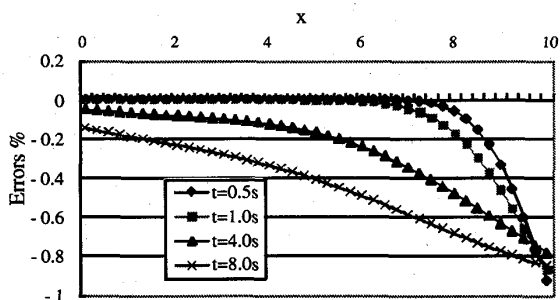


Fig. 8 Error distribution at line of $y = 5$

後)を示す。 $y = x$ に関して対称な結果が得られているのが確認できる。解析結果の誤差を図 8 に示す。ただし、 $t = 0.5, 1, 4, 8 \text{s}$ の時の $y = 5 \text{cm}$ の線上における誤差である。時刻が早い頃に精度が極端に良いのはまだ温度変化が及んでいないからであり、その後誤差は増えるが、非常に良い精度である。

三次元の問題として 2.2 と同じ物体について解析を行った。 $x = L$ と $y = H$ の面上は熱伝達境界とし、ほかの面は全部断熱境界にして計算した。結果は二次元問題と同程度の解析精度であった。

次は、直線以外の境界について検証を行うために円柱の問題を採りあげる。初期温度が $T_0 = 0$ で厚さ $H = 0.25 \text{m}$ 、半径 $R = 1 \text{m}$ の円柱について、上下の面

を断熱し、円柱面に一様な熱流速 ($q_0 = 10$) を与え、5 秒間の変化を追跡した。なお $\rho = 7860 \text{kg/m}^2$ 、 $\kappa = 41.26 \text{W/m K}$ 、 $c = 0.1146 \text{J/kgK}$ とし、対称のため $1/4$ の領域だけで計算した。この問題の理論解は⁽¹⁷⁾

$$T(r, t) = \frac{2q_0 t}{\rho c} + \frac{q_0 R}{\kappa} \left\{ \frac{r^2}{2R^2} - \frac{1}{4} - 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{\kappa}{\rho c} \frac{\alpha_n^2 t}{R^2}} \frac{J_0(r\alpha_n/R)}{\alpha_n^2 J_0(\alpha_n)} \right\} \quad (11)$$

で表され、 J_0 は第一種の 0 次ベッセル関数である。図 9 は $t = 1, 2, 3, 5 \text{s}$ の時の r 方向の温度分布グラフである。計算結果は直線境界の結果と比べ、やや精度が落ちるようである。それは、式 (5) 中の ζ を 2 にしたままで生じた誤差であると思われる。曲面や曲線境界でのさらなる精度向上に対する今後の課題であるが、それほど大きな誤差ではないので本研究では $\zeta = 2$ のまゝ用いた。

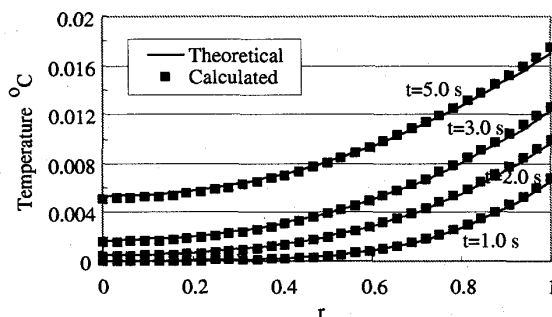


Fig. 9 Distribution of T according to time by SPH, Flux $q_0 = 10$ is given to the cylindrical surface

3. 傾斜機能材料の熱ショック問題の計算

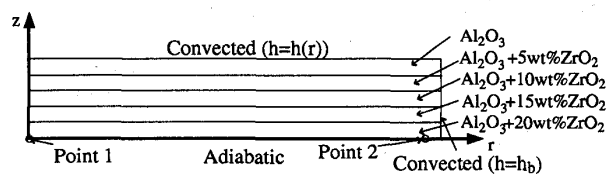


Fig. 10 The test sample

以上の準備の下に実際の傾斜機能材料の解析を行う。採り上げる問題は Sadowski ら⁽⁶⁾⁽⁷⁾の傾斜機能材料の実験であり、この実験結果に対し彼ら自身の解析結果と本研究による解析結果を比べ、解析法の検討を行うものである。ただし、Sadowski らの計算は 2 次元の meshfree FEM 法⁽³⁾、および差分法による軸対称問題として 2 次元化した解析⁽⁷⁾であり、本研究では 3 次元の汎用プログラムによる解析である。

この実験の試験片は図 10 のように直径 30mm, 厚さ 0.5mm の円盤を 5 層重ねたものであり, 主成分が Al_2O_3 , ZrO_2 成分が上から層ごとに 5% ずつ増加している。

実験は, 先ず試験片をそれぞれ 1023K, 1073K, 1123K まで加熱し, その後室温の窒素を注ぐことにより冷却して試験片の温度変化を記録する, というものである。冷却用の窒素は試験片上面の円の中心上 3mm 離れた場所から直径 4.5mm のパイプから 22 秒間噴射し, 温度変化は試験片下面の中心点と中心から 14.5mm の 2 か所で記録している。Sadowski らの計算モデルは, 冷却面と円柱面を伝熱境界とし, 熱伝達係数は半径方向に沿って変化させている。これは面と接する窒素の状態が中心と周囲とは異なるため, その影響を熱伝達係数の違いとして表わしたものと考えられる。また温度変化をモニターする試験片下面は窒素が接しないので断熱境界としている。

熱伝導率についての取り扱いは以下のとおりである。 Al_2O_3 の温度依存性⁽⁷⁾は以下の式で取り入れている。

$$\kappa^{\text{Al}_2\text{O}_3}(T) = 5.85 + 26524.4 \exp(-0.002T)/(242.85 + T). \quad (12)$$

ただし, 温度 T と κ の単位はそれぞれ K と W/mK である。また, ZrO_2 の熱伝導率には温度依存性はなく, $\kappa^{\text{ZrO}_2} = 2.8 \text{ W/mK}$ である。しかし, Sadowski らは層ごとの ZrO_2 の変化を無視し, 試験片全体を全体の質量比によって平均化した種類の熱伝導率としている。

これに対し本研究では, Z 方向の熱伝導率の変化も考慮し, 以下の関数で計算する。

$$\kappa(T, z) = \kappa^{\text{Al}_2\text{O}_3}(T)(1 - \alpha(z)) + \kappa^{\text{ZrO}_2} \cdot \alpha(z). \quad (13)$$

ここに, $\alpha(z)$ は ZrO_2 成分の含有率である。つまり, 試験片全体の熱伝導率は温度により変化すると共に, z 方向も成分変化があるものとして計算を行う。他のパラメータは Sadowski ら⁽⁷⁾の計算と同じ値とする。なお, 本計算は三次元のモデルであり, 熱伝達係数が半径方向に変化することを考えて, 粒子の設置は図 11 のようにリング状に行う。また粒子の半径は 0.5mm とする。タイムステップの選択は Cleary ら⁽⁸⁾に従う。本研究では最も簡単なオイラー陽解法を用いるが, これでも十分な精度が達成できることを示す。

本解析に基づく温度分布図を 3 種類の初期温度ごとに図 12~14 に示す。ただし, 冷却過程の終わりの時点 ($t = 22\text{s}$) における試験片の軸方向断面 (対称のため, 右辺だけを示す) の温度分布である。この傾向は

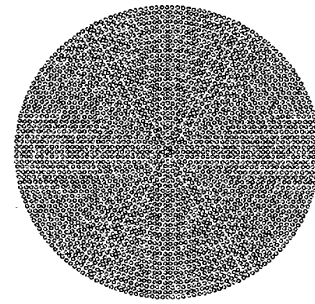


Fig. 11 Particles' partition for the test sample

Sadowski ら⁽⁷⁾の得た温度分布図とよく似ており, 大まかな傾向としては一致する結果が得られている。

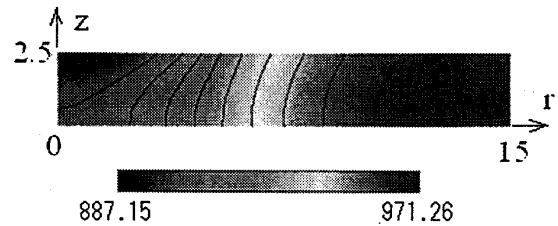


Fig. 12 Temperature distribution at $t = 22\text{s}$, $T_0 = 1023\text{K}$

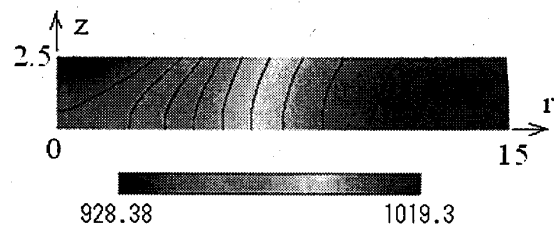


Fig. 13 Temperature distribution at $t = 22\text{s}$, $T_0 = 1073\text{K}$

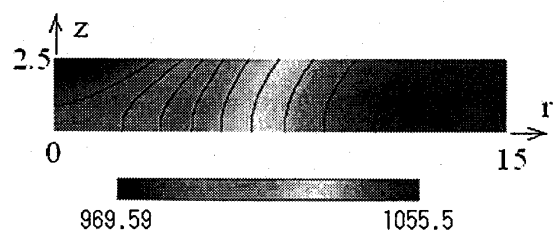


Fig. 14 Temperature distribution at $t = 22\text{s}$, $T_0 = 1123\text{K}$

数値的に詳しく検討するために図 15, 16, 17 に計算結果を示す。それぞれ, 初期温度が 1023K, 1073K, 1123K の場合について, 試験片下面の 2 点のモニター点の温度を実験値と比較したものである。

モニター点 1 (point 1) における温度の時間変化について, 本解析結果は初期温度の異なる 3 ケースとも実験結果とよく一致している。いっぽう, モニター点 2 (point 2) における計算値は相対的に実験値との差が

大きくなった。しかしそれでも 22 秒後の時点で見ると、この差が最も大きくなる 1023K の場合でも実験値との最大誤差は 1.25% を超えておらず、傾向も良く一致している。さらに 1123K の場合はよく一致するようになる。

これに対し、Sadowski らの解析結果を見てみる。まず文献⁽³⁾では meshfree FEM によって point 1 だけ計算しているが、この結果は実験値との乖離が大きく、温度の時間変化もほとんど直線的で傾向的にもあまり良い一致とはいえない。また、文献⁽⁷⁾では差分法による解析結果と市販のソフト ABAQUS による解析結果が示されている。まず point 1 の計算結果では、ABAQUS による計算結果は大変よく一致しているのに対し、差分法ではかなりの誤差が存在する。point 2 の計算結果についても差分と ABAQUS の両方共に比較的大きな誤差が存在している。少なくとも本解析よりも良い結果が出ているとは言い難い。

ただし、Sadowski ら⁽⁷⁾の計算結果は熱伝導率の z 方向の変化を無視したにしては、それほど大きな誤差(数%程度)が現われていないとみることもできる。これは試験片の厚さが薄いため熱伝導率の平均化の近似が成立したからだと思われる。しかし、各円盤層の厚さが十分に薄くなければ誤差は大きくなるものと思われる。本研究のような解析性能が必要になるものと考えている。

以上により、本研究の解析システムは傾斜機能材料の伝熱性能の計算に十分対応できることが検証されたものと考えられる。

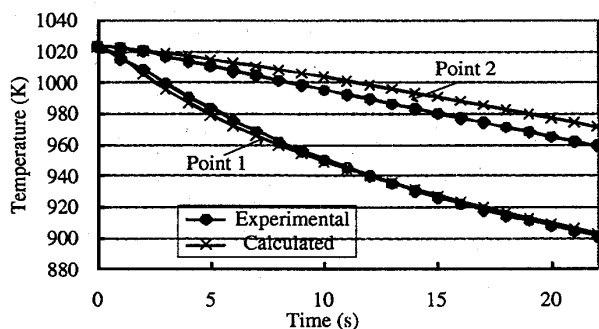


Fig. 15 Calculated temperature versus experiment ones at points 1(center) and 2($r=14.5\text{mm}$), for the initial temperature $T_0=1023\text{K}$

結 言

本研究では曲線境界を有する 3 次元物体について、熱伝導率が座標のみではなく物性値自体が温度依存す

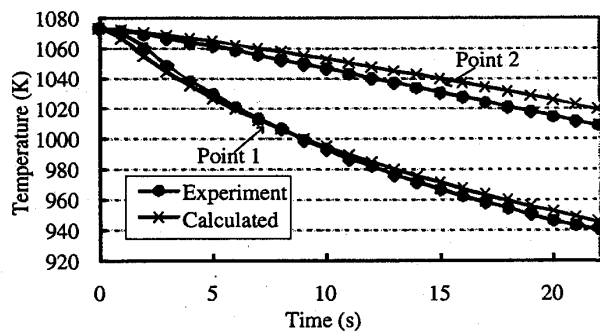


Fig. 16 Calculated temperature versus experiment ones at points 1 and 2, for the initial temperature $T_0=1073\text{K}$

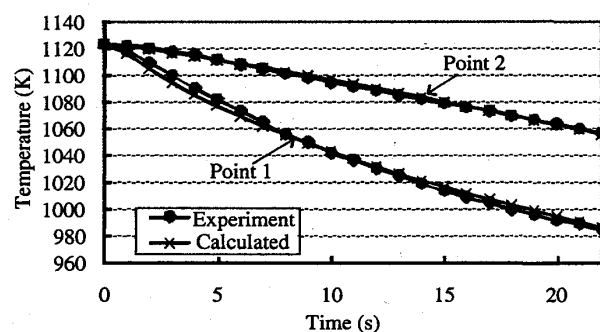


Fig. 17 Calculated temperature versus experiment ones at points 1 and 2, for the initial temperature $T_0=1123\text{K}$

る非定常非線形解析が可能、SPH 法に基づく 3 次元非線形非定常熱伝導問題の解析システムを構築した。

本解析システムを用いて傾斜機能材料の実験結果と比較し、十分な精度で解析できることを検証した。

文 献

- (1) Y. Ochiai, "Two-dimensional steady heat conduction in functionally graded materials by triple-reciprocity boundary element method", *Engineering Analysis with Boundary Elements* 28 (2004), pp.1445-1453.
- (2) J. Sladek, V. Sladek and Ch. Zhang, "Transient heat conduction analysis in functionally graded materials by the meshless local boundary integral equation method", *Compu. Mater. Science* 28 (2003), pp.494-504.
- (3) K. Nakonieczny and T. Sadowski, "Modelling of 'thermal shocks' in composite materials using a meshfree FEM", *Compu. Mater. Science* 44 (2009), pp.1307-1311.
- (4) Masoud Asgari and Mehdi Akhlaghi, "Transient heat conduction in two-dimensional functionally graded hollow cylinder with finite length", *Heat Mass Transfer* 45 (2009), pp.1383-1392.

- (5) Kamran A. Khan and Anastasia H. Muliana, "A multi-scale model for coupled heat conduction and deformations of viscoelastic functionally graded materials", *Elsevier Composites: Part B* 40 (2009), pp.511-521.
- (6) T. Sadowski, M. Boniecki, Z. Librant and K. Nakonieczny, "Theoretical prediction and experimental verification of temperature distribution in FGM cylindrical plates subjected to thermal shock", *Int. Jour. of Heat and Mass Transfer* 50 (2007), pp.4461-4467.
- (7) T. Sadowski, S. Ataya and K. Nakonieczny, "Thermal analysis of layered FGM cylindrical plates subjected to sudden cooling process at one side – Comparison of two applied methods for problem solution", *Compu. Mater. Science* 45 (2009), pp.624-632.
- (8) P. W. Cleary and J. J. Monaghan, "Conduction Modelling using Smoothed Particle Hydrodynamics", *J. Compu. Phys.* 148 (1999), pp. 227-264.
- (9) L. B. Lucy, "Numerical approach to testing the fission hypothesis", *Astronomical Journal*, 82 (1977), pp.1013-1024.
- (10) H. Sakurai, "Transient and steady-state heat conduction analysis of two-dimensional functionally graded materials using particle method", *WIT Transactions on Engineering Sciences*, Vol. 64 (2009), pp.45-54.
- (11) S. Koshizuka and Y. Oka, "Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid", *Nuclear Science and Engineering*, Vol. 123 (1996), pp.421-434.
- (12) G. R. Liu and M. B. Liu, *Smoothed Particle Hydrodynamics—A mesh free particle method*, (2003), World Scientific.
- (13) R. Rook et al., "Modeling transient heat transfer using SPH and implicit integration", *Num. Heat Trans., Part.B*, 51 (2007), pp.1-23.
- (14) WING KAM LIU et al., "Reproducing kernel particle methods", *Inter. J. Num. Metho. Fluids*, Vol.20 (1995), pp.1081-1106.
- (15) G. M. Zhang and R. C. Bartra, "Symmetric smoothed particle hydrodynamics(SSPH) method and its application to elastic problems", *Comput Mech*, 43 (2009), pp.321-340.
- (16) M. N. Ozisik, *Heat Conduction*, 2nd ed. (1993), p.75, Wiley, New York.
- (17) H. S. Carslaw and J. C. Jaeger, *Conduction of Heat in Solids*, 2nd ed. (1986), p.203, Clarendon Press, Oxford.