

2. 投 稿

ワークステーションによる船舶数値流体力学の計算

水産学部海洋情報科学講座

塩谷 茂明

E-mail: shiotani@net.nagasaki-u.ac.jp

1 はじめに

最近工学の分野だけでなく理学、医学等の広い分野において流体の流れをコンピュータで数値計算するいわゆる CFD と称する数値流体力学 (Computational Fluid Dynamics) が盛んに行なわれるようになってきた。流体の流れをシミュレーションすることにより、実験では計測不可能な流れの細部の複雑な現象などが解明されつつある。

著者は船舶工学の分野において推進性能の観点から船体に働く粘性抵抗や造波問題に関する計算を行ってきたので、ここに、簡単に紹介すると共に著者自身の計算機環境についての私見を述べる。計算に用いた基礎方程式は粘性を考慮した Navier-Stokes 方程式と連続の式である。従来はこれらの式を微分形で解く差分法を用いた計算を行い、本誌でもその一部を紹介した [1]。

今回紹介する計算は基礎方程式を積分形で解く有限体積法を用いた。

計算は船体周囲流場の推定や船型設計に広く貢献することを目的とした船体周り粘性流場のシミュレーションである。現実には船が航走すると波が発生し、造波抵抗が大きな要素となるが、自由表面を含む粘性流場の計算は自由表面の取り扱いが難しく、現実の計算は水面に船が造波をしないで航走するような仮想状態で行われ、自由表面を考慮した計算は今だ開発中である。ここでは、模型船レベルの自由表面波を含む計算ソルバーを簡単に紹介し、計算結果を示す。詳細は参考文献 [2][3] を参照されたい。

供試船は格子直交性が良く幾何学的に表現した船型である Wigley 模型を用い、計算結果は実験値 [4] と比較検討した。

使用した計算機は前回の紹介例では長崎大学総合情報処理センターの大型計算機であったが、今回の計算では研究室が所有するワークステーションであるので数値流体力学に関する計算機の環境についての私見も述べたい。

2 計算方法

2.1 基礎方程式

擬似圧縮性を導入した保存型の三次元非圧縮性 Navier-Stokes 方程式を示す。

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_m} (F_m^* + F_{vm}) - a = 0 \quad (m = 1, 2, 3 \quad \text{summation}) \quad (1)$$

ここに、

$$q = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ p \end{bmatrix}, F_m^* = \begin{bmatrix} u_1 u_m + p \delta_{1m} \\ u_2 u_m + p \delta_{2m} \\ u_3 u_m + p \delta_{3m} \\ u_m \beta \end{bmatrix}, F_{vm} = -\nu \begin{bmatrix} \partial u_1 / \partial x_m + \partial u_m / \partial x_1 \\ \partial u_2 / \partial x_m + \partial u_m / \partial x_2 \\ \partial u_3 / \partial x_m + \partial u_m / \partial x_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

(x_1, x_2, x_3) は船長しで無次元化した Cartecian 座標である。ここに、 x_1, x_2, x_3 はそれぞれ船首尾方向で船尾に向けて正、左右舷方向で右舷に向けて正、上下方向で鉛直上方に向けて正の座標、 u_1, u_2, u_3 は一様流速 U_0 で無次元化した速度成分、 a は加速度、 δ_{ij} は Kronecker のデルタ、 β は擬似圧縮パラメータ、 $p = pr + x_3 / Fn^2$ は重力項を含んだ圧力で pr は実圧力、 Fn はフルード数、 $\nu \equiv \nu_t + 1 / Rn$ 、 Rn はレイノルズ数、 ν_t は Baldwin-Lomax 乱流モデルから与えられる渦動粘性係数である。

一般化された Reynolds の輸送定理を用い、(1) 式をコントロールボリューム $V(t)$ で積分すると、次式を得る。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} q dV + \int_{S(t)} (F_m^* + F_{vm} - q \omega_m) n_m ds - \int_{V(t)} a dV = 0 \quad (3)$$

ここに、 $S(t)$ は $V(t)$ の境界面、 ω_m は $S(t)$ の移動速度、 n_m は $S(t)$ の外向き単位法線ベクトルである。コントロールボリュームとして格子セルを用いると、(3) 式は次式のように離散化できる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} (qV)_{i,j,k} + (\bar{F}_1 + \bar{F}_{v1})_{i+1/2,j,k} - (\bar{F}_1 + \bar{F}_{v1})_{i-1/2,j,k} + (\bar{F}_2 + \bar{F}_{v2})_{i,j+1/2,k} \\ & - (\bar{F}_2 + \bar{F}_{v2})_{i,j-1/2,k} + (\bar{F}_3 + \bar{F}_{v3})_{i,j,k+1/2} - (\bar{F}_3 + \bar{F}_{v3})_{i,j,k-1/2} - (aV)_{i,j,k} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

ここに、

$$\bar{F}_1 \equiv (Sn)_m^{\xi_1} (F_m^* - q \omega_m) = \bar{F}_1^* - (Sn)_m^{\xi_1} \omega_m q = \bar{F}_1^* - (SW)^{\xi_1} q, \bar{F}_{v1} \equiv (Sn)_m^{\xi_1} F_{vm} \quad (5)$$

i, j, k は空間で ξ_1, ξ_2, ξ_3 方向の格子番号である。 $(Sn)_m^{\xi_1}$ はセル界面 $i \pm 1/2, j \pm 1/2, k \pm 1/2$ の面積の x_m 軸方向への射影、 $W^{\xi_1} \equiv n_m^{\xi_1} \omega_m$ は移動界面 $S(t)$ の ξ_1 方向の法線速度成分である。(4) 式の非粘性、粘性項は FDS (Flux Difference Splitting) スキームに基づいた風上差分で計算される。例えば、セル界面 $i + 1/2$ でのフラックス差は次式で定義される。

$$\delta(\bar{F}_1)_{i+1/2,j,k} \equiv \bar{F}_1(q^R, (Sn)^{\xi_1})_{i+1/2,j,k} - \bar{F}_1(q^L, (Sn)^{\xi_1})_{i+1/2,j,k} = A_{i+1/2,j,k}^{LR} \delta q_{i+1/2,j,k}^{LR} \quad (6)$$

ここに、

$$\delta q_{i+1/2,j,k}^{LR} \equiv (q^R - q^L)_{i+1/2,j,k}, \quad A_{i+1/2,j,k}^{LR} \equiv A_{i+1/2,j,k}^{*LR} - (SW)^{\xi_1} I \quad (7)$$

I は単位行列、 A^{*LR} は固定座標系、 A^{LR} は動座標系でのフラックスヤコビアン行列であり、この行列は対角化ができ A の固有値を対角成分に持つ対角行列 Λ^* 、右固有行列 R^* 、左固有行列 L^* によって次式のように表せる。

$$A^{LR} = R^* \Lambda^* L^* - (SW)^{\xi_1} I = R^* (\Lambda^* - (SW)^{\xi_1} I) L^* \equiv R \Lambda L \quad (8)$$

時間微分には *padè* 時間差分を用いる。

$$\frac{\partial}{\partial \tau} = \frac{1}{\Delta \tau} \frac{\Delta}{1 + \theta \Delta} \quad \text{where} \quad \Delta q^n \equiv q^{n+1} - q^n \quad (9)$$

(4) 式を (9) 式に代入すると、最終的に関係式は次式のようなになる。

$$\begin{aligned} & (V^n \Delta q^n)_{i,j,k} + \theta \Delta \tau \Delta [(\bar{F}_1 + \bar{F}_{v1})_{i+1/2,j,k} - (\bar{F}_1 + \bar{F}_{v1})_{i-1/2,j,k} + (\bar{F}_2 + \bar{F}_{v2})_{i,j+1/2,k} \\ & - (\bar{F}_2 + \bar{F}_{v2})_{i,j-1/2,k} + (\bar{F}_3 + \bar{F}_{v3})_{i,j,k+1/2} - (\bar{F}_3 + \bar{F}_{v3})_{i,j,k-1/2}]^n = -\Delta \tau [(\bar{F}_1 + \bar{F}_{v1})_{i+1/2,j,k} \\ & - (\bar{F}_1 + \bar{F}_{v1})_{i-1/2,j,k} + (\bar{F}_2 + \bar{F}_{v2})_{i,j+1/2,k} + (\bar{F}_2 + \bar{F}_{v2})_{i,j-1/2,k} + (\bar{F}_3 + \bar{F}_{v3})_{i,j,k+1/2} \\ & - (\bar{F}_3 + \bar{F}_{v3})_{i,j,k-1/2}]^n - (\Delta V^n q^n)_{i,j,k} + \Delta \tau V^n [(1 - \theta) \mathbf{a}^n + \theta \mathbf{a}^{n+1}]_{i,j,k} \end{aligned} \quad (10)$$

2.2 自由表面境界条件

自由表面の動力学的境界条件は大気の応力と水の表面張力を無視すると、液面に働く接線応力成分はゼロ、垂直方向の成分は大気圧力 $P_{air} (\equiv 0)$ と釣り合うことから次式となる。

$$0 = -p_r n_1 + \nu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_m} + \frac{\partial u_m}{\partial x_1} \right) n_m \quad (l = 1, 2, 3),$$

$$p = P_{air} + \frac{h}{F_N^2} \quad (x_3 \equiv h \text{ on free - surface}) \quad (11)$$

ここに、 \mathbf{n}_m は単位法線ベクトルである。

その時、(10) 式の自由表面上のフラックス $(\bar{F}_2 + \bar{F}_{v2})_{i,j+1/2,k}$ の三成分 ($l=1,2,3$) は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & (\bar{F}_2 + \bar{F}_{v2})_1 = (Sn)_m^{\xi_2} (F_m^* + F_{vm} - u_1 \omega_m) \\ & = S^{\xi_2} [(u_m - \omega_m) u_1 n_m^{\xi_2} + (P_{air} + \frac{h}{F_N^2}) \delta_{lm} n_m^{\xi_2} - \nu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_m} + \frac{\partial u_m}{\partial x_1} \right) n_m^{\xi_2}] \\ & = S^{\xi_2} [(U - W)^{\xi_2} u_1 + \frac{h}{F_N^2} n_1^{\xi_2} + \{P_{air} n_1^{\xi_2} - \nu \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_m} + \frac{\partial u_m}{\partial x_1} \right) n_m^{\xi_2}\}] = (Sn)_1^{\xi_2} \frac{h}{F_N^2} \end{aligned} \quad (12)$$

ここに、 U_i は反変速度成分である。上式の第三行目の第 1 項は自由表面適合座標の仮定により常にゼロになり、また第 3 項も (11) 式からゼロである。フラックスの第 4 成分は自由表面上の U_i が W に等しいことから次式となる。

$$(\bar{F}_2 + \bar{F}_{v2})_4 = (Sn)_m^{\xi_2} (\beta u_m - p \omega_m) = S^{\xi_2} (\beta U^{\xi_2} - p W^{\xi_2}) = S^{\xi_2} (\beta - p) U^{\xi_2} \quad (13)$$

一方、運動学的境界条件は自由表面適合座標を用いると次式となる。

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} = \omega_3 = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) n_3 \quad (14)$$

ここに、自由表面上の速度ベクトル \mathbf{u} により液面はその単位法線方向 \mathbf{n} に移動すると仮定している。

3 計算結果

比較的格子直交性の良い Wigley モデルを供試船とし、船体周り造波粘性流場の計算を行った。

図1は Wigley 船型モデルの線図と座標系である。これは幾何学的形状で表現されるモデル船であり、船長に対し船幅が短い細長船の代表的な船型であって、従来から模型実験や数値計算等によく利用され、次式であらわされる。

$$\frac{x_2}{l} = \frac{B}{L} \left(1 - \left(\frac{x_1}{l}\right)^2\right) \left(1 - \left(\frac{x_3}{d}\right)^2\right) \quad (15)$$

ここに、Bは船幅、Lは船長で $l=L/2$ 、そしてdは喫水である。

図2は数値計算のために作成したH-Oタイプの格子である。図の中央部の黒く膨らんだところに船体があり、船は左右舷対称のため片舷のみ計算する。格子間隔は計算精度に深く影響するため次のように定めた。流れ方向には船体のある領域では一定であるが、船首上流と船尾下流領域ではクラスタリングをしている。船体法線方向には船体表面上の境界層を精度よく計算するため壁に隣接した最小格子間隔は $0.01/\sqrt{Rn}$ で定め、クラスタリングするがその後一定の格子間隔とする。喫水方向には水面付近は波の計算のため格子間隔を小さくした。計算格子数は x_1, x_2, x_3 方向に $i \times j \times k = 81 \times 41 \times 25$ 、計算領域は無次元距離でそれぞれの方向に $-1.0 \leq x_1 \leq 1.5, 0.0 \leq x_2 \leq 0.75, -0.75 \leq x_3 \leq$ 最大波高である。

計算は波のない静止状態から開始して無次元時間 $T = 0.5$ まで加速しながら $T = 5.0$ まで計算した。時間刻み幅は $\Delta t = 0.005$ である。安定性のよい計算を行うために、加速中は層流、加速終了後は Baldwin Lomax によるゼロ方程式モデルを用いた乱流計算に切り換えた。

すべての計算結果は東京大学の曳航水槽で行われた実験データと比較した[4]。実験に用いた模型船は全長が $L=2.5\text{m}$ 、全幅が $B=0.25\text{m}$ 、喫水が $d=0.156\text{m}$ の木製であり、トリム、シンケージ共固定した状態で計測されたデータを用いた。実験はフルード数が $Fn = 0.10 \sim 0.41$ 、 $Rn = 1.0 \times 10^6 \sim 5.0 \times 10^6$ の範囲で実施され、抵抗試験、波紋、船側波形と船体圧力分布が計測された。

図3はフルード数が $Fn = 0.289$ 、レイノルズ数が $Rn = 3.277 \times 10^6$ における船体周りの計算波紋を示す。片舷計算を両舷対称に描いている。等高線は波面の最大、最小値間を50等分し、赤色が波の山、青色が谷を示すように順次色分けして表示している。船首船尾から発生する波がよくシミュレーション出来ていて、小高い山の上から眼下に広がる海上を航行する船舶が造り出す波のようすが想像される。

図4は波紋の精度を検証するための計算と実験波紋の比較である。等高線は実験では水面変位 h を実寸で、実線が正、破線が負で、そして等高線間隔は一定でなく $-10\text{mm} \leq h \leq 10\text{mm}$ までが 2.5mm 、それ以上で 5.0mm 毎に描かれているので、計算波紋もそれに一致させた。両者の波形は波の位相差もなくよく似ている。ところが、計算波の山、谷部分は実験値より多少小さいが、これは格子が粗く波の解像度の低下によるものと思われる。

図5は船体表面での波形の比較である。船首近傍の計算波は実験値より低下するが、その他の部分では全体に両者はよく一致している。このことはかなり精度の高い波の計算と船体抵抗計算が可能であることを示唆するものである。

図6は $F_n = 0.25$ 、 $R_n = 3.4 \times 10^6$ における船体表面圧力分布の比較である。実線が正の圧力、破線が負の圧力を示す。実験では船首部分の圧力コンターが黒く塗りつぶされ計算と一致しないように見えるが、これは理論的には船首端で圧力係数が $C_p = 1.0$ となるが実験では必ずしも 1.0 まで高くないので、その部分を 1.0 と仮定してコンターを描いたからである。したがって、計算の方がより現実に近いものになっていると考えられる。その他の部分では船尾部の圧力回復も十分計算できており全体に両者の分布はよく一致している。

図7は図6で示した船体表面圧力分布を圧力の最大、最小値間を50等分して描いた図である。赤色が最も圧力の高い部分、青色が低い部分であり、色を変えて表示するとより一層圧力分布の変化がよく理解できる。

図8は全抵抗係数 C_t の比較である。船体全抵抗係数 C_t は船体摩擦抵抗 (C_f) と図6で示した圧力分布から計算される船体圧力抵抗係数 (C_p) との和で表される。計算の摩擦抵抗係数 C_f は実験値とほとんど一致するのでかなりの高精度で船体摩擦抵抗の推定が可能である。これは摩擦抵抗が船体表面浸水面積に深く関連しているため図5で示したように計算と実験船側波形がほとんど一致し精度よく波の計算が出来たことによる。また、圧力抵抗係数 C_p も造波に深く関係しており、図6で船体表面圧力分布をかなりの精度で推定できたことと上記のとおり図5から船体表面上の計算波形の精度がよいことから C_p の推定も十分な精度で可能であることが予想できる。したがって図の通り全抵抗係数 C_t の推定が低フルード数領域だけでなく高フルード数においても優れていることがわかる。特にフルード数に対して船側波形が変化するからその結果抵抗係数曲線に hump、hollow が形成されるが計算においても確認できるので十分シミュレーションできている。

以上、実験値との比較から本計算コードがかなりの高精度で自由表面波を含む船体周りの粘性流場の計算に有効であることがわかる。

4 ワークステーションによる計算環境

本計算は日本ヒューレットパッカード社の HP700 シリーズのワークステーションで行った。元来このような数値流体力学の計算は大容量のメモリーと長時間の CPU タイムが要求されるためにスーパーコンピュータに代表される汎用大型計算機でないと実行できないものであった。ところが、近年のコンピュータの著しい開発に伴いこのような大規模計算も低価格のワークステーションで十分可能となるに至った。コンピュータの技術革新の速度は著者を含む一般のユーザには予想できない。おそらくパーソナルコンピュータにおいてもこの程度の数値流体力学の計算は既に可能になっているのであろう。

長年、中型、あるいは大型計算機を利用してきた著者にとってはコンピュータの急速な変遷は全く驚異の世界である。しかも、図2、3、7で示すように、汎用計算機では不可能であったカラーグラフィックスもプログラムを作成すると容易に表示、プリントアウトできるようになった。計算結果をファイルにストアした後、後処理用のグラフィックス表示が出来るプログラムに入力すると実験では計測が困難な流体の要諸素もカラーグラフィックスによる表示が可能である。もちろん、このプログラムは部分的に拡大したり、視点を変えて表示することや物体表面をペイントすることなども可能である。

ここに、実験の際計測されなかったので定量的な精度評価ができないが、船体周りの粘性流場の推定に必要なその他の数例の流体要素の表示を示す。

図9は流れ方向に直角な5断面における速度ベクトル ($u_2 - u_3$) 図である。左端の断面は船首端、中央断面は船体中央部、右端は船尾端である。 x_1 軸に対して船体表面の曲率が大きい船首尾部では流れの速度が壁面から急に変化しているが、船体中央部では一様流に平行した流れとなり船体表面の粘性流場の変化する様子が十分表現できている。

図10は図9と同様に流れ方向に直角な断面における速度成分 u_1 のコンターである。左端の断面が船体中央部、右端の断面が船尾端である。コンターは無次元速度で0.1毎に描いているので船体表面から離れた一番外側のラインが一様流に等しい $u_1=1.0$ である。船体中央部では境界層の厚さが薄い船尾に向かって次第に厚くなっている。これが船体表面近傍の粘性流場の特長であり、船尾端後方の伴流域を含む船尾粘性流場の正確な推定がプロペラや舵に与える推進力に大きく影響するので船舶工学の分野では重要な研究テーマとなっている。

図11は船尾端断面における速度ベクトル ($u_2 - u_3$) と u_1 のコンターを同時に描いたものである。片舷のみ描いている。この断面では境界層が厚くなっていることと船尾では船体中心部に向かう流れ、自由表面では船尾で発生した波の隆起による x_3 方向の上向きの流れのあることがよくシミュレーションできている。

以上のように複雑な流体の流れ場もカラーグラフィックスで色別することによりモノクロのコンター図よりも視的により一層説得力がある。さらに、まだ流れをアニメーション化するプログラムを作成していないが、動画を作成してビデオに取り込むと、物体周りの複雑な非定常流のシミュレーションもそれほど困難なことではない。

このように大型汎用計算機を使用した流体の計算を行っていた数年前に比べワークステーションの利用は画期的である。さらに後者のその他の利点として購入する際に多少まとまった予算が必要であるが、その後の使用料は無料であり、購入価格も毎年安価となりパソコンの価格に接近しつつある。しかも、スタンドアロンで使用すると24時間フル稼働で利用できるので帰宅時に計算を開始しておく翌朝には計算が終了していることもある。大型計算機のように待ちジョブもなくなっただけひたすらに著者のために黙々と計算してくれる。かつて某研究所の研究者がスーパーコンピュータよりもワークステーションの方が計算速度が速かったと講演時に感想を述べていたのが思い出される。

5 まとめ

船舶流体力学の分野で高レイノルズ数で自由表面を考慮した船体周りの粘性流場を計算するNSソルバーを開発した。格子直交性の良いWigleyモデルを用いた計算を行い、実験データとの比較から、本計算スキームの精度に関し検定した。その結果、波紋、船側波形、船体表面圧力分布と全抵抗係数の推定が高精度で可能であることが解かった。さらに計算結果をカラーグラフィックス表示することにより、より一層物体周りの流れの様子が把握できることを示した。また、長年使用した汎用大型計算機による計算と今回使用したワークステーションとの計算環境についての私見と感想も述べた。数値流体力学の研究は今後も一層発展し計算結果の評価方法に関する新しい技法が開発されることと思われるが、本

研究で示した事柄が他の研究分野において参考になれば幸いである。

参考文献

- [1] 塩谷茂明：差分法による自由表面波の数値計算と計算環境、長崎大学総合情報処理センター「センターレポート」第13号、pp.10-18、1994.
- [2] 塩谷茂明、児玉良明：Wigley 模型周りの自由表面流の数値計算、西部造船会会報、第90号、pp.43-56、1995.
- [3] Shiotani S. and Kodama Y. : Numerical Simulation of Viscous Flows with Free-Surface around a Ship Model, Computational Mechanics '95 Theory and Applications, Proceedings of the International Conference on Computational Engineering Science, Springer, pp.838-843, 1995.
- [4] Cooperative Experiments on Wigley Parabolic Models in Japan, prepared by IHI, SRI, UT and YNU for the ITTC Resistance Committee, 2nd edition, Dec. (1983).

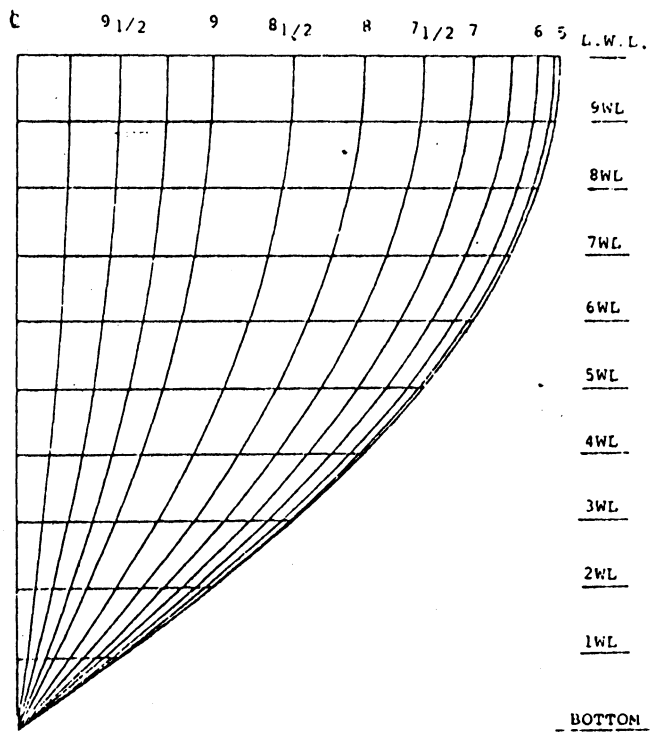
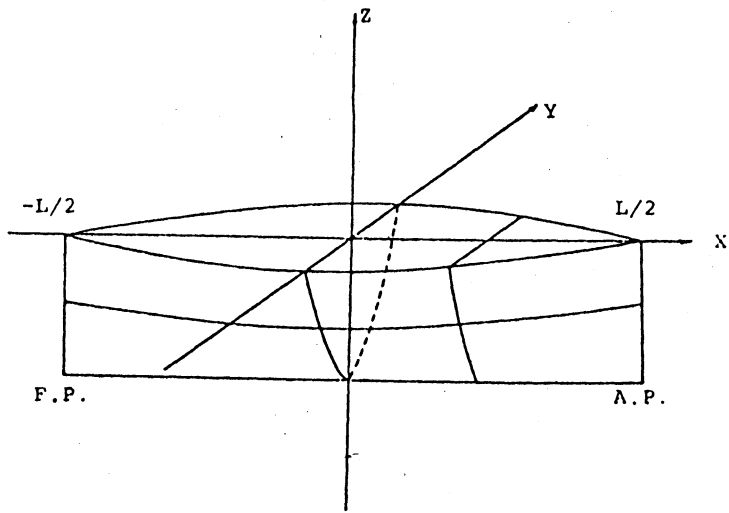


図1 Wigley船型モデルの座標系と線図

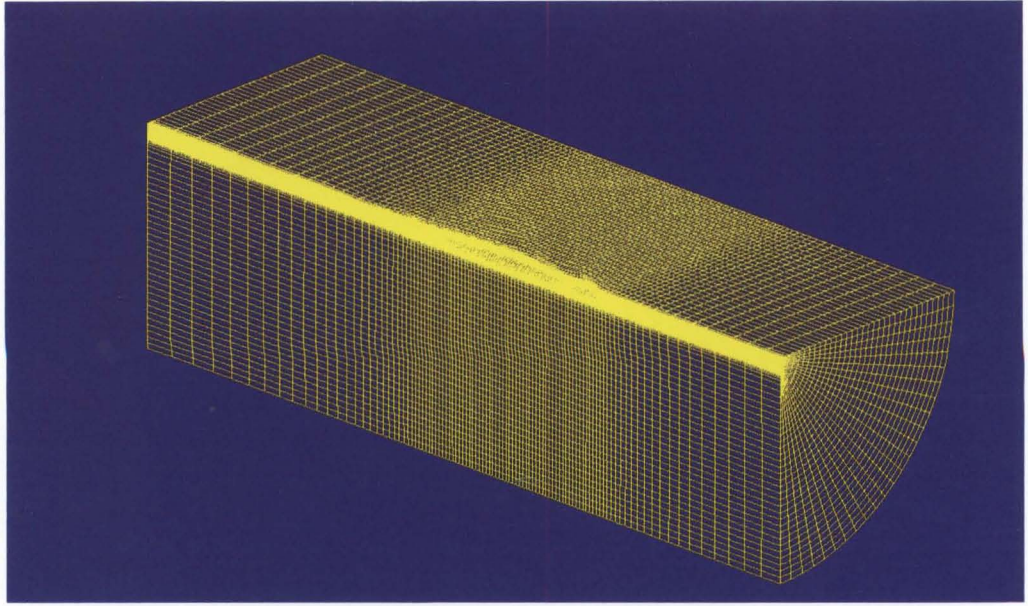


図2 計算格子

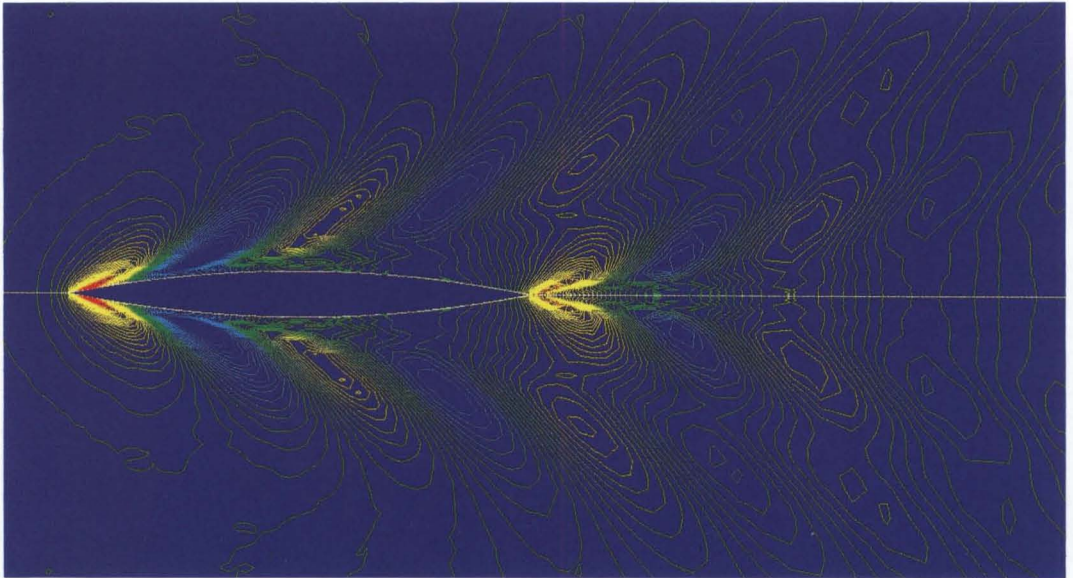


図3 船体周りの計算波紋

$F_n=0.289$ $R_n=3.277 \times 10^6$

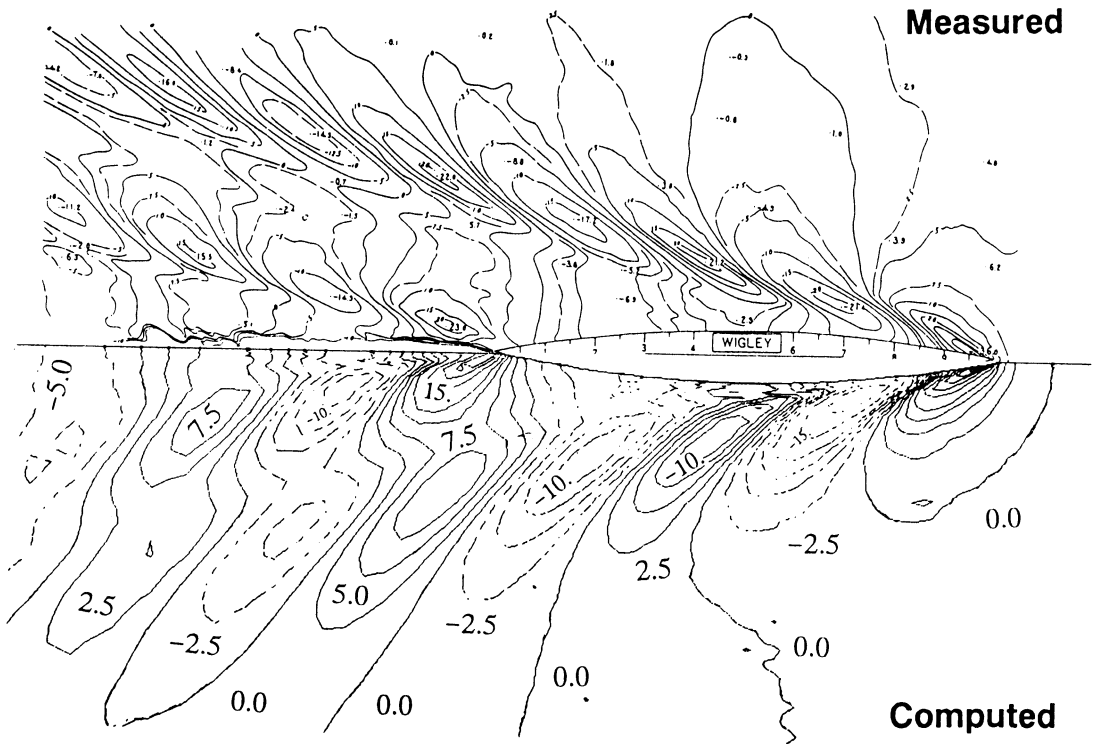


図4 船体周りの計算と実験波紋の比較

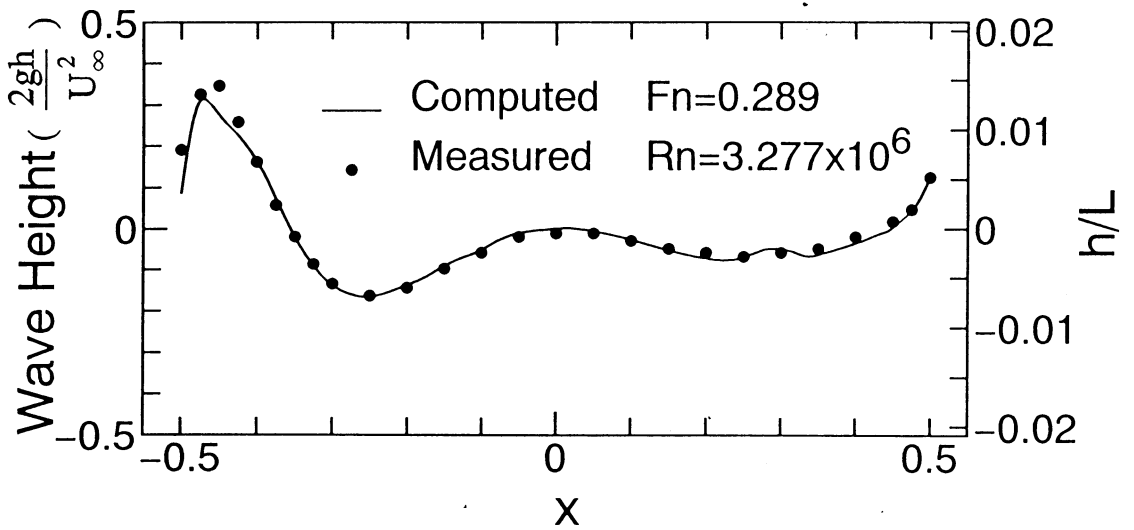


図5 計算と実験船側波形の比較

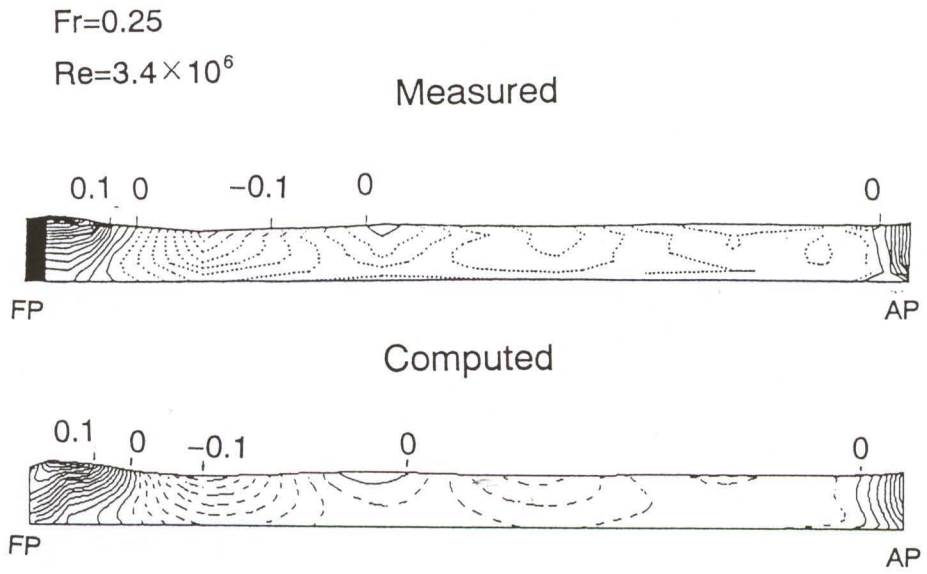


図6 計算と実験船体表面圧力分布の比較

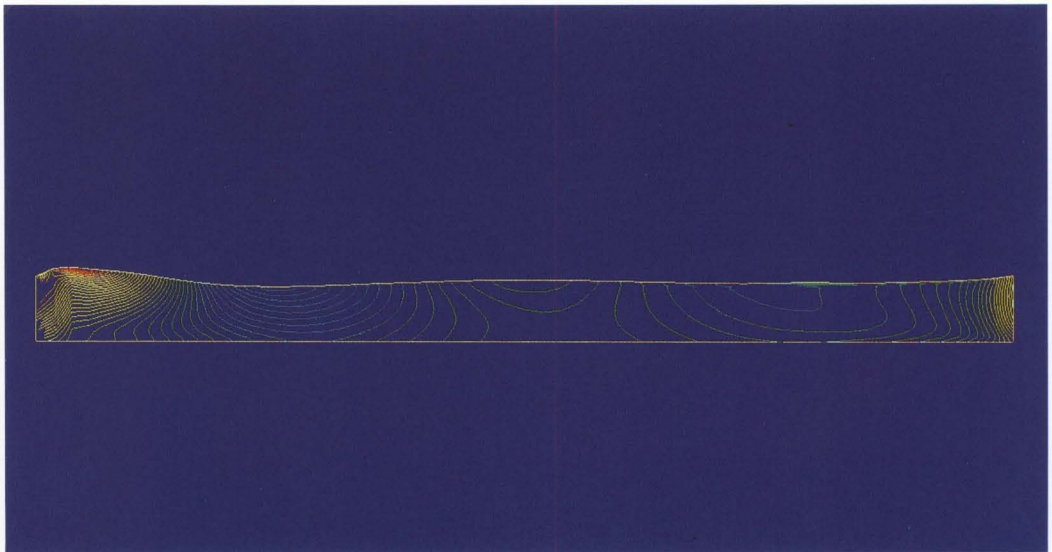


図7 計算船体表面圧力分布

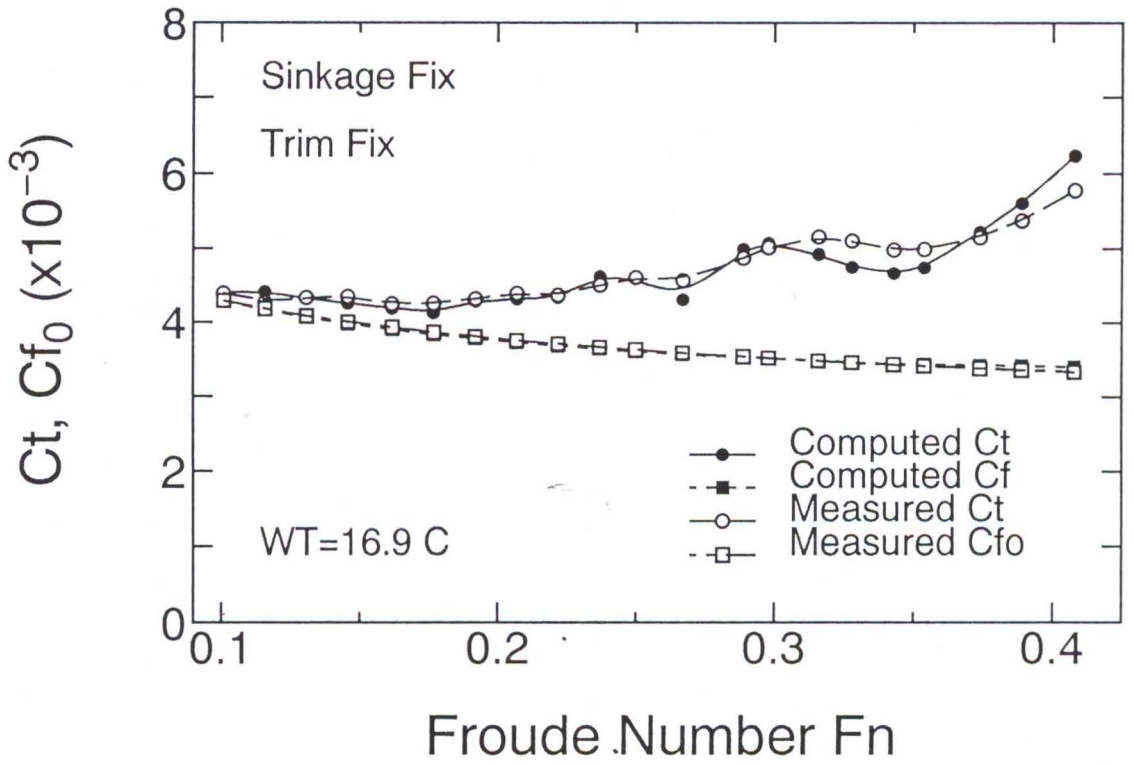


図8 計算と実験船体抵抗係数の比較

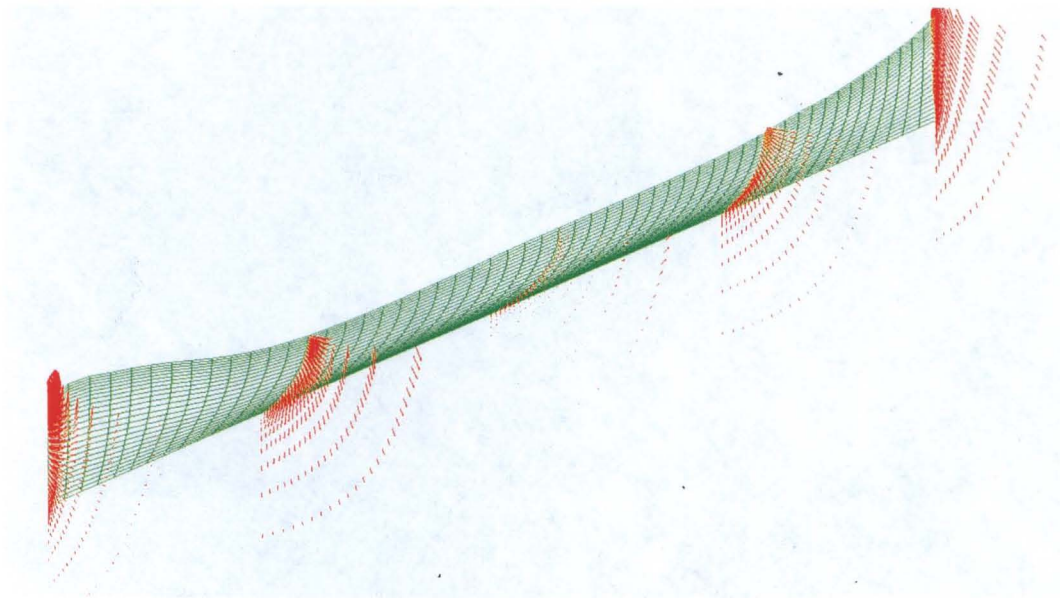


図9 x_1 一定断面における船体周りの速度ベクトル(u_2-u_3)

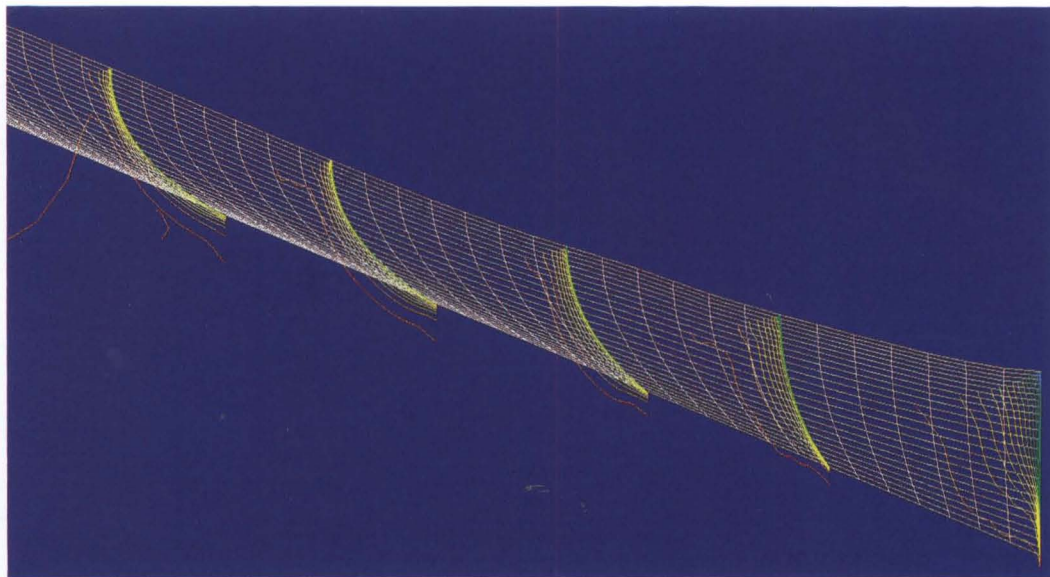


図10 x_1 一定断面における船体周りの速度成分コンター(u_1)

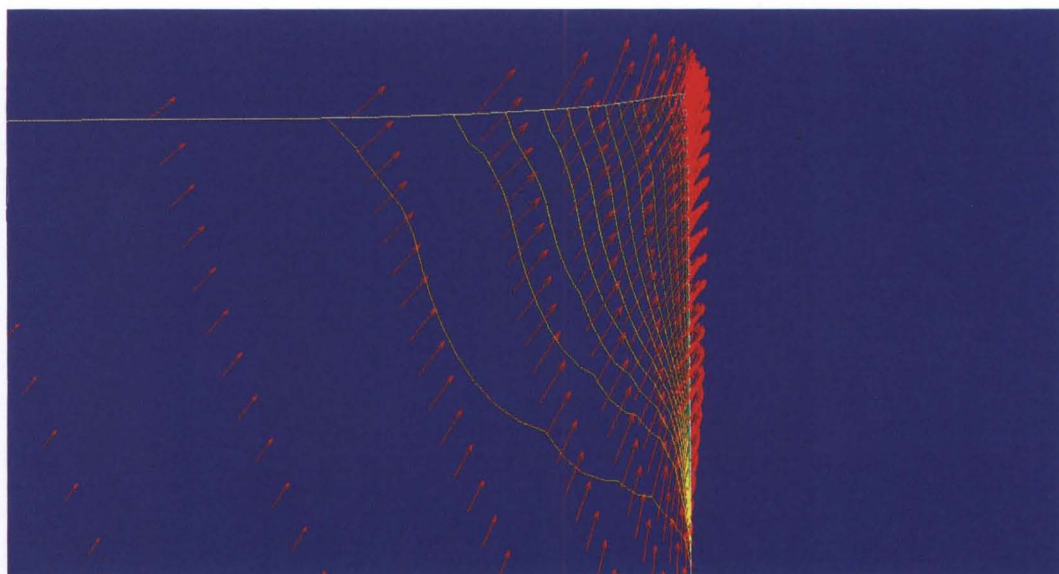


図11 船尾端断面における船体周りの速度ベクトル(u_2-u_3)と速度成分コンター(u_1)