非対称アーチの面内耐荷力解析

崎山　　毅*・青井俊憲**
若菜啓孝*

An Analysis of In-plane Load Carrying Capacity of Arch with Asymmetrical Axis

by

Takeshi SAKIYAMA*, Toshinori AOI** and Hirotaka WAKANA*

In this paper, In-plane load carrying capacity of 2 hinged arch with pipe section and asymmetrical axis were analized under arbitrary loading condition.

As the results of numerical analysis concerning the asymmetrical arch, the effect of span rise ratio, slenderness ratio, loading condition, plane shape of arch axis and initial deformation were clarified.

1. 序　　言

本論文は，任意形のアーチの幾何学的および材料的非線形性を考慮した面内耐荷力問題に関連して，有限変形理論から導かれた増分形基礎微分方程式の離散的一般解に基づき，非対称形アーチの複合非線形性および面内耐荷性の解析を行ったものである．

アーチの面内複合非線形問題に関しては，これまでに，対称荷重に対する弾性座屈解析あるいは非弾性域の広がりを考慮した非弾性安定解析，さらには，アーチ軸線の初期不整の影響を考慮した面内耐荷力解析などが行われてきている．Harries[1]は，アーチ軸線のつり合いに関する微分方程式を数値積分により繰り返し収斂させて解く方法を用いて変形の影響および非弾性域の広がりを考慮したアーチの耐荷力の解析を行っている．また倉西[2]らは，Harriesと同様の繰り返し手法を用いて，変形の影響や非弾性域の広がりの他サンドイッチ断面に対して残留応力やひずみ硬化の影響をも考慮して耐荷力を求めている．新家[3)4)]らは，アーチ軸線の変形および非弾性域の広がりを考慮したアーチの面内座屈および終局耐荷力の解析を伝達マトリックス法を用いて行い，アーチの面内座屈および終局耐荷力の特性について論じている．さらに，材料のひずみ硬化やアーチ軸線の初期不整，残留応力等を考慮した耐荷力解析を行い，アーチの終局耐荷力におよぼす影響について論ずるとともに，模型実験により解析理論の妥当性の検証を行っている．さらに，小松[5]らは，2ヒンジアーチおよび固定アーチに関して，面内耐荷力を基準にした合理的な実用安定照査式を提示している．これらの複合非線形問題に関する研究の他に山崎[6]らは，微小変形の前提のもとに非弾性域の広がりを考慮した円弧アーチの弾塑性解析を行っており，また，前田[7]らは，軸線変形の影響を考慮した任意形2ヒンジアーチの塑性崩壊荷重の算定法を提示している．

しかしながら，これらの研究においては，ほとんどの場合，左右対称形の軸線を有する一定断面の円弧アーチあるいは放物線アーチを対象とした解析が行われており，架設地点の地形的条件などからアーチ軸線が左右非対称形となる，いわゆる非対称形アーチに関し

昭和58年4月30日受理
*構造工学科（Department of Structural Engineering）
**元構造工学科大学院生

ては，いままでのところ，その面内耐荷性に関する検討は十分には行われていない．本論文は，このような非対称形アーチに関して複合非線形性および面内耐荷性の解析を行ったものである．

2．増分形基礎微分方程式

アーチ橋に作用する死荷重や大部分の活荷重のように，アーチの変形後も荷重方向が変化しない．いわゆる重力に基づく荷重の作用を受ける，任意形のアーチの変形状態での力のつり合い条件に基づいて，アーチの幾何学的および材料的非線形性解析における増分形平衡方程式が求められる．

変形前アーチに関して，部材軸座標を s とし，曲率を $1/R$，アーチ軸接線傾斜角を ϑ，法線および接線方向荷重強度を p および q，分布モーメント荷重強度を m とする．また，アーチ部材任意断面のせん断力，軸力および曲げモーメントを Q, N およびMとすれば，増分理論に基づいて，十分に小さな荷重強度$\Delta p, \Delta q, \Delta m$ の付加により，曲率，アーチ接線傾斜角，荷重強度および断面力は，それぞれ，$(1/R+d\Delta\theta/ds)/(1+\Delta\varepsilon_0)$，$\vartheta-\Delta\theta$, $p+\Delta p$, $q+\Delta q$, $m+\Delta m$, $Q+\Delta Q$, $N+\Delta N$, $M+\Delta M$ となる．増分荷重$\Delta p, \Delta q, \Delta m$ によるたわみ角増分，接線方向変位増分，法線方向変位増分を，$\Delta\theta$, $\Delta\omega, \Delta u$ とすれば，断面力増分，$\Delta Q, \Delta N, \Delta M$ を規定する増分形平衡方程式は次の各式にて与えられる．

$$\frac{d\Delta Q}{ds}+\frac{\Delta N}{R}+N\frac{d\Delta\theta}{ds}-q\Delta\theta+(\Delta p+\Delta p_c)=0 \qquad (1.\ \mathrm{a})$$

$$\frac{d\Delta N}{ds}-\frac{\Delta Q}{R}-Q\frac{d\Delta\theta}{ds}+p\Delta\theta+(\Delta q+\Delta q_c)=0 \qquad (1.\ \mathrm{b})$$

$$\frac{d\Delta M}{ds}-\Delta Q-Q\Delta\varepsilon_0-(\Delta m+\Delta m_c)=0 \qquad (1.\ \mathrm{c})$$

ここに，$\Delta\varepsilon_0$ は図心の軸ひずみ増分であり，$\Delta p_c, \Delta q_c$, Δm_c は各荷重増分段階における不平衡力である．これらは次の各式にて与えられる．

$$\Delta p_c=\Delta N\frac{d\Delta\theta}{ds}-\Delta q\Delta\theta+(p+\Delta p)(\cos\Delta\theta-1)-(q+\Delta q)(\sin\Delta\theta-\Delta\theta)$$

$$\Delta q_c=-\Delta Q\frac{d\Delta\theta}{ds}+\Delta p\Delta\theta+(p+\Delta p)(\sin\Delta\theta-\Delta\theta)+(q+\Delta q)(\cos\Delta\theta-1)$$

$$\Delta m_c=\Delta Q\Delta\varepsilon_0$$

次に，小ひずみ，平面保持およびせん断変形無視の仮定のもとに，各荷重増分段階における材料非線形性を考慮した断面力と変形との関係が導かれる．

アーチ軸任意点における軸ひずみ $\Delta\varepsilon_0$ 曲率の変化量$\Delta\phi$ と変位増分 $\Delta\theta, \Delta\omega, \Delta u$ との間には，次の関係式が成り立つ．なお，曲率$1/R$ を K と表わした．

$$\Delta\varepsilon_0=\frac{d\Delta\omega}{ds}-K\Delta u \qquad (2.\ \mathrm{a})$$

$$\Delta\phi=\frac{d\Delta\theta}{ds}-K\Delta\varepsilon_0 \qquad (2.\ \mathrm{b})$$

$$\Delta\theta=\frac{d\Delta u}{ds}+K\Delta\omega \qquad (2.\ \mathrm{c})$$

また，断面の平面保持の仮定により，断面内任意点の軸ひずみ $\Delta\varepsilon$ は，図心からの距離を y として，

$$\Delta\varepsilon=\Delta\varepsilon_0+\Delta\phi y$$

にて与えられるゆえ，材料の応力ひずみ曲線における接線係数を E_t とすれば，軸力増分 ΔN および曲げモーメント増分 ΔM は次の各式にて表わされる．

$$\Delta N=\int\Delta\sigma dA=\Delta\varepsilon_0\int E_t dA+\Delta\phi\int E_t y dA \qquad (2\cdot\mathrm{d})$$

$$\Delta M=-\int\Delta\sigma y dA=-\Delta\varepsilon_0\int E_t y dA-\Delta\phi\int E_t y^2 dA \qquad (2\cdot\mathrm{e})$$

次に，アーチ支間，アーチ軸長，弾性定数，基準断面積，基準断面二次モーメントをそれぞれ，L, ℓ, E, A_0, I_0 として

$$\Delta\overline{Q}=-L^2\Delta Q/EI_0 \quad \Delta\overline{N}=-L^2\Delta N/EI_0 \quad \Delta\overline{M}=-L\Delta M/EI_0$$
$$\Delta\overline{p}=L^3\Delta p/EI_0 \quad \Delta\overline{q}=L^3\Delta q/EI_0 \quad \Delta\overline{w}=\Delta w/L$$
$$\Delta\overline{u}=\Delta u/L \quad \Delta\overline{\phi}=L\Delta\phi \quad \eta=s/\ell$$

なる無次元量を導入すると，式（2．d）（2．e）は次のように無次元化される．

$$\begin{bmatrix}\Delta N\\ \Delta M\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-a^2\dfrac{A_i}{A_0}\gamma_1 & -\dfrac{I_i}{I_0}\gamma_2\\ \dfrac{I_i}{I_0}\gamma_2 & \dfrac{I_i}{I_0}\gamma_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\varepsilon_0\\ \Delta\phi\end{bmatrix}\begin{matrix}(2.\ \mathrm{f})\\ (2.\ \mathrm{g})\end{matrix}$$

ここに，$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ は，断面２次モーメントおよび断面積をそれぞれ，I, A として次の各式にて定義される．

$$\gamma_1=\frac{\int E_t dA}{EA} \quad \gamma_2=\frac{L\int E_t y dA}{EI} \quad \gamma_3=\frac{\int E_t y^2 dA}{EI}$$

$$a=\sqrt{\frac{A_0}{I_0}}L \text{（細長比）}$$

γ_1, γ_3 は，断面内の非弾性域の拡大に伴なう部材の伸び剛性 EA および曲げ剛性 EI の低減率を表わす．また，γ_2 は，非弾性域の発生に伴って生じる断面一次モーメントパラメーターである．

式（2．f）（2．g）より，$\Delta\varepsilon_0, \Delta\phi$ を求めると次の各式にて表わされる．

$$\begin{bmatrix}\Delta\varepsilon_0\\ \Delta\phi\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\beta_{11} & -\beta_{12}\\ \beta_{21} & \beta_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta N\\ \Delta M\end{bmatrix}\begin{matrix}(2.\ \mathrm{h})\\ (2.\ \mathrm{i})\end{matrix}$$

ここに，

$$\beta_{11}=\gamma_3 / DET$$
$$\beta_{12}=\beta_{21}=\gamma_2 / DET$$
$$\beta_{22}=a^2\frac{A_i}{A_0}\frac{I_0}{I_i}\gamma_1 / DET$$
$$DET=a^2\frac{A_i}{A_0}\gamma_1\gamma_3-\frac{I_i}{I_0}\gamma_2^2$$

式（1．a）～(1．c）および（2．a）～(2．c）に無次元量を導入し，式（2．h）（2．i）の関係式を用いる事により，増分形基礎微分方程式を次の各式のように導く事ができる．

$$\frac{d\Delta Q}{d\eta}=\frac{\ell}{L}\Big[\Big\{(-\beta_{21}+\beta_{11}K)N-K\Big\}\Delta N+(-\beta_{22}+\beta_{12}K)N\Delta M-q\Delta\theta+\{\Delta p-\{(\beta_{21}\Delta N+\beta_{22}\Delta M)+K(-\beta_{11}\Delta N-\beta_{12}\Delta M)\}\Delta N-\Delta q\Delta\theta+(p+\Delta p)(\cos\Delta\theta-1)-(q+\Delta q)(\sin\Delta\theta-\Delta\theta)\}\Big]$$

$$\frac{d\Delta N}{d\eta}=\frac{\ell}{L}\Big[(\beta_{21}-\beta_{11}K)Q\Delta N+(\beta_{22}-\beta_{12}K)Q\Delta M+K\Delta Q+p\Delta\theta+\{\Delta q+\{(\beta_{21}\Delta N+\beta_{22}\Delta M)+K(-\beta_{11}\Delta N-\beta_{12}\Delta M)\}\Delta Q+\Delta p\Delta\theta+(p+\Delta p)(\sin\Delta\theta-\Delta\theta)+(q+\Delta q)(\cos\Delta\theta-1)\}\Big]$$

$$\frac{d\Delta M}{d\eta}=\frac{\ell}{L}\Big\{\Delta Q+(-\beta_{11}\Delta N-\beta_{12}\Delta M)Q+(-\beta_{11}\Delta N-\beta_{12}\Delta M)\Delta Q+L\Delta m\Big\}$$

$$\frac{d\Delta\theta}{d\eta}=\frac{\ell}{L}\Big\{(\beta_{21}-\beta_{11}K)\Delta N+(\beta_{22}-\beta_{12}K)\Delta M\Big\}$$

$$\frac{d\Delta w}{d\eta}=\frac{\ell}{L}\Big\{(-\beta_{11}\Delta N-\beta_{12}\Delta M)+K\Delta u\Big\}$$

$$\frac{d\Delta u}{d\eta}=\frac{\ell}{L}\Big\{\Delta\theta-K\Delta w\Big\}$$

（3．a）～(3．f）

なお，式（3．a）～(3．f）において，断面力の増分量の積の非線形項は，各荷重増分段階における不平衡力の補正項である．

3．離散的一般解

増分形基礎微分方程式（3．a）～(3．f）は，変数係数の連立微分方程式であり，その解析解を一般的に求める事はほとんど不可能であると判断される．したがって本論文では，基礎微分方程式の積分方程式への置換と積分方程式の近似解法の応用とにより，アーチ軸の等分割点における解を求める事とし，積分定数を含む離散点におけるこれらの半解析的な一般解を求める事とする．なお，以下の所論は，文献8）のそれと基本的には同じであるので，要点のみを記す．詳細は，文献8）を参照されたい．

基礎微分方程式（3．a）～(3．f）は，次のごとく整理縮小される．

$$\frac{dX_t}{d\eta}=\iota\sum_{k=1}^{7}G_{tk}X_k\ (t=1\sim6,\ X_7=1) \tag{4}$$

ここに，$\iota=\ell / L$, G_{tk} は増分断面力および増分変位の係数である．

アーチ軸を m 等分した場合の分割点 i における X_t の離散的一般解 X_{ti}[8] は，次式となる．

$$X_{ti}=\sum_{n=1}^{7}d_{tni}X_{no}\ (i=1\sim m,\ X_{70}=1) \tag{5}$$

ここに，X_{no}：左支点の状態量を表わす積分定数

$$d_{tni}=\delta_{nt}+\sum_{j=0}^{i}\sum_{k=1}^{7}\beta_{ij}G_{tkj}d_{knj}$$

$$d_{7nj}=\delta_{n7}\qquad \beta_{ij}=\alpha_{ij} / 24m$$

δ_{nt}：クロネッカーのデルタ

係数 β_{ij} は数値積分法における重み係数である．

4．材料非線形性の導入

任意の部材断面内の非弾性域の拡大に伴なう部材の伸び剛性および曲げ剛性への低減率 γ_1, γ_3 および非弾性域の発生に伴って生じる断面一次モーメントパラメーター γ_2 を断面細分割法によって算定する．

残留ひずみ ε_r と新たな軸ひずみは重ね合わせる事ができるものとすれば，アーチ軸のひずみ ε_0 および曲率変化 ϕ を用いて，断面内任意微小面積要素の軸ひずみ ε は，次式にて表わされる．

$$\varepsilon=\varepsilon_r+\varepsilon_0+\phi y \tag{6}$$

ここに，図心の軸ひずみ ε_0 および曲率変化 ϕ は，増分荷重に対する軸ひずみ増分 $\Delta\varepsilon_0$ および曲率変化増分 $\Delta\phi$ の和として次式のように与えられる．

$$\varepsilon_0=\sum\Delta\varepsilon_0\qquad \phi=\sum\Delta\phi$$

なお，軸ひずみ増分 $\Delta\varepsilon_0$ および曲率変化増分 $\Delta\phi$ は，式（2．h）（2．i）にて求められる．

式(6)により，断面内任意微小面積要素の軸ひずみ ε が求められれば，これに対応する応力ひずみ曲線の接線係数 E_t を用いて，係数 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ の値が算定される．応力ひずみ関係としては，せん断応力無視の仮定により，一軸応力状態での任意の関係を直接的に用いる事ができる．本論文においては，Fig. 1 に示すごとき関係を用いて数値解析を行うこととする．

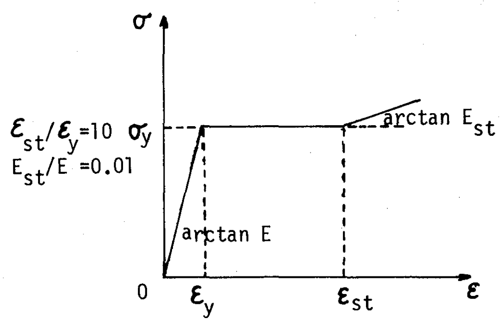

Fig. 1　Stress-Strain relationships

次に，矩形断面，薄肉円管断面に関する $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ の算定を示す．

(a)　矩形断面

$$\gamma_1=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\overline{E}_i$$

$$\gamma_2=\frac{L}{h}\frac{6}{m}\sum_{i=1}^{m}\overline{E}_i\left(1-\frac{2i-1}{m}\right)$$

$$\gamma_3=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\overline{E}_i\left\{\frac{1}{m^2}+3\left(1-\frac{2i-1}{m}\right)^2\right\}$$

$$\frac{h}{L}=\frac{1}{a}\left(12\frac{A_0}{A}\frac{I}{I_0}\right)^{\frac{1}{2}}$$

(b)　薄肉円管断面

$$\gamma_1=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\overline{E}_i$$

$$\gamma_2=\frac{8}{3\pi}\cdot\frac{L}{r}\sum_{i=1}^{m}\overline{E}_i\sin\frac{\pi}{m}\cos\frac{2\pi}{m}(i-1)\left(\frac{1-\mu^3}{1-\mu^4}\right)$$

$$\gamma_3=\frac{1}{2\pi}\sum_{i=1}^{m}\overline{E}_i\left\{\frac{2\pi}{m}+\sin\frac{2\pi}{m}\cos\frac{4\pi}{m}(i-1)\right\}$$

$$\frac{r}{L}=\frac{2}{a}\cdot\frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}\qquad\mu=\frac{r_0}{r}$$

ここに，m は断面の分割数，$\overline{E}_i$ は，第 i 微小面積要素に関する接線係数 E_t と弾性定数 E との比である．

5．数値解析

(1)　既往研究結果との比較

本解析法における理論解の有用性を明らかにする為に，Harries 解および新家らの実験値との比較を行う事により，本解析法の面内複合非線形問題への応用性を検討する．

Harries は，アーチ軸の変形および断面の非弾性域の広がりを考慮した，2ヒンジアーチの耐荷力の計算を行っている．Fig. 2 (a)に，本解析値と Harries 解との比較を示す．図において，σ_{cr} は限界荷重における水平反力をアーチの平均断面積で除したもので，縦軸は，この σ_{cr} と降伏応力度 σ_y との比を示している．Fig. 2 (a)より明らかなように，矩形断面および薄肉管断面の場合ともに，本解析値とよく一致している．

Fig. 2 (b)は，新家らの実験値との比較を示している．新家らは，拱矢比 $f/L=1/6$，材料定数 $E/\sigma_y=707$，細長比 $a=200$ の2ヒンジ放物線アーチおよび細長比 $a=185$ の固定放物線アーチに，非対称荷重を載荷させた実験を行っている．Fig. 2 (b)より明らかなように，本解析値は，実験値と良好な一致を見る事ができる．

以上の事から，本解析法の面内複合非線形問題への応用性を確かめる事ができた．

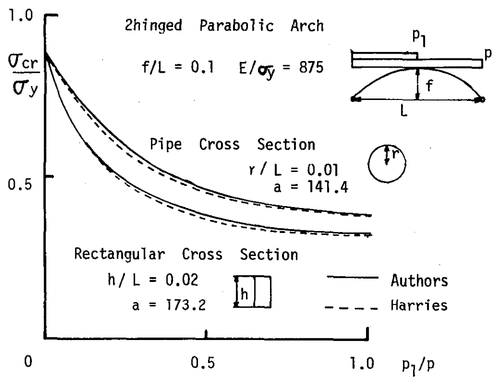

Fig. 2　(a)　A Comparison between Harries Results and Theoretical Ones

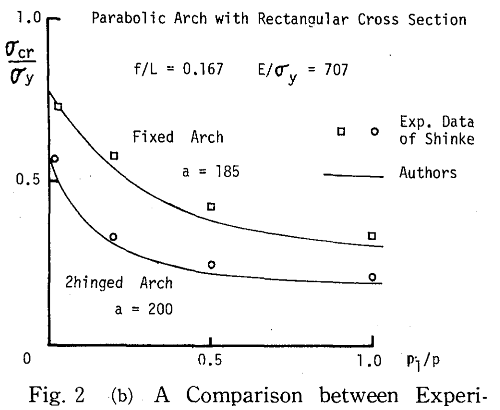

Fig. 2　(b)　A Comparison between Experimental Results and Theoretical Ones

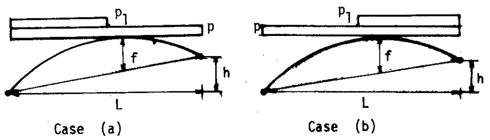

Fig. 3　Loading Condition

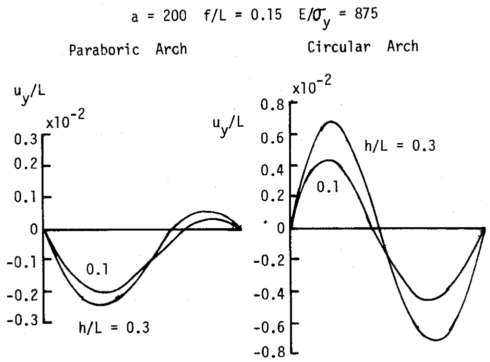

Fig. 4　Deformation Mode of Asymmetric Arch

Table 1　Load Carrying Capacity of Asymmetric Arch

		Parabolic Arch			Circular Arch		
		P_l/P			P_l/P		
h/L	条　件	0.1	0.2	0.4	0.1	0.2	0.4
0.1	Case a	23.1	18.2	13.2	20.5	24.3	17.6
	Case b	23.5	18.5	13.3	15.5	13.5	10.6
0.3	Case a	22.8	18.1	13.2	11.6	12.0	12.5
	Case b	23.7	18.6	13.4	9.9	9.0	7.4

a＝200　f/L＝0.15　E/σ_y＝875

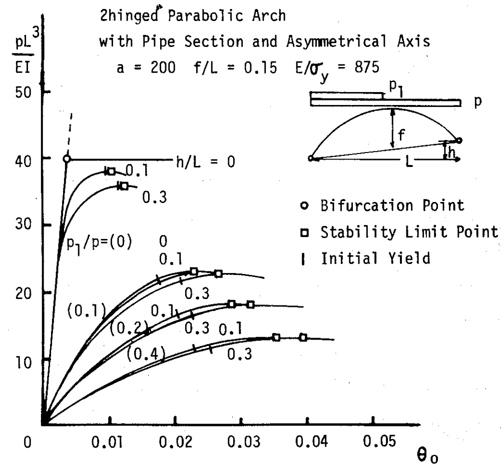

Fig. 5　(a)　Load-Deflection Carves

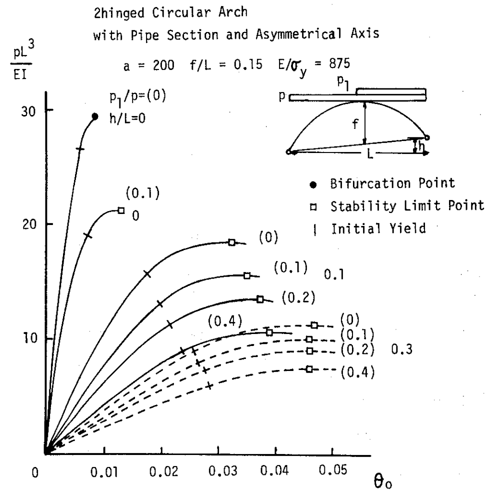

Fig. 5　(b)　Load-Deflection Courves

(2)　非対称２ヒンジパイプアーチの変形特性

非対称形の軸線を有するアーチは，対称形アーチのように対称変形を起こす事なく，逆対称変形を誘発する傾向にある．そこで，Deck Load に対する非対称形アーチの変形状態を調べるとともに，非対称荷重載荷の際，Fig. 3 における Case (a)のごとく左側に載荷した場合と，Case (b)のごとく右側に載荷した場合とでは，どちらの載荷の方がアーチの面内耐荷性への影響が大きいのか調べてみた．

Fig. 4 に，細長比a＝200，拱矢比 f/L＝0.15，左右のヒンジ支承の高低差を h として，h/L＝0.1, 0.3 の放物線形および円形の２ヒンジパイプアーチに Deck Load を載荷させた場合の，限界荷重時における面内変形 u/L の波形を示す．なお，横軸はアーチの無次元座標 η である．また，Table. 1 は，荷重比 p_l/p＝0.1, 0.2, 0.4 の非対称荷重を Fig. 3 における Case (a)および Case (b)の状態で載荷させた場合の面内耐荷力である．これらにより，放物線アーチおよび円孤アーチの面内変形状態は逆である事が示されている．さらに，Deck Load による非対称形アーチの変形状態から，放物線アーチの場合は Case (a)，円弧アーチの場合は Case (b)の状態で非対称荷重を載荷させる事により，アーチの変形は促進され，Table. 1 に示されるような面内耐荷力の低下が見られると思われる．そこで，以下の非対称荷重載荷時の解析においては，上述のような載荷状態において解析を行なう事とした．

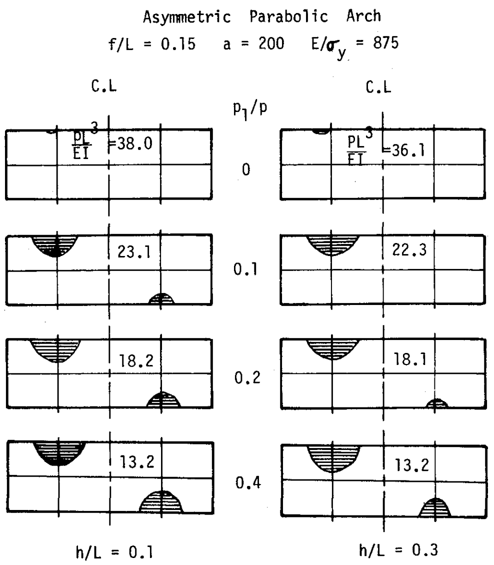

Fig. 6 (a) Distribution of Plastic Zone of 2 hinged Pipe Arch

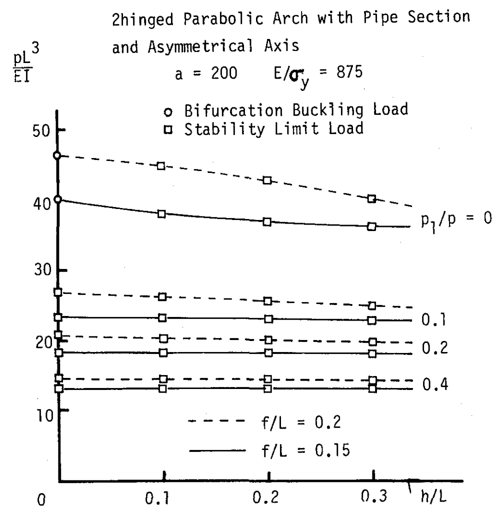

Fig. 7 (a) Load Carrying Capacity of Asymmetric Arch

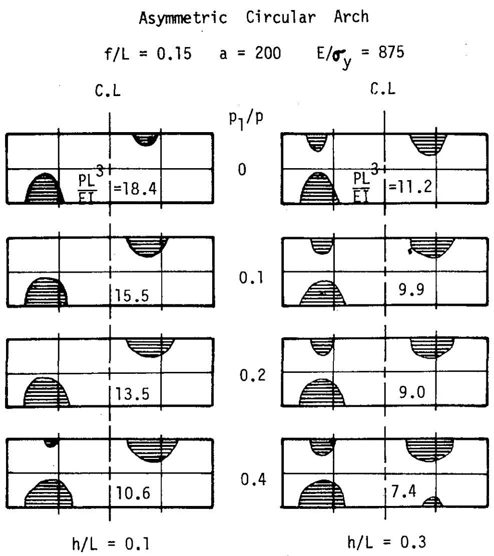

Fig. 6 (b) Distribution of Plastic Zone of 2 hinged Pipe Arch

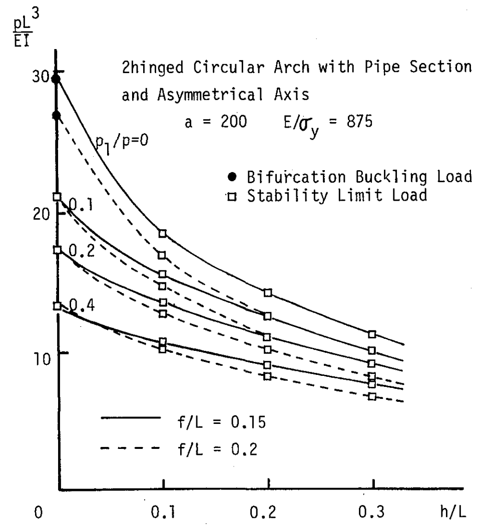

Fig. 7 (b) Load Carrying Capacity of Asymmetric Arch

(3) **非対称形パイプアーチの複合非線形性**

Fig. 5 (a)および(b)は，細長比 $a=200$，拱矢比 $f/L=0.15$ の薄肉円管断面を有する，非対称2ヒンジ放物線アーチおよび円弧アーチに，荷重比，$p_l/p=0, 0.1, 0.2, 0.4$ なる非対称荷重が作用した場合の荷重変位曲線である．左右のヒンジ支承の高低差を h として，$h/L=0, 0.1, 0.3$ の場合の結果を示す．横軸の θ_0 は，アーチ軸左端におけるたわみ角を表わしている．これらの荷重変位曲線において，｜印は非弾性域形成開始点を表わし，○印は弾性分岐座屈点を，●印は非弾性分岐座屈点を，□印は非弾性安定限界荷重を表わしている．これら2図より，非対称形アーチの耐荷力は，非対称荷重を受ける場合と同様 Deck Load を受ける場合も，非弾性安定限界荷重によって決定されている．なお，放物線アーチの場合，Deck Load を受ける非対称形アーチにおいては，非弾性域の発生直後に安定限界点に

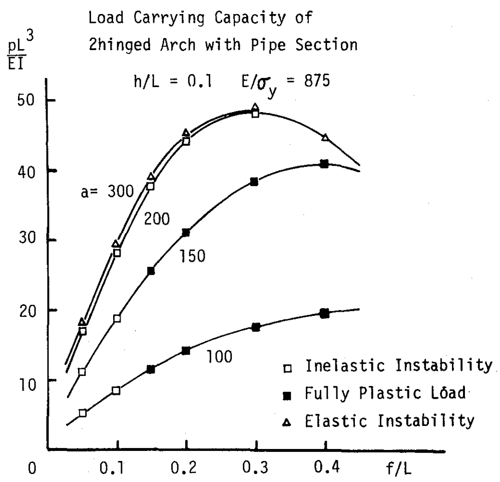

Fig. 8 (a) Asymmetric Parabobic Arch

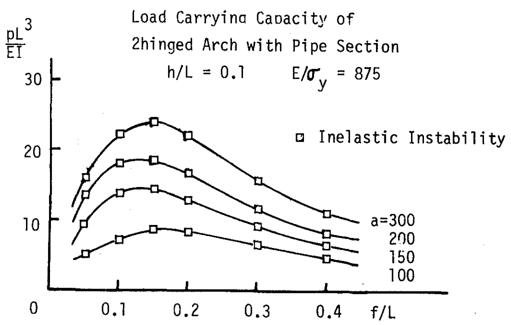

Fig. 8 (b) Asymmetric Circular Arch

達しているが，荷重比 p_l/p の増大とともに，初期降伏点から安定限界点までの間隔が長くなっている．これらの安定限界点到達直前における非弾性域の深さ分布は，Fig. 6 (a)および(b)に示すとおりである．

Fig. 7 (a)および(b)は，非対称放物線アーチおよび円弧アーチにおいて，アーチの非対称性の度合を示す左右支承の高低差比 h/L と耐荷力 pL^3/EI との関係を示す．非対称放物線アーチの Deck Load に対する耐荷性は，高低差比 h / L の増大に伴ない低下する傾向が見うけられるが，非対称荷重に対する耐荷性は，同一拱矢比 f/L を有する対称形アーチの耐荷力とほとんど変わらない．非対称円弧アーチの Deck Load および非対称荷重に対する耐荷性は，高低差比 h/L の増大に伴ない大きく低下していることが見うけられる．

次に，Fig. 8 (a)および(b)に，種々の細長比 a を有する拱矢比 $f/L=0.05\sim0.4$，高低差比 $h/L=0.1$ なる非対称放物線アーチおよび円弧アーチの Deck Load に対する面内耐荷力を示す．これらの面内耐荷力図において，■印は，左ヒンジ支点に隣接するパイプアーチの左端断面が一挙に非弾性化する点で，左端断面全塑性荷重と称することとする．また△印は，弾性安定限界荷重である．非対称放物線アーチの耐荷力は，細長比 a が200程度の場合は非弾性安定限界荷重で，細長比が大きくなると，弾性安定限界荷重に支配されるが，細長比が小さく，拱矢比の大きいアーチのように左端断面全塑性荷重によって，耐荷力が決定される場合もある事が示されている．非対称円弧アーチの耐荷力は，ほとんど非弾性安定限界荷重によって支配されていると思われる．

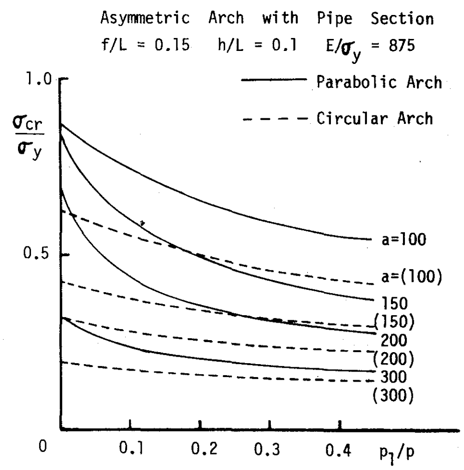

Fig. 9 Relation between Limit Stress and Asymmetrical Load

Fig. 9 は，拱矢比 $f/L=0.15$，高低差比 $h/L=0.1$ なる非対称放物線形および円弧形の2ヒンジパイプアーチにおいて，細長比 a を変化させた時の限界応力 σ_{cr}/σ_y と荷重比 p_l/p との関係を示している．限界応力は，細長比が大きくなる程，すなわちアーチがスレンダーになる程，また荷重比 p_l/p が大きくなる程減少している．非対称アーチにおいては，耐荷力が非弾性安定限界荷重と左端断面全塑性荷重とで決定される境界に当たる細長比 $a=150\sim200$ の範囲において，非対称荷重に対する限界応力の低下が最も大きく，その傾向は，荷重比 p_l/p が小さい時に著しい事が示されている．非対称円弧アーチにおいては，細長比 a および荷重比 p_l/p が小さい時に限界応力の低下が大きい事が示されている．

(4) 初期変位を有する非対称形アーチの面内耐荷性

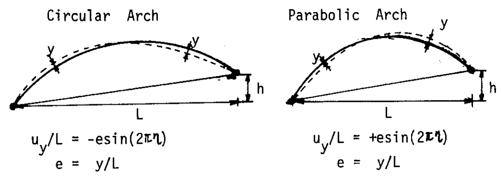

Fig. 10 Initial Deformation

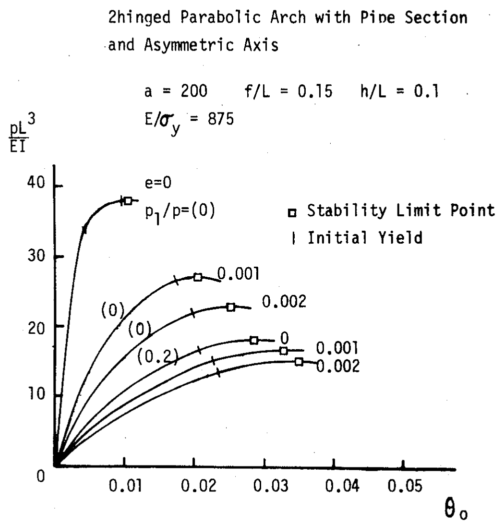

Fig. 11 (a) Load-Deflection Curves

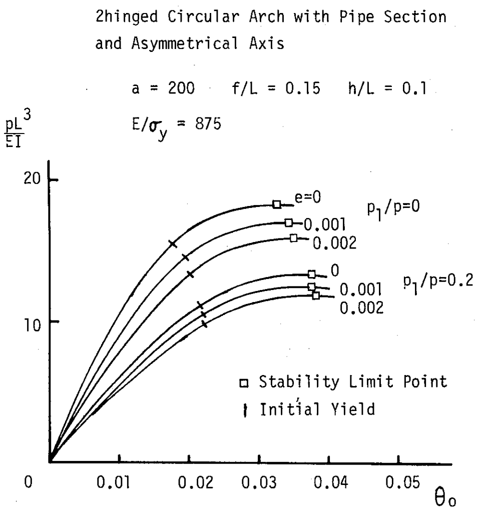

Fig. 11 (b) Load-Deflection Curves

製作あるいは，架設途中でアーチ軸線の初期変形がある程度生ずる事は避けられない．そこで，アーチ軸線の初期変位がアーチの面内耐荷力にどの程度の影響を及ぼすかを検討する為に，Fig. 10 に示すように，終局状態におけるアーチ軸線の変形と相似の初期変形を与え，面内耐荷力を解析した．ここで e は，初期変位の最大値とアーチ支間長との比で，η はアーチ軸無次元座標である．

Fig. 11 (a)および(b)は，細長比 $a=200$，拱矢比 $f/L=0.15$，高低差比 $h/L=0.1$ の放物線形および円弧形の非対称形２ヒンジパイプアーチに，初期変形量 $e=0.001, 0.002$ を与え，Deck Load および非対称荷重 ($p_l/p=0.2$) を載荷させた場合の荷重変位曲線である．これら２図より，非対称形アーチの面内耐荷力は，初期変位の影響により低下していることが示されている．また，非対称形放物線アーチの場合は，初期変位を与える事により非線形性が強まり，初期降伏点から安定限界点までの間隔が大きくなっている．

6．結　語

任意形アーチの複合非線形解析法として，増分形基礎微分方程式の離散的一般解に基づく直接的かつ半解析的な解法を提示し，非対称形２ヒンジパイプアーチの複合非線形性および面内耐荷性を解析した．

得られた主要な結果は以下の通りである．

(1)既往の理論的および実験的な研究結果との比較を行い，本解析法の面内複合非線形性への応用性を明らかにした．

(2)非対称形アーチのアーチ軸線変形状態は，非対称変形であり，放物線アーチと円弧アーチとでは逆の変形状態である事が明らかにされた．

(3)非対称形アーチの面内耐荷力は，ほとんどの場合，非弾性安定限界荷重によって決まるようであるが，Deck Load を受ける比較的細長比の小さい放物線アーチにおいては，軸圧縮状態が形成される場合，左端支承の隣接断面が軸力によって全断面一挙に非弾性化する崩壊形式があることが確かめられた．また，非対称形アーチの限界応力は，細長比および荷重比の増大に伴ない減少する事が明らかにされた．

(4)アーチの非対称性の度合を示す左右支承の高低差比の増加に伴なう面内耐荷性は，放物線アーチの場合，それほどの減少は見られないが，円弧アーチの場合，著しく減少する事が明らかにされた．

(5)非対称形アーチの軸線変形と相似な初期変位の存在により，面内耐荷性は低下する事が明らかにされた．

尚，本解析は，長崎大学情報処理センターのFACOM-M-180 II ADを使用して行った．

参考文献

1) Harries, H, : Traglasten stählerner Zweigelenkbögen mit ausgegreiteten Fliesszones, Stahlbau, No. 6, pp. 170～177, 1970, No. 8, pp. 248～252,1970.

2) Kuranishi, S. and Le-Wu Lu : Load Carrying Capacity of Two Hinged Steel Arches, JSCE, No. 204, pp. 129～140, 1972.

3) 新家　徹・頭井　洋・波田凱夫：アーチの面内非弾性座屈および終局耐荷力の解析，土木学会論文報告集，第244号，pp. 57～69, 1975.

4) 新家　徹・頭井　洋・波田凱夫：アーチの面内耐荷力解析と模型実験，土木学会論文報告集，第263号，pp. 11～23, 1977,

5) 小松定夫・新家　徹：アーチの面内耐荷力の実用算定式について，土木学会論文報告集，第267号，pp. 39～51, 1977.

6) 山崎徳也・石川信隆：円弧アーチの弾塑性解析，土木学会論文集，第158号，pp. 1～16, 1968.

7) 前田幸雄・藤本一男：２ヒンジアーチの塑性崩壊荷重の算定について，土木学会論謙報告集，第174号，pp, 25～40.

8) 崎山　毅：変断面任意形アーチの幾何学的非線形性解析，土木学会論文報告集，第289号，pp. 31～42, 1979.