

補剛アーチ橋の走行車両による不規則応答

岡 林 隆 敏* ・ 細 川 賢 慈**
河 野 孝 明*** ・ 西 川 敏 明****

Random Responce of Stiffened Arch Bridge
under Moving Vehicles.

by

Takatoshi OKABAYASHI*, Kenzi HOSOKAWA**

Takaaki KAWANO*** and Toshiaki NISHIKAWA****

The random response of stiffened arch bridge subjected to the passage of vehicles on road surface irregularities is examined. A modal analysis procedure is adopted for the bridge. The vehicle is modelled as a rigid body supported at two points. The road surface irregularities is taken to be a stationary random processes. The method is based on the solution of the covariance equation derived from the Ito-equation for the bridge-vehicle-road system.

In the numerical results, effects of the number of vehicles and the space gap on the deflection response are considered. Further, impact factors obtained by presented method are compared with that of The Standerd Specification for Highway Bridge.

1. はじめに

走行車両による道路橋の振動は、路面不整や伸縮継手などの路面凹凸上を走行する車両と橋梁の連成振動になっている。路面凹凸を確率過程で表現することにより、道路橋の振動を不規則振動論の観点から解析した研究が多くなされている。これらの研究では、車両モデルを1自由度または2自由度系の集中質量系と考えている場合が多い^{1)~6)}。しかし、実際の大型ダンプトラックのような車両は、2軸車両の剛体一ばね系でモデル化された2自由度系の挙動を示す^{7)~9)}。川谷ら⁹⁾は、このようにモデル化された単一車両を用いて、応答解析を行った結果、1自由度系モデルの解析に比べ、

橋梁の応答量が小さくなることを指摘している。

実際の橋梁では、車両は数台連行して走行する場合がある。また、現行道路橋示方書¹⁰⁾では、このような車両荷重に対して活荷重を規定している。本論文では、N台の剛体一ばね系の車両による橋梁応答の解析モデルを設定し、これに共分散方程式による解法^{5), 6)}を適用した。本論文で示した共分散方程式は、橋梁のモード間の相関及び車両間の相間を厳密に表現する一般的なものである。しかし、この方程式を直接数値解析するためには、膨大な計算時間を要するために、いくつかの解析モデルを仮定し、近似的な解法を提案した。本解法を一般国道206号線、長崎県西彼杵郡外海町赤首

昭和58年4月30日受理

*土木工学科 (Department of Civil Engineering)

**日立造船(株) (Hitachi Zosen Corporation Hiroshima Works Mukaishima)

***(株)大日本コンサルタント (Nippon Engineering Consultant Co., Ltd.)

****(株)片山鉄工所 (Katayama Iron Wirks Co., Ltd.)

に建設されている橋梁形式トラスランガー橋の荒川橋に適用し、実橋の解析を行った。路面凹凸及び走行車両の諸特性は、実測により求めたものである。

数値解析では、各解析モデルの妥当性について検討した。特に定常応答理論による非定常応答の最大値推定の有効性について検討した。これらの解析モデルを用いて、車両台数及び車頭間隔が応答に及ぼす影響について言及した。さらに、解析結果より衝撃係数を算定し、これを現行道路橋示方書¹⁰⁾のそれと比較検討した。

2. 橋梁一車両系の運動方程式と路面凹凸のモデル化

(1) 大型車両の解析モデル

大型ダンプトラックを図-1のような、剛体一ばね系の2自由度系でモデル化する。橋梁上を*n*台の車両が走行している場合、先頭から*i*台目の車両については、図-1の添字の前に*i*を付けて*i*台目の車両のパラメータを表すものとする。橋梁上の*i*台目の車両の重心位置 $z_i(t)$ と重心回りの回転 $\theta_i(t)$ に関する方程式は、次式で表される。

$$m_i \ddot{z}_i(t) + \sum_{l=1}^2 c_{il} \dot{V}_{zil}(t) + \sum_{l=1}^2 k_{il} V_{zil}(t) = 0 \quad (1)$$

$$J_i \ddot{\theta}_i(t) + \sum_{l=1}^2 c_{il} \lambda_{il} \dot{V}_{oil}(t) + \sum_{l=1}^2 k_{il} V_{oil}(t) = 0 \quad (2)$$

ここに、

$$V_{zil} = z_i(t) - (-1)^{l-1} \lambda_{il} \theta_i(t) - y_{il}(t) - r_{il}(t) \quad (3)$$

$$V_{oil} = \lambda_{il} \theta_i(t) + (-1)^{l-1} z_i(t) - (-1)^l y_{oil}(t) - (-1)^{l-1} r_{il}(t) \quad (4)$$

である。なお、 m_i , J_i ; *i*台目の車両の全質量と慣性モーメント、 c_{il} , k_{il} ; *i*台目の車両に関する前軸または後軸の減衰係数とばね定数、 y_{oil} ; *i*台目の車両の前軸または後軸直下の橋梁のたわみ、 $r_{il}(t)$; *i*台目の車両の前軸または後軸直下の路面凹凸、 λ_{il} ; *i*台目の車両の重心と車軸までの距離、 λ_i ; *i*台目の車両の

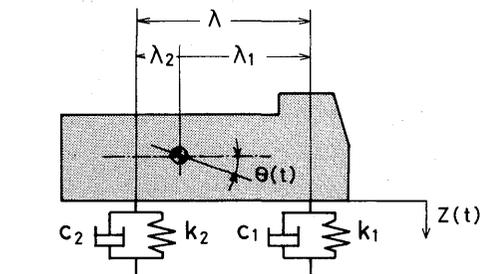


Fig. 1 Idealized vehicle model.

車軸距離を表している。ここに、 $i=1, \dots, n$ は車両台数、 $l=1, 2$ はそれぞれ前軸と後軸を表す指数である。 \cdot は時間微分を表す記号である。

このとき、*i*台目の車両の前軸または後軸の接地力は、

$$P_{il}(t) = c_{il} \dot{V}_{zil}(t) + k_{il} V_{zil}(t) - m_i (\lambda_i - \lambda_{il}) / \lambda_i \quad (5)$$

で与えられる。右辺1, 2項は、不規則路面凹凸により発生する接地力を表している。また、3項は車両を集中荷重として考えたときの効果を表している。この項による影響の小さいことが知られているので、本論文では不規則路面凹凸により生ずる接地力のみを考える。第3項による影響を考える場合には、本解析結果に、この項による応答を加算すればよい。

(2) 橋梁の解析モデル

解析の対象とした橋梁は、図-2に示したトラスランガー橋である。動的解析は、吉村・平井⁹⁾により提案された結合法を用いた。本解法は、モーダルアナリシスにより解析されたどのような橋梁にも適用できる。

橋梁の動的たわみは、モーダルアナリシスにより解析する。 k 次固有振動モードの基準関数 $\phi_k(x)$ と基準座標 $q_k(t)$ を用いて、 m 次振動次数まで考慮した基準関数ベクトル $\phi(t)$ と基準座標ベクトル $q(t)$ を

$$\phi(x)^T = [\phi_1(x) \dots \phi_m(x)] \quad (6)$$

$$q(t)^T = [q_1(t) \dots q_m(t)] \quad (7)$$

で定義する。支点から*x*点にあたる着目点の橋梁の動的たわみとたわみ速度は、

$$\left. \begin{aligned} y(x, t) &= \phi(t)^T q(t) \\ \dot{y}(x, t) &= \dot{\phi}(t)^T q(t) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

で表される。

この k 次固有モードの基準関数は、一般的な形として次のような正弦級数

$$\phi_k(t) = \sum_{j=1}^{\infty} a_{kj} \sin \frac{j\pi}{L} x \quad (9)$$

で表すことができる。また、 k 次の基準座標は、方程式

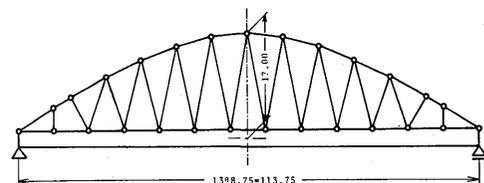


Fig. 2 Type of stiffened arch bridge.

$$\ddot{q}_k(t) + 2h_k\omega_k\dot{q}_k(t) + \omega_k^2q_k(t) = \frac{1}{M_k} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 P_{ij}(t)\phi_k(vt - (\mu_{1i} - \delta_{2i}\lambda_i)/v) \quad (10)$$

で与えられる。ここに、 ω_k ；橋梁の k 次固有円振動数、 h_k ；橋梁の k 次減衰定数、 L ；橋梁のスパン長、 v ；車両の走行速度、 M_k ； $\int_0^L \rho\phi_k(t)^2 dx$ で定義される k 次の換算質量、 ρ ；橋梁の全質量である。また μ_{1i} は 1 台目の車両と i 台目の車両の車頭間隔である。さらに、 δ_{2i} はクロネッカーのデルタである。

(3) 路面凹凸のモデル化

著者らは、国道206号線の長崎県西彼杵郡外海町赤首に建設された、荒川橋の路面凹凸の実測を行った。支間長113.75mと取付道路30mを含む区間を、25cm間隔で標点し、測量用レベルで凹凸の量を測った。得られたデータには、橋梁の傾斜、キャンバー等により波形はトレンドを持っている。これらの量を最小二乗法を用いて抽出し、実測の波形よりトレンドを除去した。得られた路面凹凸のパワースペクトル密度は、最大エントロピー法により求めた。図-3は、このパワースペクトル密度を示したものである。

橋梁-車両-路面系を伊藤形の確率微分方程式^{(5),(6)}で表現するために、路面凹凸のパワースペクトル密度を、

$$S_R(\Omega) = A / (\Omega^2 + \alpha^2) \quad (11)$$

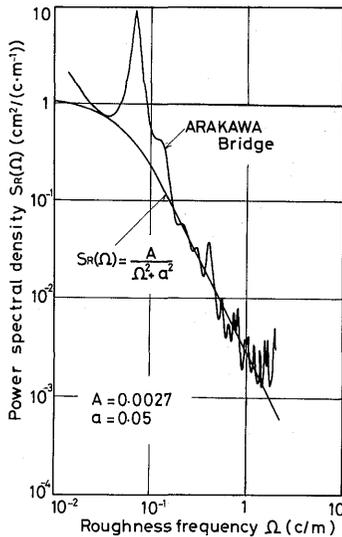


Fig. 3 Power spectral density of road surface irregularities.

の形でモデル化する。パワースペクトル密度の係数を、 $A=0.0027$ 、 $\alpha=0.05$ とすると、図中の曲線が得られる。(11)式のパラメータは、実測のパワースペクトル密度(11)式が、 $10^{-1} \leq \Omega \leq 1$ の区間で最も適合するように決めている。

一定速度 v で速行する車両上から観測すると、この路面凹凸は次のようなパワースペクトル密度を持つ定常確率過程になる。

$$S_r(w) = S_0 / (w^2 + \beta^2) \quad (11)$$

このような確率過程は、次のような系の定常解過程として表現できる。ここでは、 i 台目の車両の前輪または後輪直下の路面凹凸を示した。

$$\dot{r}_{ii}(t) + \beta r_{ii}(t) = w(t - (\mu_{1i} - \delta_{2i}\lambda_i)/v) \quad (13)$$

各車両は、同じ路面凹凸上を走行するので、先頭車両を基準にした時間遅れのある外力が入力となる。ここに、 $w(t)$ は平均値 0、パワースペクトル密度 $S_0 = 2\pi v A$ で表される白色雑音過程である。さらに、 $\beta = 2\pi\alpha v$ である。

3. 橋梁-車両-路面系の状態空間表示

m 次までの基準座標で構成される橋梁の状態変数を、

$$Y(t)^T = [q_1(t) \cdots q_m(t) \dot{q}_1(t) \cdots \dot{q}_m(t)] \quad (14)$$

で定義する。また、 i 台目の車両と対応する路面系(1)(2)(3)式で構成させる状態変数を、

$$Z_i(t) = [z_i(t) \dot{z}_i(t) r_{i1}(t) \theta_i(t) \dot{\theta}_i(t) r_{i2}(t)] \quad (15)$$

で定義する。さらに、 i 台目の車両の状態変数を用いて、車両全体の状態変数を次式で表す。

$$Z(t)^T = [Z_1(t)^T \cdots Z_m(t)^T] \quad (16)$$

これらの状態変数により、橋梁-車両-路面系の方程式は、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{Y}(t) \\ \dot{Z}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_Y(t) & A_{YZ}(t) \\ A_{ZY}(t) & A_Z(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y(t) \\ Z(t) \end{bmatrix} \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \begin{bmatrix} F_{Yij}(t) \\ F_{Zij}(t) \end{bmatrix} w(t - (\mu_{1i} - \delta_{2i}\lambda_i)/v) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{初期条件: } \begin{bmatrix} Y(0) \\ Z(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_0 \\ Z_0 \end{bmatrix}$$

となる。 $A_Y(0)$ 、 $A_{YZ}(t)$ 、 $A_{ZY}(t)$ および $A_Z(t)$ は、それぞれ $(2m \times 2m)$ 、 $(2m \times 6n)$ 、 $(6m \times 2m)$ および $(6n \times 6n)$ の行列である。また、 $F_{Yij}(t)$ および $F_{Zij}(t)$ は、 $2m$ および $6n$ 次元のベクトルである。

さらに、橋梁系と車両-路面年の状態変数を合成した

$$X(t)^T = [Y(t)^T Z(t)^T] \quad (18)$$

状態変数を構成する。この変数により、(17)式は、

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}_x(t)\mathbf{X}(t) + \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^2 \mathbf{F}_{X_{li}}(t)w(t-t_i + \delta_{2l}t_i) \quad (19)$$

初期条件: $\mathbf{X}(0) = \mathbf{X}_0$

のようになる。ここに、 t_{ij} : i 台目と j 台目の車頭間隔時間 (μ_{ij}/v)、 t_i : i 台目の車両の車軸間を通過する時間 (λ_i/v) とする。

この方程式は、橋梁の各モード間の連成を考慮したものである。ランガ橋のように固有振動数が接近している橋梁では、4次振動程度まで考慮する必要がある。このような系では、かなり大次元の微分方程式になる。そこで、橋梁のモード間の連成を無視した解析モデルを用いることにより、微分方程式の変数を減少させる。この場合、 k 次振動次数の橋梁の状態変数は、

$$\mathbf{Y}_k^T(t) = [q_k(t) \dot{q}_k(t)] \quad (20)$$

となる。この k 次振動に対する i 台目の車両-路面系の状態変数を (15) 式に対して $\mathbf{Z}^k(t)$ 、全車両の状態変数を (16) 式に対して $\mathbf{Z}^k(t)$ で表す。さらに、 k 次振動に対する橋梁-車両-路面系の状態変数を

$$\mathbf{X}_k(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_k(t) \\ \mathbf{Z}^k(t) \end{bmatrix} \quad (21)$$

とすると、この変数について、(19) 式と類似な

$$\dot{\mathbf{X}}_k(t) = \mathbf{A}_{X_k}(t)\mathbf{X}_k(t) + \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^2 \mathbf{F}_{X_{li}}^k(t)w(t-t_i + \delta_{2l}t_i) \quad (22)$$

初期条件: $\mathbf{X}_k(0) = \mathbf{X}_{0k}$

方程式が得られる。ここに、 $\mathbf{A}_{X_k}(t)$ と $\mathbf{F}_{X_{li}}^k(t)$ は、次のように分割できる。

$$\mathbf{A}_{X_k}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{Y_k}(t) & \mathbf{A}_{YZ_k}(t) \\ \mathbf{A}_{ZY_k}(t) & \mathbf{A}_{Z_k}(t) \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{F}_{X_{li}}^k(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{Y_{li}}^k(t) \\ \mathbf{F}_{Z_{li}}^k(t) \end{bmatrix} \quad (24)$$

ここに、 $\mathbf{A}_{Y_k}(t)$ 、 $\mathbf{A}_{YZ_k}(t)$ 、 $\mathbf{A}_{ZY_k}(t)$ および $\mathbf{A}_{Z_k}(t)$ はそれぞれ、 (2×2) 、 $(2 \times 6n)$ 、 $(6n \times 2)$ および $(6n \times 6n)$ の行列であり、 $\mathbf{F}_{Y_{li}}^k(t)$ および $\mathbf{F}_{Z_{li}}^k(t)$ は、それぞれ 2 次元および $6n$ 次元のベクトルである。

4. 不規則応答解析

(1) 応答の確率特性

解析モデルは線形系であり、路面凹凸を正規過程と考えているので、応答は正規過程となる。従って、応答の確率特性は、平均値応答と共分散応答による規定される。平均値応答は、路面凹凸がない橋梁上を車両が走行することによる応答、さらに伸縮継手の凹凸の平均値による応答により生ずる。動的応答に及ぼす、

これらの応答の影響は大きくないことが知られているので本研究では平均値回りの変動のみに着目する。一般性を失うことなく、平均値回りの変動を $\mathbf{0}$ とする。

a) モード間の連成を考慮した場合

x 点の共分散応答は、(8) 式より

$$\begin{bmatrix} E[y(x,t)^2]E[y(x,t)\dot{y}(x,t)] \\ E[\dot{y}(x,t)y(x,t)]E[\dot{y}(x,t)^2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi(x)^T E[q(t)q(t)^T] \phi(x) \\ \phi(x)^T E[\dot{q}(t)q(t)^T] \phi(x) \\ \phi(x)^T E[q(t)\dot{q}(t)^T] \phi(x) \\ \phi(x)^T E[\dot{q}(t)\dot{q}(t)^T] \phi(x) \end{bmatrix} \quad (25)$$

となる。ここに、 $E[\]$ は平均操作に関する演算子である。橋梁-車両-路面系の状態数 $\mathbf{X}(t)$ の共分散 $E[\mathbf{X}(t)\mathbf{X}(t)^T]$ を $\mathbf{R}_x(t)$ で表す。これは、次のような要素より構成されている。

$$\mathbf{R}_x(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_Y(t) & \mathbf{R}_{YZ}(t) \\ \mathbf{R}_{ZY}(t) & \mathbf{R}_Z(t) \end{bmatrix} \quad (26)$$

ここに、 $\mathbf{R}_Y(t)$ 、 $\mathbf{R}_{YZ}(t)$ 、 $\mathbf{R}_{ZY}(t)$ および $\mathbf{R}_Z(t)$ は、 $E[\mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}(t)^T]$ 、 $E[\mathbf{Y}(t)\mathbf{Z}(t)^T]$ 、 $E[\mathbf{Z}(t)\mathbf{Y}(t)^T]$ および $E[\mathbf{Z}(t)\mathbf{Z}(t)^T]$ を表す。なお、 $\mathbf{R}_Y(t)$ は、

$$\mathbf{R}_Y(t) = \begin{bmatrix} E[q(t)q(t)^T]E[q(t)\dot{q}(t)^T] \\ E[\dot{q}(t)q(t)^T]E[\dot{q}(t)\dot{q}(t)^T] \end{bmatrix} \quad (27)$$

となっている。

b) モード間の連成を無視した場合

x 点の共分散は、次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} E[y(x,t)^2] & E[y(x,t)\dot{y}(x,t)] \\ E[\dot{y}(x,t)y(x,t)] & E[\dot{y}(x,t)^2] \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^m \phi_k^2(x) \begin{bmatrix} E[q_k(t)^2] & E[q_k(t)\dot{q}_k(t)] \\ E[\dot{q}_k(t)q_k(t)] & E[\dot{q}_k(t)^2] \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$= \sum_{k=1}^m \phi_k^2(x) \mathbf{R}_{Y_k}(t) \quad (29)$$

なお、(20) 式の状態変数 $\mathbf{Y}_k(t)$ の共分散を $\mathbf{R}_{Y_k}(t)$ とした。 k 次振動の橋梁-車両-路面系の状態変数 (21) 式に対応する共分散 $\mathbf{R}_{X_k}(t)$ は、

$$\mathbf{R}_{X_k}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{Y_k}(t) & \mathbf{R}_{YZ_k}(t) \\ \mathbf{R}_{ZY_k}(t) & \mathbf{R}_{Z_k}(t) \end{bmatrix} \quad (30)$$

となる。ここに、 $\mathbf{R}_{YZ_k}(t)$ 、 $\mathbf{R}_{ZY_k}(t)$ および $\mathbf{R}_{Z_k}(t)$ は、それぞれ $E[\mathbf{Y}_k(t)\mathbf{Z}_k(t)^T]$ 、 $E[\mathbf{Z}_k(t)\mathbf{Y}_k(t)^T]$ および $E[\mathbf{Z}_k(t)\mathbf{Z}_k(t)^T]$ を表している。

(2) 非定常応答解析

橋梁-車両-路面系の方程式 (19) (22) 式は、伊藤形の確率微分方程式となっている。この応答の共分散は共分散方程式により記述することができる。著者の 1 人は、単一走行車両による場合と、連行車両による場合の共分散方程式の誘導過程をそれぞれ文献 (5) および文献 (6)

に示した。

a) モード間の連成を考慮した場合

(19式)に対応する共分散方程式は、

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{R}}_x(t) &= \mathbf{A}_x(t)\mathbf{R}_x(t) + \mathbf{R}_x(t)\mathbf{A}_x(t)^T \\ &+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{l=1}^2 \sum_{p=1}^2 \mathbf{Q}_{iijp}(t) \Phi_x^T(t-t_{ji} \\ &- \delta_{2l}t_j + \delta_{2p}t_j, t) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=t+1}^n \sum_{l=1}^2 \sum_{p=1}^2 \Phi \\ &(t-t_{ij} - \delta_{2p}t_j + \delta_{2l}t_i, t) \mathbf{Q}_{iijp}(t) \end{aligned} \quad (31)$$

初期条件： $\mathbf{R}_x(0) = \mathbf{R}_{x0}$

ここに、 $\mathbf{Q}_{iijp}(t)$ は、外力の共分散に関する量であり、

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{iijp}(t) &= \mathbf{F}_{xii}(t) \mathbf{F}_{xjp}^T(t-t_{ji} - \delta_{2l}t_i + \delta_{2p}t_j) S_0 \quad (i \geq j) \\ &= \mathbf{F}_{xii}(t-t_{ij} - \delta_{2p}t_j - \delta_{2l}t_i) \mathbf{F}_{xjp}^T(t) S_0 \quad (i < j) \end{aligned}$$

で与えられる。また $\Phi_x(t_1, t_2)$ は、(19式の系)に対する状態遷移行列であり、次式で定義される。

$$\frac{d}{dt} \Phi_x(t_1, t) = \mathbf{A}_x(t) \Phi_x(t_1, t), \quad \Phi_x(t_1, t_1) = \mathbf{I} \quad (32)$$

この方程式の未知数は $(2m+6n)(2m+6n+1)/2$ 個である上に、時間刻み毎に状態遷移行列を数値計算する必要がある。従って、この方程式を直接解くことは困難であるので、いくつかの近似解法を提案する。

車両間の相互の連成を無視すると、(31)式は

$$\dot{\mathbf{R}}_x(t) = \mathbf{A}_x(t)\mathbf{R}_x(t) + \mathbf{R}_x(t)\mathbf{A}_x(t)^T + \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^2 \mathbf{Q}_{iili}(t) \quad (33)$$

初期条件： $\mathbf{R}_x(0) = \mathbf{R}_{x0}$

となる。

b) モード間の連成を無視した場合

モード間の連成を考慮した場合と同じく、モード間の連成を無視した場合、 k 次振動に対する橋梁-車両-路面系の方程式(22式)より対応する共分散方程式が誘導できる。モード間の連成を無視した共分散方程式は、(31)式において、 $\mathbf{R}_x(t)$ 、 $\mathbf{A}_x(t)$ および $\mathbf{F}_{xii}(t)$ の代わりに、それぞれ $\mathbf{R}_{xk}(t)$ 、 $\mathbf{A}_{xk}(t)$ および $\mathbf{F}_{xii}^k(t)$ を用いることにより得られる。車両間の連成を無視したモデルは、(31)式と(33式の対応)と同じく、それぞれの状態遷移行列を0とすれば良い。

c) 初期条件の処理

車両は、橋梁の無限遠点より発進し、定常状態に達した後に橋梁に進入するものとする。橋梁-車両-路面系の方程式の初期条件は、先頭の車両が橋梁に達する直前の値とする。車両が進入するまで、橋梁は振動しないものと考え、橋梁の変数を含む共分散は、

$$\mathbf{R}_x(t_0) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{R}_{y2}(t_0) = \mathbf{0}, \quad \mathbf{R}_{z2}(t_0) = \mathbf{0}$$

となる。一方、道路上を走行する車両の方程式は、(17式)より、

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{Z}}(t) &= \mathbf{A}_z(t)\mathbf{Z}(t) + \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^2 \mathbf{F}_{zii}(t) \\ &w(t-t_{li} - \delta_{2l}t_i) \end{aligned} \quad (34)$$

となる。この方程式に対応する共分散方程式は、(19式)と(31)の関係より得られる。ただし、係数行列 $\mathbf{A}_z(t)$ は、定数行列であり $t \rightarrow \infty$ の応答であるから、 $\mathbf{R}_z(t)$ の時間微分は0となる。従って、走行車両の初期値は、次の代数方程式より得られる。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_z \mathbf{R}_z + \mathbf{R}_z \mathbf{A}_z^T + \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^2 \sum_{p=1}^2 \mathbf{Q}_{zlijp} \\ \Phi_z^T(t_{ji} + \delta_{2l}t_j - \delta_{2p}t_j) + \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^2 \sum_{p=1}^2 \mathbf{Q}_{zlijp} \\ \Phi_z(t_{ij} + \delta_{2p}t_j - \delta_{2l}t_i) \mathbf{Q}_{zlijp} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (35)$$

ここで、係数行より $\mathbf{A}_z(t)$ は定数行列であるので、 \mathbf{A}_z で表した。また $\Phi_z(t_1, t_2)$ は、(34式の系)に対する状態遷移行列であるが、(34式の係数行列が定数行列であるので、状態遷移行列は、初期条件の時間 t_1 と観測時間 t_2 の時間差 $t_2 - t_1$ の関数となる。

(3) 定常応答解析

走行車両を橋梁上に固定させ、路面凹凸により生ずる車両の接地力を橋梁に作用させると、定常応答理論が適用できる。この解析モデルは、車両の走行による非定常性を無視したものである。スパンの長い橋梁では、この解法によれば二乗平均応答の最大応答が良い精度で得られる。

定常応答解析の基礎式は、(31)式より次のように表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_x \mathbf{R}_x + \mathbf{R}_x \mathbf{A}_x^T + \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^2 \sum_{p=1}^2 \mathbf{Q}_{iijp} \\ \Phi_x^T((\mu_{ji} + \delta_{2l}\lambda_i - \delta_{2p}\lambda_j) / v) + \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^2 \sum_{p=1}^2 \mathbf{Q}_{iijp} \\ \Phi_x(\mu_{ij} + \delta_{2p}\lambda_j - \delta_{2l}\lambda_i) / v) \mathbf{Q}_{iijp} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (36)$$

ここで、 \mathbf{A}_x 、 \mathbf{R}_x および \mathbf{Q}_{iijp} は定数行列である。

5. 数値解析と考察

(1) 橋梁と車両の諸元

数値解析の対象とした橋梁は、一般国道202号線、長崎県西彼杵郡外海町赤首に建設された荒川橋である。橋梁形式はトラスドランガー橋で、等級は一等級、活荷重はTL-20である。同橋の概要は、図-2に、諸元と振動特性を表-1に示した。振動特性は、2(2)で述べたように、結合法を用いて解析した結果である。

走行車両の解析モデルは図-1に示した。著者らは、走行車両の諸元と振動特性を得るために、実際のダンブトラックを用いて実測と走行実験を試みた。解析モデルに対応する車両の寸法は、図-4の通りである。

また、振動特性として、表-2 に示した値を得た。

Table 2 Characteristics of vehicle.

Total weight	W	24.4	(ton)
Stiffness	k_1	96.5	(ton/m)
	k_2	799.1	(ton/m)
Damping coefficient	c_1	0.811	(t·sec/m)
	c_2	4.642	(t·sec/m)
Velocity	V	36	(km/hr)

(2) 最大 r. m. s 応答

車両台数および車頭間隔が橋梁応答に及ぼす影響を検討するために、各解析モデルを用いて数値解析を行った。走行車両は1台と2台の場合を考えた。単一車両による解析では、車軸間の相関が、また連行車両による解析では、それぞれの車両相互の車軸間の相関が応答に及ぼす影響について検討した。

図-5(a)(b)は、車頭間隔 λ に対する各解析モデルの、 $L/2$ 点と $L/4$ 点のたわみ応答の標準偏差を示したものである。活荷重による橋梁の動的影響を考える場合、最大応答が重要な指標になるので、非定常応答解析では、最大応答のみを図に示した。次に解析に用いた各解析モデルについて説明する。連行車両の非定常応答解析では、時間刻み毎に状態遷移行列の計算を必要と

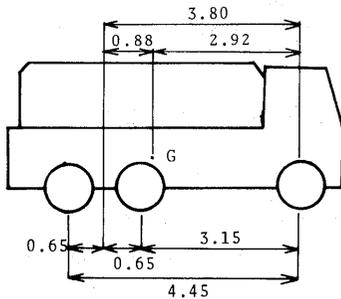


Fig. 4 Dimension of vehicle.

するために、膨大な計算時間を要する。そこで、この解析では、モード間の連成を無視し、車両間の相関は、各車両の車軸のみの相関を考慮した。非定常応答解析では応答の最大値を○で示した。連行車両の定常応答解析において、case 1はモード間の連成と車両間の相関を厳密に考えた解析である。case 2とcase 3は、それぞれモード間の連成を無視した解析であるが、前者

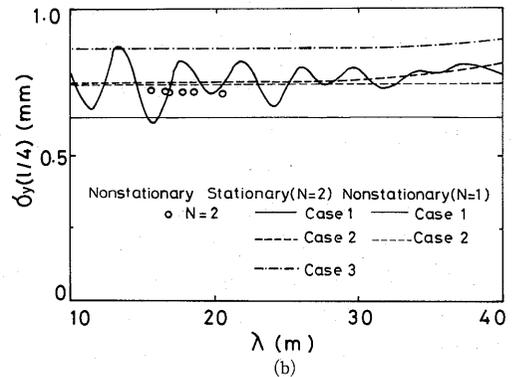
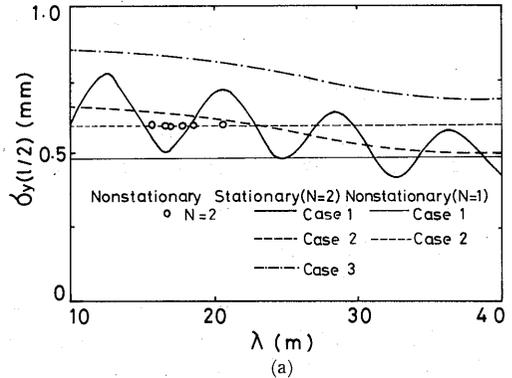


Fig. 5 Standard deviation of deflection response versus space gap λ ; (a) $x=L/2$, (b) $x=L/4$.

Table 1 Characteristics of bridge.

Span length	L	113.75	(m)			
Rise of arch	f	17.00	(m)			
Weigh of bridge per unit length	w	7.014	(t/m)			
Damping ratio	h_n	0.02				
Natural frequencies and normalized modes	f_n (Hz)	Normalized mode ($\times 10^{-3}$)				
		a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
1st symmetric (n=1)	1.288	-50.061	-3.461	-0.883	-0.212	0.04
1st asymmetric (n=2)	2.536	-50.044	-3.356	-1.660	-0.672	-0.238
2nd symmetric (n=3)	4.072	-3.506	49.677	4.844	3.510	1.754
2nd asymmetric (n=4)	5.391	-3.670	48.666	9.671	6.032	2.675

は各車両の車軸間のみを考慮した解析であり、後者は、車軸車の相関を全て0とした解析である。case 2は、前述の非定常応答解析に対応する定常解析である。単一走行車両の解析では、非定常応答解析の結果のみを示した。case 1は、車軸間の相関を考慮した解析、case 2は、車軸間の相関を0とした解析の結果である。

単一走行車両の解析では、車軸間の相関は応答を減少させるように作用している。この車軸間隔では、車軸間の相関は負になっているものと予想される。次に連行車両の結果では、車両相互間の車軸の相関を考慮すると、車頭間隔λの変化に伴って応答は増減する。これは、車頭間隔によって車両間の車軸の相関が正、負に変化するためである。車軸間の相関を全て0とすると応答は過大評価となる。この傾向は単一車両による解析と同じである。各車両の車軸のみの相関関数を考慮した非定常応答解析の最大応答と、定常応答解析のcase 2は良い一致を示した。このことより、定常応答解析が、非定常応答解析の最応答の良い推定法となっていることがわかる。case 2の解析では、車両間の相関は0としているので、case 1の平均的な挙動を示すことになる。以上のことより判断して、車両間の相関を考慮した解析でも、定常応答解析は、非定常応答解析の最大応答の近似的な傾向を示しているものと考えられる。

(3) 衝撃係数の算定

本解析結果を用いて衝撃係数の算定を行った。衝撃係数は、彦坂¹¹⁾らが、提案した定義に従う。すなわち、衝撃係数は、着目点の静的たわみが最大となる位置に車両が来たとき、その点の静的たわみを動的たわみの増分の比で表す。

$$i = \frac{2\sigma(t_s)}{y_{smax}} \quad (37)$$

(37)ここに、 y_{smax} は着目点の静的たわみの最大値、また、 $\sigma(t_s)$ は y_{smax} となるとき動的応答の標準偏差である。

図-6(a)は、着目点L/2における各解析モデルより算出した衝撃係数であり、車頭間隔λをパラメータに示したものである。図中の表記は前節と同じ解析モデルである。点線で示したものは、現行の道路橋示方書に規定されている剛橋の衝撃係数

$$i = \frac{20}{50+L} \quad (38)$$

を荒川橋 $L=113(m)$ に適用したものである。単一車両による応答と連行車両によるそれを比較すると、静的

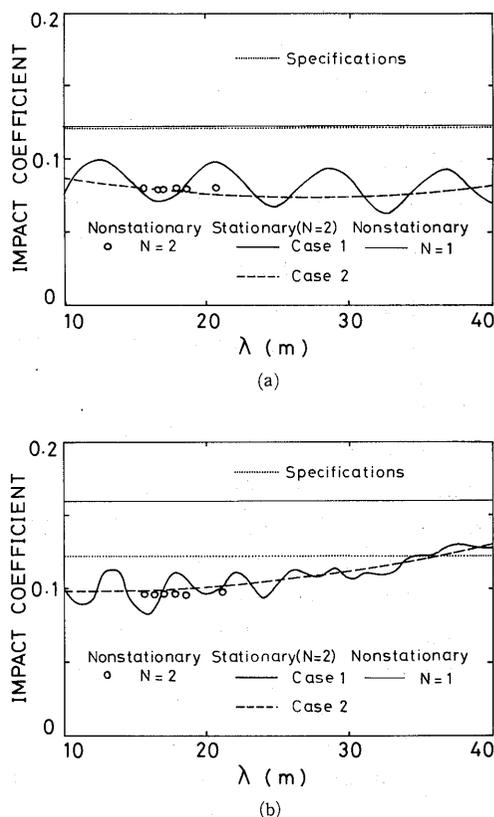


Fig. 6 Impact factor versus space gap λ; (a)x=L/2, (b)x=L/4.

たわみは荷重に比例して増加するが、動的たわみは、車両台数が2台になっても、車両間の連成による振動を抑制する効果により、単一車両のときと余り変らない。従って、連行車両では衝撃係数は小さくなる。車両間の相関を厳密に考慮した連行車両による応答では、車頭間隔λによって、車両間の相関が変化するので、衝撃係数は図のように変動する。車両間の相関を0とした解析では、これを考慮した解析の平均的な挙動を示す。L/2点では、解析より得られる衝撃係数が、示方書のそれよりかなり小さな値となる。

次にL/4点の衝撃係数について考える。図-4(a)と(b)より、L/4点の応答がL/2点のそれより大きな値を示しているが、静的たわみを点検すると、逆にL/4点の位置がL/2点のそれより小さくなっている。従って、(37)式の定義より衝撃係数を算定すると、かなり大きな値となる。衝撃係数を橋梁の強度に関する量と考えると、静的たわみが最大となる点の衝撃係数を考える方が合理的であると考えられる。そこで、連

行車両が載荷したときに生ずる静的最大たわみの増分により、 $L/4$ 点の衝撃係数を評価した。これを図-6(b)に示した。このような値で評価した場合でも、 $L/4$ 点の衝撃係数は $L/2$ 点のそれより大きくなっている。この値と示方書の値と比較すると、示方書の値が少し過大評価となっている。

以上、解析による衝撃係数と示方書によるそれを比較した。その結果、示方書の値は少し過大評価となっている。しかし、解析的に衝撃係数を算定する場合、ランガー桁橋のように振れ易い橋梁では、どの点で衝撃係数を算定するのか、その定義に曖昧さが残っている。

6. おわりに

本論文では、不規則路面凹凸を大型車両が数台走行する場合について、高次振動を考慮した道路橋の不規則応答解析の手法を提案した。本解法を1台または2台の車両が走行するトラスドラム橋に適用し、車両台数および車頭間隔が応答に及ぼす影響について検討した。最後に衝撃係数を算定し、現行示方書のそれと比較検討した。得られた結果を要約すると次のようである。

① 2自由度の剛体-ばね系でモデル化した N 台の車両が、不規則路面凹凸上を走行した場合、高次振動まで考慮した共分散方程式を誘導した。この方程式は、橋梁のモード間の相関及び車両間の相関を厳密に評価したものである。また、この方程式の近似解析モデルをいくつか提示した。それは、モード間の連成と無視した解析モデル、車両間の相関を無視した解析モデル、さらに、非定常性を無視した定常モデルである。

② 長崎県西彼杵郡外海町の一般国道206号線に建設されているトラスドラム橋に本解法を適用した。各解析モデルの妥当性と、車両台数および車両間の相関が応答に及ぼす影響について検討した。非定常応答と定常応答の比較により、定常応答解析が非定常応答の最大応答を推定する手法であることが確認できた。車両台数を1台から2台にしても、動的応答は台数に比例して増加しない。車頭間隔は車両間の相関に影響して、応答を増減させる。車両間の相関を無視した解法は、車両間の相関を考慮した解の平均点な挙動を示していることがわかった。

③ 本解析により算定した衝撃係数と現行示方書に

よるそれを比較した。その結果、示方書の値は少し過大評価となっている。しかし、解析的に衝撃係数を算定する場合、ランガー桁橋のように振れ易い橋梁では、どの点で衝撃係数を算定するのか、その定義に曖昧さが残っている。

参考文献

- 1) 山田・小堀：活荷重に対する道路橋の動的応答－衝撃係数－に関する考察，土木学会論文報告集，No.148，pp. 40-50，1967年2月。
- 2) 小堀・梶川：単一重荷重に対する道路橋の振動感覚，土木学会論文報告集，No.248，pp. 11-23，1976年4月。
- 3) 吉村，彦坂，内谷：単一走行車両による道路橋の非定常ランダム応答の解析，土木学会論報告文集，No.258，pp. 35-44，1977年2月。
- 4) 成田・桂樹・江本：路面凹凸を考慮した橋梁の衝撃係数，土木技術資料，vol 2，No. 3，pp. 27-32，1978年3月。
- 5) 岡林隆敏：単一走行車両による道路橋の二乗平均応答解析，土木学会論文報告集，No.286，pp. 15-27，1979年6月。
- 6) 岡林隆敏：高次振動を考慮した道路橋の単一走行車両による非定常 r. m. s 応答，土木学会論文報告集，No.296，pp. 13-24，1980年4月。
- 7) Huntton, S. G. and Y. K. Chenung: Dynamic Response of Single Span Highway Bridges, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 7, 1979, pp. 543-553
- 8) Gupta, R. K.: Dynamic Loading of Highway Bridges, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol. 106, EM2, April, 1980, pp. 377-394.
- 9) 川谷・小松：路面不整を含む単純桁橋の走行荷重による非定常不規則振動に関する研究，土木学会第35回年次学術講演概要集第1部，1980年9月。
- 10) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，pp. 8-20，1973年2月。
- 11) 彦坂・吉村・内谷：連行自動車荷重による単純桁橋の非定常ランダム応答と衝撃係数，土木学会論文報告集，No.290，pp. 31-41，1979年10月。