

電圧形インバータ駆動誘導電動機系の 線形サンプル値モデル

山田 英二*・辻 峰 男*・泉 勝 弘*
森崎 徳 浩**・小山 純**

The Linear Sampled-Data Model of an Induction Motor Driven by Voltage Source Inverter

by

Eiji YAMADA*, Mineo TSUJI*, Katsuhiko IZUMI*,
Norihiro MORISAKI** and Jun OYAMA**

This paper presents the transient analysis of an induction motor driven by voltage source inverter. State variable techniques are employed to describe the system exactly. The system is linearized about its equilibrium state to obtain a linear sampled-data model. The stability nature is studied by examining the eigen values of the linear model. Moreover, this model is useful in computing transient responses.

1. まえがき

電圧形インバータ駆動誘導電動機系の過渡解析に関しては、相電圧の基本波成分のみを考慮したもの¹⁾、高調波成分を考慮して状態推移行列を計算し、安定性を論じたもの²⁾などが報告されているが、制御推移行列や出力方程式まで含めた、より一般的な線形モデルは得られていないようである。

本稿では、状態変数法による実時間解析を基に高調波成分まで考慮した系の線形サンプル値モデルを導出し、このモデルが安定解析や過渡応答の計算に有用であることを示す。

2. 解析法

2.1 系の記述

解析の対象となる電圧形インバータ駆動誘導電動機

系を Fig. 1 に示す。解析に際し次の仮定を設ける。

- (1) インバータの転流は瞬時に行われるものとする。
- (2) 半導体素子は理想的と考える。
- (3) 誘導電動機の空間高調波、磁路の飽和はこれを無視する。

Fig. 1 より次式を得る。

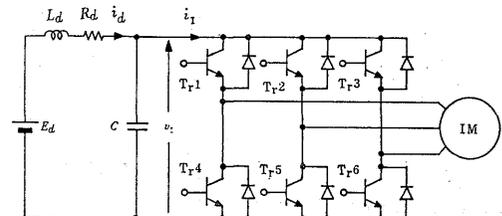


Fig. 1 Inverter-Induction Motor System

昭和58年9月30日受理

* 電子工学科 (Department of Electronics)

** 電気工学科 (Department of Electrical Engineering)

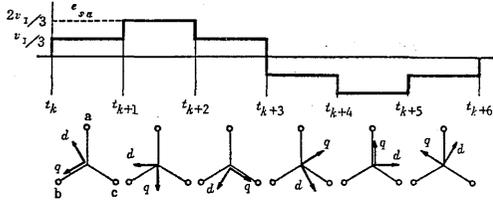


Fig. 2 Axis of reference

$$p v_I = (i_d - i_I)/C \quad (1)$$

$$E_d = R_d i_d + L_d p i_d + v_I \quad (2)$$

Fig. 2 に示すように固定子上に設けた d - q 軸をトランジスタが ON されるたびにステップ状に $\pi/3$ ずつ回転すると、どの周期 T ($=1/6f$) においても電圧、電流などが同一の式で表される。解析では T_{r1} が ON された時点 t_k から T_{r3} が OFF され T_{r6} が ON される時点 t_{k+1} までの期間を考える。期間 $t_k^+ \leq t \leq t_{k+1}$ において d - q 軸は静止しており、固定子側に関する変換行列 C_s は次式で与えられる。

$$C_s = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \sqrt{3/2} & 0 & -\sqrt{3/2} \\ -1/2 & 1 & -1/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (3)$$

この変換行列を用いて次式を得る。

$$e_{sd} = 0, \quad e_{sq} = -\sqrt{\frac{2}{3}} v_I \quad (4)$$

$$i_{sd} = \frac{1}{\sqrt{2}} (i_{sa} - i_{sc}), \quad i_{sq} = -\sqrt{\frac{3}{2}} i_I \quad (5)$$

誘導電動機は静止した d - q 座標系 (位置に無関係) に関し次のように表せる⁹⁾。

$$\begin{pmatrix} esd \\ esq \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_s + \sigma L_s p & 0 & M' p / L_r' & 0 \\ 0 & r_s + \sigma L_s p & 0 & M' p / L_r' \\ -\sigma_r M' & 0 & \sigma_r + p & \omega_r \\ 0 & -\sigma_r M' & -\omega_r & \sigma_r + p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} isd \\ isq \\ \psi'_{rd} \\ \psi'_{rq} \end{pmatrix} \quad (6)$$

但し、 $p = d/dt$, ω_r : 回転角速度, r_s, r_r' : 巻線抵抗, L_s, L_r' : 自己インダクタンス, M' : 相互インダクタンス, $\sigma_r = r_r' / L_r'$, $\sigma = 1 - M'^2 / (L_s L_r')$

(1)~(6)式より次の状態方程式を得る。

$$p \mathbf{x}_1 = \mathbf{A} \mathbf{x}_1 \quad t_k^+ \leq t \leq t_{k+1} \quad (7)$$

但し、

$$\mathbf{x}_1 = [E_d, v_I, i_d, i_{sd}, i_{sq}, \psi'_{rd}, \psi'_{rq}]^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C} & 0 \\ \frac{1}{L_d} & \frac{1}{L_d} & -\frac{R_d}{L_d} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\left(\frac{r_s}{\sigma L_s} + \frac{\sigma_r M'^2}{\sigma L_s L_r'}\right) * \\ 0 & -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} \sigma L_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_r M' \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$* \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_r M'}{\sigma L_s L_r'} & \frac{M' \omega_r}{\sigma L_s L_r'} & \frac{M' \omega_r}{\sigma L_s L_r'} \\ -\left(\frac{r_s}{\sigma L_s} + \frac{\sigma_r M'^2}{\sigma L_s L_r'}\right) & -\frac{M' \omega_r}{\sigma L_s L_r'} & \frac{\sigma_r M'}{\sigma L_s L_r'} & \frac{\sigma_r M'}{\sigma L_s L_r'} \\ 0 & -\sigma_r & -\omega_r & -\sigma_r \\ \sigma_r M' & \omega_r & -\sigma_r & -\sigma_r \end{pmatrix}$$

次に期間が切り替る直前 t_k^- と直後 t_k^+ の状態変数

の関係は、 d - q 軸が $\pi/3$ 回転するため次式のように関係づけられる⁹⁾。

$$\mathbf{x}_1(t_k^+) = \mathbf{B} \mathbf{x}_1(t_k^-) \quad (8)$$

但し、

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & \sqrt{3}/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

瞬時発生トルク τ_e は次式で与えられる。

$$\tau_e = \frac{P}{2} \frac{M'}{L_r'} (i_{sq} \psi'_{rd} - i_{sd} \psi'_{rq}) \quad (9)$$

但し、 P : 極数

これを状態変数により二次形式表示すると、対称行列 \mathbf{R} を用いて、

$$\tau_e = \mathbf{x}_1^T \mathbf{R} \mathbf{x}_1 \quad (10)$$

と表せる。ここで、

$$R = \frac{PM'}{4L_r'} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

機械系の運動方程式は、負荷トルクを T_L として次のように表せる。

$$\frac{2}{P} J \frac{d\omega_r}{dt} = \tau_e - \frac{2}{P} R_\omega \omega_r - T_L \quad (11)$$

但し、 J : 慣性モーメント (含負荷), R_ω : 制動係数

2. 2 定常解析

定常状態では解の周期性より次式を得る。

$$\mathbf{x}_{10}(t_{k+1}^+) = \mathbf{x}_{10}(t_k^+) \quad (12)$$

添字の0は定常値を意味する (以下同様)。

さて、(7)式の状態方程式の解は一般に次式で与えられる。

$$\mathbf{x}_1(t) = \Phi(t-t_k^+) \mathbf{x}_1(t_k^+) \quad t_k^+ \leq t \leq t_{k+1}^+ \quad (13)$$

但し、

$$\Phi(\tau) = e^{A\tau} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(A\tau)^k}{k!} \quad (14)$$

(8), (13)式より、

$$\mathbf{x}_1(t_{k+1}^+) = \mathbf{B}\Phi(T_k)\mathbf{x}_1(t_k^+) \quad (15)$$

である。ここで、 $T_k \equiv t_{k+1} - t_k$ としている。 T_k の定常値を T とおくと、(12), (15)式より次式を得る。

$$(\mathbf{I} - \mathbf{B}\Phi(T)) \mathbf{x}_{10}(t_k^+) = \mathbf{0} \quad (16)$$

但し、 \mathbf{I} : 単位行列, $\mathbf{0}$: 零行列

ここで、行列 \mathbf{A} の第1行目の成分はすべて零であるので、推移行列 $\Phi(T)$ の第1行目は (1, 1)成分だけが1で他の成分は零になる。従って、 $\mathbf{I} - \mathbf{B}\Phi(T)$ の第1行目はすべて零となり、逆行列は存在しない。これは、入力量である電源電圧 E_d を \mathbf{x}_1 の要素としているため、 E_d を定めることにより他の要素が一意的に決まる。

なお、定常解析においては回転角速度 ω_r を一定と仮定している。

2. 3 線形サンプル値モデル

2. 1 節で述べたように、機械系の運動方程式まで含め、系は周期的に繰り返す非線形微分方程式として記述される。本節では、定常解析で求めた平衡点に関し状態変数の微小変動 (Δ を付記する) を考えることにより、線形モデルを導出する。系の動作が周期的に繰り返すことからサンプル値系となる。

サンプル値系の状態方程式は、一般に次式で与えら

れる。

$$\Delta \mathbf{x}(t_{k+1}^+) = \Phi \Delta \mathbf{x}(t_k^+) + \Theta \Delta \mathbf{u}(t_k^+) \quad (17)$$

Φ は状態推移行列, Θ は制御推移行列と呼ばれている。状態ベクトル $\Delta \mathbf{x}$, 入力ベクトル $\Delta \mathbf{u}$ を本稿では次のように選ぶ。

$$\Delta \mathbf{x} = [\Delta v_I, \Delta i_d, \Delta i_{sd}, \Delta i_{sq}, \Delta \phi'_{rd}, \Delta \phi'_{rq}, \Delta \omega_r]^T \quad (18)$$

$$\Delta \mathbf{u} = [\Delta E_d, \Delta f, \Delta T_L]^T \quad (19)$$

Φ の (i, j) 成分を ϕ_{ij} とすると、(17)式より ϕ_{ij} は t_k^+ で j 番目の状態変数のみを定常値から微小変動させたとき、その変動分とそれに対する t_{k+1}^+ における i 番目の状態変数の微小変動分との比を表していることが判る。同様に、 Θ の成分 θ_{ij} は、 j 番目の入力の微小変動とそれに対する i 番目の状態変数の変動分との比を表している⁹⁾。上記の考え方にに基づき、 Φ , Θ の計算法を述べる。

回転角速度 ω_r とインバータ周波数 f を定常値として、(15)式の微小変動分をとると次式を得る。

$$\Delta \mathbf{x}_1(t_{k+1}^+) = \mathbf{B}e^{AT} \Delta \mathbf{x}_1(t_k^+) \quad (20)$$

これから、 $1 \leq i \leq 6, 1 \leq j \leq 6$ なる整数 i, j に対して、 ϕ_{ij}, θ_{i1} が以下のように求まる。

$$\phi_{ij} = (\mathbf{B}e^{AT})_{i+1, j+1} \quad (21)$$

$$\theta_{i1} = (\mathbf{B}e^{AT})_{i+1, 1} \quad (22)$$

但し、 $(\mathbf{B}e^{AT})_{ij}$ は $\mathbf{B}e^{AT}$ の (i, j) 成分を示す。

次に、回転角速度 ω_r だけが 期間 $t_k^+ \leq t \leq t_{k+1}^+$ で一定値 $\Delta \omega_r(t_k^+)$ 微小変化 (数値的に与える) したときの $\Delta \mathbf{x}_1(t_{k+1}^+)$ を計算すると、 $\phi_{i7} (1 \leq i \leq 6)$ が求まる。

$$\phi_{i7} = \frac{\Delta x_1^{i+1}(t_{k+1}^+)}{\Delta \omega_r(t_k^+)} \quad (23)$$

ここで、 $\Delta x_1^i(t_{k+1}^+)$ は $\Delta \mathbf{x}_1(t_{k+1}^+)$ の第 i 成分を表す。

期間 $t_k^+ \leq t \leq t_{k+1}^+$ におけるトルクの平均値を $T_e(t_k^+)$ と表示すると、 $T_e(t_k^+)$ は (10)式より次のように表せる。

$$\begin{aligned} T_e(t_k^+) &= \frac{1}{T_k} \int_{t_k^+}^{t_{k+1}^+} \mathbf{x}_1^T R \mathbf{x}_1 dt \\ &= \frac{1}{T_k} \mathbf{x}_1^T(t_k^+) W \mathbf{x}_1(t_k^+) \end{aligned} \quad (24)$$

但し、

$$W = \int_0^{T_k} (e^{At})^T R e^{At} dt \quad (25)$$

この期間で、瞬時トルク τ_e 及び負荷トルク T_L をそれぞれ一定値 $T_e(t_k^+), T_L(t_k^+)$ と仮定すると、(11)式

より次式を得る。

$$\omega_r(t_{k+1}^+) = \omega_r(t_k^+) e^{-\frac{R_\omega}{J} T_k} + \frac{P}{2R_\omega} (T_e(t_k^+) - T_L(t_k^+)) (1 - e^{-\frac{R_\omega}{J} T_k}) \quad (26)$$

さて、期間 $t_k^+ \leq t \leq t_{k+1}^+$ における発生トルクの平均値の微小変動分 $\Delta T_e(t_k^+)$ は、 $\Delta \mathbf{x}_1(t_k^+)$ のみの変動を考えると、(26)式より、

$$\Delta T_e(t_k^+) = \frac{2}{T} \mathbf{x}_{10}^T \mathbf{W}_0 \Delta \mathbf{x}_1(t_k^+) \quad (27)$$

となる。但し、 \mathbf{x}_{10} 、 \mathbf{W}_0 は $\mathbf{x}_1(t_k^+)$ 、 \mathbf{W} の定常値である。従って、(26)式で $\Delta \mathbf{x}_1(t_k^+)$ のみの微小変動を考えると、次式を得る。

$$\Delta \omega_r(t_{k+1}^+) = \mathbf{w}^T \Delta \mathbf{x}_1(t_k^+) \quad (28)$$

ここで、

$$\mathbf{w}^T = \frac{P}{2R_\omega} (1 - e^{-\frac{R_\omega}{J} T}) \frac{2}{T} \mathbf{x}_{10}^T \mathbf{W}_0 \quad (29)$$

となる。一方 \mathbf{w}^T は、

$$\mathbf{w}^T = [\theta_{71}, \phi_{71}, \phi_{72}, \dots, \phi_{76}] \quad (30)$$

と表せる。

ϕ_{71} 、 θ_{73} は(26)式より以下の如く計算できる。

$$\phi_{71} = e^{-\frac{R_\omega T}{J}} + \frac{P}{2R_\omega} (1 - e^{-\frac{R_\omega T}{J}}) \frac{\Delta T_e(t_k^+)}{\Delta \omega_r(t_k^+)} \quad (31)$$

$$\theta_{73} = -\frac{P}{2R_\omega} (1 - e^{-\frac{R_\omega T}{J}}) \quad (32)$$

但し、(31)式の $\Delta T_e(t_k^+)$ は、 $\Delta \omega_r(t_k^+)$ だけの変動に対する平均トルクの変動を意味する。時間 t_k^+ で負荷トルク T_L が変化しても、 ω_r を周期 T_k の間一定としているので t_{k+1}^+ で ω_r 以外の状態量の変化はない。よって、

$$\theta_{i3} = 0 \quad (1 \leq i \leq 6) \quad (33)$$

である。

次に、インバータ周波数の変化に起因する θ_{i2} ($1 \leq i \leq 7$) の計算法を述べる。周波数のみを $\Delta f_k (= 1/(6 \Delta T_k))$ 変化させて、 t_{k+1}^+ における状態量の変動分 $\Delta \mathbf{x}_1(t_{k+1}^+)$ を計算することにより θ_{i2} ($1 \leq i \leq 6$) が求まる。

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \mathbf{x}_1(t_{k+1}^+)}{\Delta f_k} &= \frac{\mathbf{B} e^{A(T + \Delta T_k)} - \mathbf{I}}{\Delta f_k} \mathbf{x}_{10} \\ &= [0, \theta_{12}, \theta_{22}, \dots, \theta_{62}]^T \quad (34) \end{aligned}$$

θ_{72} は、 Δf_k の変化に対する平均トルクの変動分 $\Delta T_e(t_k^+)$ を計算することにより、次式から求まる。

$$\theta_{72} = \frac{P}{2R_\omega} (1 - e^{-\frac{R_\omega T}{J}}) \frac{\Delta T_e(t_k^+)}{\Delta f_k} \quad (35)$$

一方、出力方程式は一般に次のように書ける。

$$\Delta \mathbf{y}(t_k^+) = \mathbf{C} \Delta \mathbf{x}(t_k^+) + \mathbf{D} \Delta \mathbf{u}(t_k^+) \quad (36)$$

ここで、 \mathbf{C} 、 \mathbf{D} はそれぞれ出力行列、伝達行列と呼ばれている。 \mathbf{C} 、 \mathbf{D} の (i, j) 成分をそれぞれ c_{ij} 、 d_{ij} とする。出力としては t_k^+ における瞬時値よりも、周期 T_k にわたる平均値の方が妥当と考えられる。そこで、本稿では出力ベクトル $\Delta \mathbf{y}$ を次のように選ぶ。

$$\Delta \mathbf{y} = [\Delta T_e, \Delta I_{sa}, \Delta I_d, \Delta V_I]^T \quad (37)$$

ΔI_{sa} 、 ΔI_d 、 ΔV_I はそれぞれ $t_k^+ \leq t \leq t_{k+1}^+$ における相電流 i_{sa} の実効値、直流電流 i_d の平均値、 v_I の平均値の微小変動分を表す。

要素 c_{i1} ($1 \leq i \leq 6$)、 d_{11} は(37)式より求まる。

期間 $t_k^+ \leq t \leq t_{k+1}^+$ における一次電流の実効値 $I_{sa}(t_k^+)$ を次式で定義する。

$$\begin{aligned} I_{sa}(t_k^+) &= \sqrt{\frac{1}{3T_k} \int_{t_k^+}^{t_{k+1}^+} (i_{sd}^2 + i_{sq}^2) dt} \\ &= \sqrt{\frac{1}{3T_k} \mathbf{x}_1^T(t_k^+) \mathbf{W}_I \mathbf{x}_1(t_k^+)} \quad (38) \end{aligned}$$

但し、

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_I &= \int_0^{T_k} (e^{At})^T \mathbf{R}_I e^{At} dt \quad (39) \\ \mathbf{R}_I &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (40) \end{aligned}$$

ここで、 $I_{sa}(t_k^+)$ の $\Delta \mathbf{x}_1(t_k^+)$ に対する微小変動を考えることにより次式を得る。

$$\Delta I_{sa}(t_k^+) = \frac{\mathbf{x}_{10}^T \mathbf{W}_{I0}}{3T I_{sa0}} \Delta \mathbf{x}_1(t_k^+) \quad (41)$$

但し、 $I_{sa0} : I_{sa}(t_k^+)$ の定常値

これより、 c_{2i} ($1 \leq i \leq 6$)、 d_{21} が求められる。

状態変数 \mathbf{x}_1 の、期間 $t_k^+ \leq t \leq t_{k+1}^+$ における平均値を $\mathbf{X}_1(t_k^+)$ とすれば、

$$\mathbf{X}_1(t_k^+) = \frac{1}{T_k} \int_0^{T_k} e^{At} dt \mathbf{x}_1(t_k^+) \quad (42)$$

となる。 $\mathbf{x}_1(t_k^+)$ の微小変動 $\Delta \mathbf{x}_1(t_k^+)$ に対する $\mathbf{X}_1(t_k^+)$ の変動分 $\Delta \mathbf{X}_1(t_k^+)$ は、

$$\Delta \mathbf{X}_1(t_k^+) = \frac{1}{T} \int_0^T e^{At} dt \Delta \mathbf{x}_1(t_k^+) \quad (43)$$

と表示される。よって $\Delta I_d(t_k^+)$, $\Delta V_I(t_k^+)$ に関する c_{3i} , c_{4i} ($1 \leq i \leq 6$), d_{31} , d_{41} は(43)式より求まる。

次に、回転角速度 ω_r だけが $\Delta\omega_r(t_k^+)$ 微小変化したときの、出力の変動を数値的に計算すると、 c_{i7} ($1 \leq i \leq 4$) が求まる。 c_{17} を例にとれば次式により計算される。

$$c_{17} = \frac{\Delta T_e(t_k^+)}{\Delta\omega_r(t_k^+)} \quad (44)$$

インバータ周波数に関する d_{i2} ($1 \leq i \leq 4$), 負荷トルクに関する d_{i3} ($1 \leq i \leq 4$) は、 Δf_k あるいは $\Delta T_L(t_k^+)$ のみの変動に対する出力の変動分より求まる。

以上により、微小変動分に対する線形サンプル値モデルが導出された。この線形モデルは、次のような応用が考えられる。

- (1) 安定解析 Φ の固有値がすべて単位円内にあれば、その平衡点は安定である。
- (2) 過渡応答の計算 (17), (36)式により、インパルス応答やステップ応答が計算できる。
- (3) 制御系の設計 制御装置は、出力 Δy と入力 Δu の関係を定めるものと見なせるので、制御系を含めた系全体のモデルが容易に得られる。

3. 解析結果

数値計算に用いた電動機及び回路の定数を Table. 1 に示す。

Table 1. Machine constants and circuit parameters

Motor: rating 2.2kW, 200V, 60Hz, $P=4$
 $J=0.0975\text{kg}\cdot\text{m}^2$ (inertia including that of dc load generator)

Motor constants	Circuit parameters
$r_s = 0.859\Omega$	$L_d = 0.02\text{H}$
$r_r' = 0.459\Omega$	$R_d = 0.1\Omega$
$L_s = L_r' = 0.0904\text{H}$	$C = 0.02\text{F}$
$M' = 0.0873\text{H}$	

Fig. 3は、高調波成分を考慮した解析(厳密解析と呼ぶ)により求めた速度特性曲線である。厳密解析と基本波成分のみを考慮した解析を比較すると、相電流の実効値、発生トルク、効率はほとんど一致するが、端子電圧の高調波成分の影響で、総合力率 PF には5%程度の差がみられた。

Fig. 4は、すべり $s=0.01$ のときの定常波形を示している。電流やトルクの脈動は基本波成分のみの解析では求めることはできない。

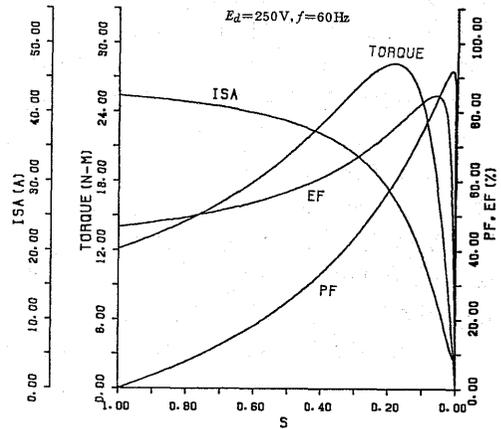


Fig.3 Steady-state characteristics

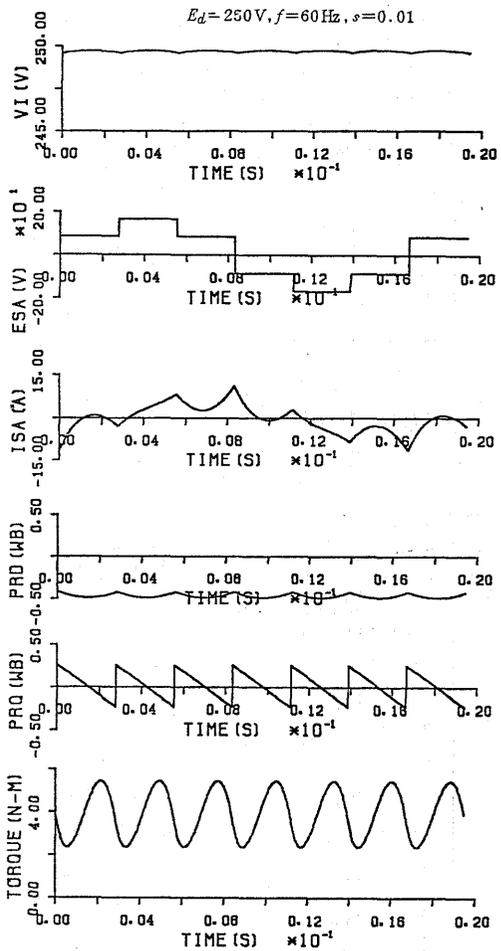


Fig.4 Steady-state wave form

次に、根軌跡により系の安定性を調べる。(7)式の状態推移行列 Φ の固有値は7個存在するが、安定性に重要な影響をもつのは単位円近くの根である。

Fig. 5 (a), (b) はすべり s の変化に対する根軌跡をそれぞれ厳密解析と基本波のみの解析について描いたものである。両者の結果にあまり差はなく、高調波成分が系の安定性に及ぼす影響は小さいことが確認できる。なお、機械系の定数に関しては、負荷トルク T_L は零と仮定し、トルク-速度特性曲線で定常点と原点を通る直線の傾きより R_o を決定している(以下同様)。すなわち、速度に比例した負荷を考えている。

Fig. 6 (a), (b) はすべり $s=0.01$ のとき E_d/f -

定の条件で周波数 f を変化させた場合の根軌跡である。低周波領域において系が不安定となることが確認できる。

根軌跡により安定性に関し有力な情報が得られるが、さらにインパルス応答やステップ応答などにより、実際の応答を調べておくことも大切である。このために線形サンプル値モデルが利用できる。

Fig. 7 (a) は、 $f=60(\text{Hz})$, $s=0.01$ で、 $t=0.1(\text{s})$ において負荷トルク T_L が0から0.5(N-m) 変化した場合のステップ応答を、線形モデルを用いて計算したものである。系は安定で、回転数、トルク、各部の電圧、電流の変動分が次第に減衰し新しい平衡点へ移

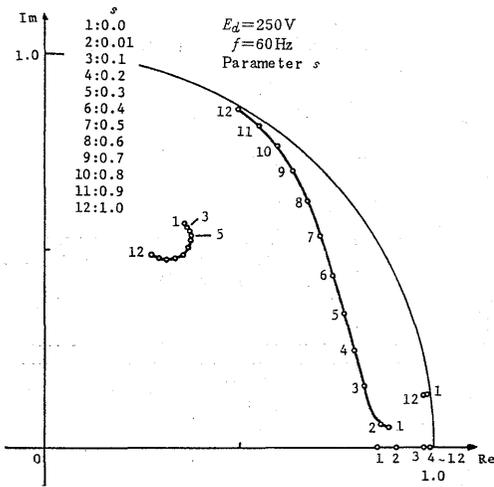


Fig.5 (a) Root locus diagram for parameter slip (Detailed analysis)

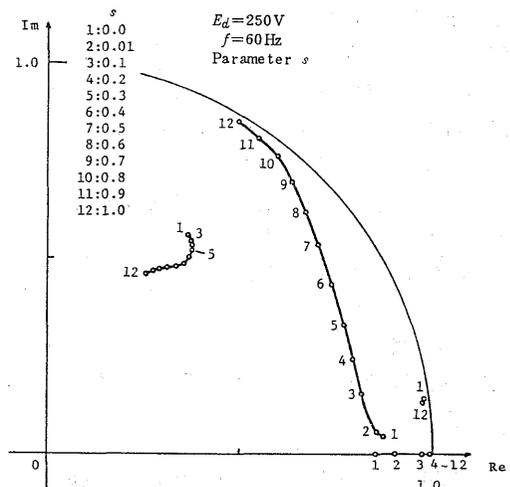


Fig.5 (b) Root locus diagram for parameter slip (Fundamental component analysis)

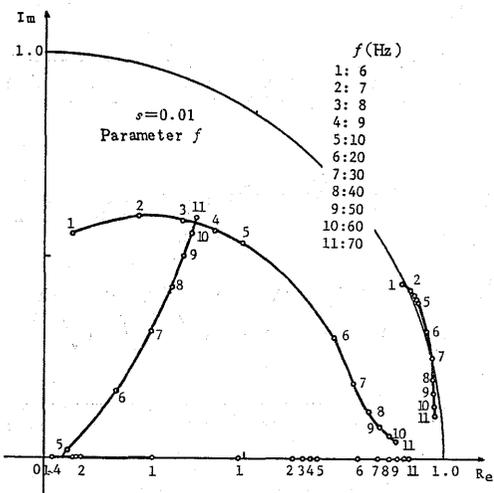


Fig.6 (a) Root locus diagram for parameter inverter frequency (Detailed analysis)

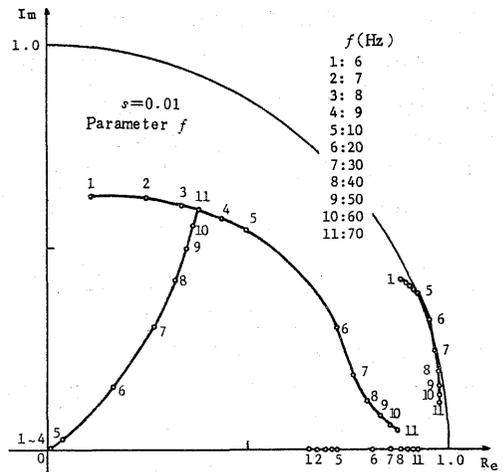


Fig.6 (b) Root locus diagram for parameter inverter frequency (Fundamental component analysis)

行していく様子がわかる。また非線形モデルによる同じ条件での応答の計算結果を Fig. 7 (b) に示す。図から明らかなように、線形モデルは非線形モデルの平均値の変動を良く近似できていることが判る。

Fig. 8 (a), (b) は $f=20(\text{Hz})$ のときのステップ応答を、それぞれ線形モデル及び非線形モデルにより計算した結果である。この場合、系は不安定であるが、両者の結果は良く一致している。

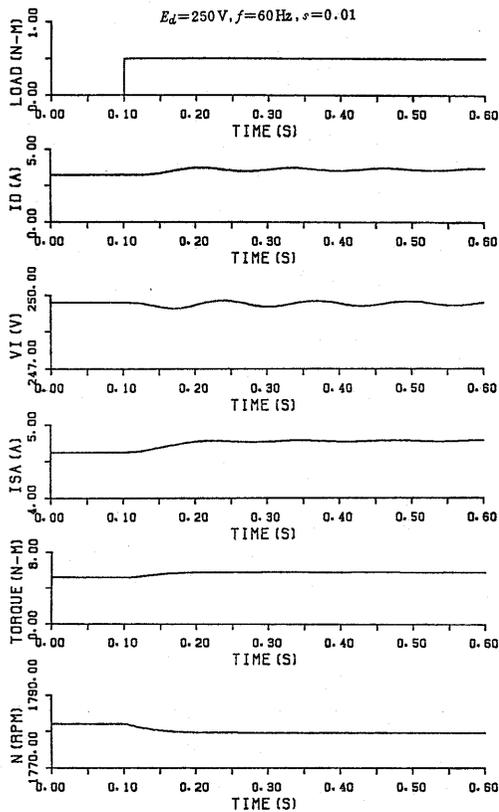


Fig.7 (a) Transient response after step change of load torque from zero to 0.5 (N-m) (Linear Model)

4. むすび

以上、電圧形インバータ駆動誘導電動機系の高調波成分を考慮した線形サンプル値モデルは、平衡点の高調波で系の振舞いを良く表すことが判明した。

この線形サンプル値モデルの計算は、状態変数法による定常解析プログラムを少し変更するだけで行える。従って、定常時のトルクや電流の脈動の把握と同時に過渡特性をも明確にする一連のシステム解析・設計プログラムとして利用すれば便利である。

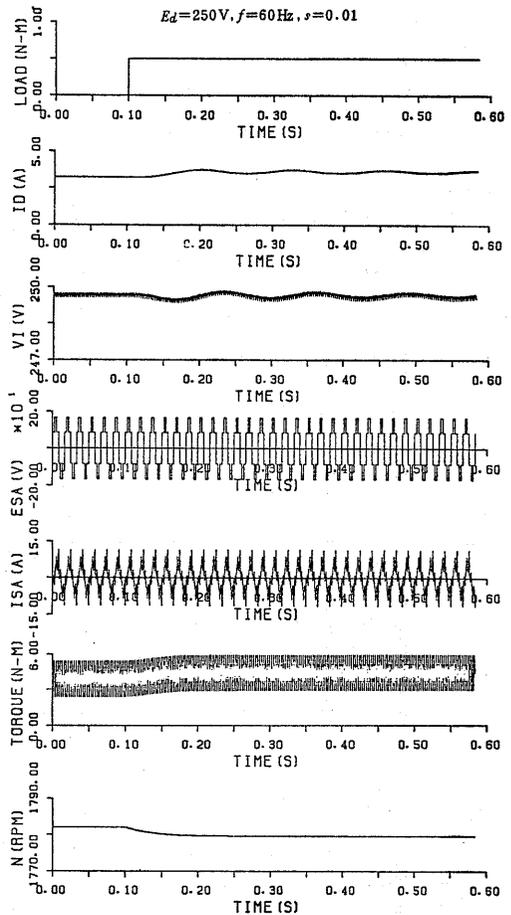


Fig.7 (b) Transient response after step change of load torque from zero to 0.5 (N-m) (Non-Linear Model)

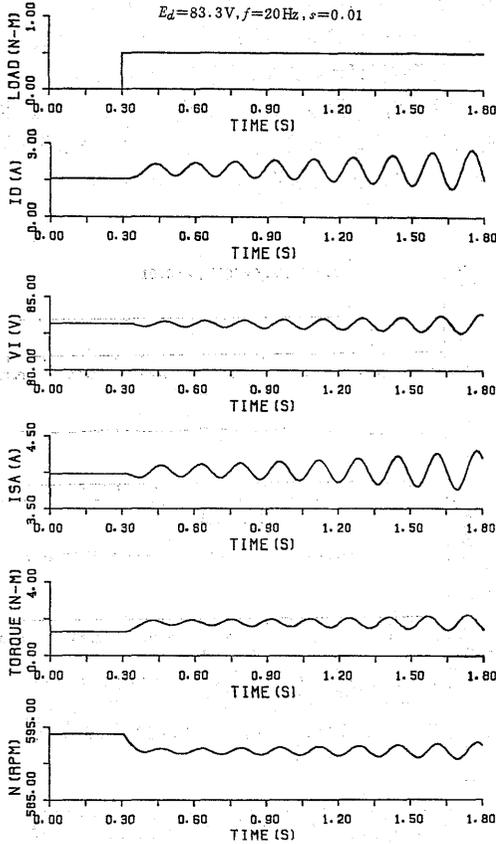


Fig.8 (a) Transient response after step change of load torque from zero to 0.5 (N-m)
(Linear Model)

参考文献

- 1) T. A. Lipo & P. C. Krause: "Stability analysis of a rectifier-induction motor drive" IEEE. Trans. Power Apparatus Syst. PAS-88, 55(1969)
- 2) 野中, 伊藤: 「電圧形インバータ駆動による誘導電動機の安定性について」電学論 B97, 85(昭52-2)

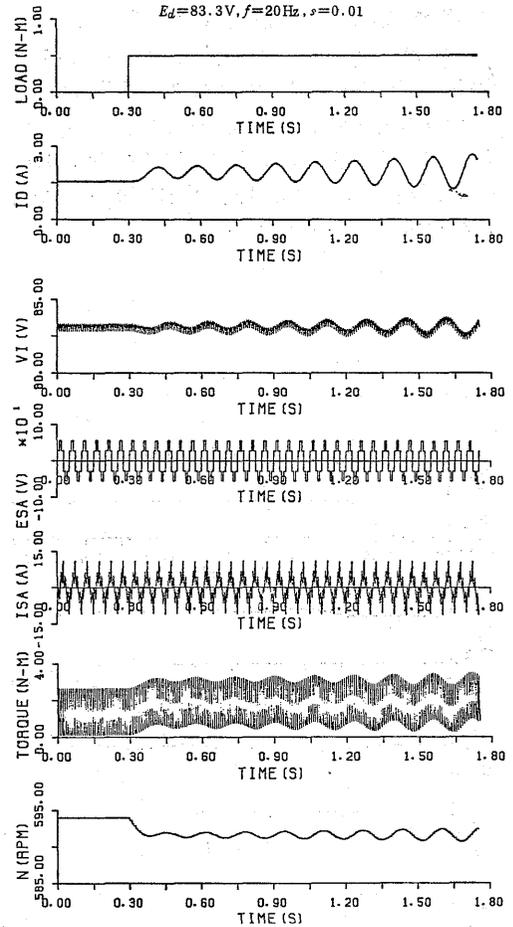


Fig.8 (b) Transient response after step change of load torque from zero to 0.5(N-m)
(Non-Linear Model)

- 3) たとえば, 辻, 山田, 小山, 泉: 「三相誘導機の2軸理論の応用」長大工研究報告 Vol. 14, No. 22 (昭59-1)
- 4) 野中, 辻: 「サイリスタ変換器-電動機系の過渡解析法と電流形インバータ駆動誘導電動機系への応用」電学論 B100, 161 (昭55-3)