氷の破壊靭性値に対する負荷速度の影響

楠	本	韶*・木	村	宣	夫**
木	寺	亭* • 梶		聖	悟*

Effects of Loading Rate on Fracture Toughness of Ice

by

Sho KUSUMOTO*, Nobuo KIMURA**, Tohru KIDERA* and Seigo Kaji*

The effects of loading rate on fracture toughness of ice have been investigated using sharply edge-notched specimens by bending at-10°C. The loading rate K_1 covers from 2.5 up to 3×10^3 kPam^{1/2}s⁻¹. The notch of specimen was made by molding a razor blade in the specimen in the ice growing process and removeing it before the bending test. Two sizes of specimens, section sized 25×25 mm (small size specimen) and 50×50 mm (medium size specimen) respectively, were used. Set of about thirty small size specimens or about ten medium size specimens was tested at each test loading rate. The experimental results are as follows.

- A range of K_I, K_I> (5~20) ×10² kPam^{1/2}s⁻¹, exists where no effect of K_I on the fracture toughness K_If is observed.
- (2) The values of K_{If} are lower in higher \dot{K}_{I} range, and they show a transitional change in a range $\dot{K}_{I}=10\sim 10^{2}$ kPam^{1/2}s⁻¹.
- (3) The effect of loading rate on the minimum fracture toughness K₁f] min is very small in full tested K₁ range both in small and medium size specimens.
- (4) The values of K_{1f}] min of small and medium size specimens seems to coinside approximately. The maximum fracture toughness K_{1f}] max and the K_{1f} at 50% cummulative probability of fracture K_{1f}] 50 of medium size specimens are smaller than these of small size specimens.
- (5) The K_{If}] min obtained is anticipated to be the fracture toughness of large polycrystalline ice containing adequate number of crystals at the front line of the crack or the sharp notch.
- (6) It was found that a vinyl silicone impression material for dentistry is suitable to make replica of the fracture surface for macrofractography.

1. 序 論

11 従来の研究

氷の破壊靱性値に対する負荷速度の影響については

これまでに,幾つかの研究報告^{1),2),3),4)}がある。また 筆者らも先報^{5),6)}において,限られた負荷速度範囲で はあるが実験結果を報告した。

昭和59年4月28日受理

^{*}機械工学第二学科 (Department of Mechanical Engineering Ⅱ)

^{**}アドバンス開発研究所(#) 東京都府中市 (Advance R & D Co. Ltd, Tokyo)

応力拡大係数 K₁を用いて材料の破壊靱性値 K₁₀を 求めようとする場合には、実験が小規模降伏の条件を 満たしているかどうかが重要であり、その判定には通 常,試験片の寸法が B \geq 2.5 (K₁₀/ σ_y)²の条件を満た しているかどうかで行なわれる。ただしBは試験片の 厚さ、すなわち試験片の切欠き底の長さである。金属 材料の場合には、この切欠きとしては疲労き裂が要求 されている。また σ_y は降伏点である。氷を対象とす る場合にも金属に準じた取扱いをすべきであるが、 K₁₀を求めるために σ_y を求めたり、疲労き裂を入れ たりすることは容易ではないため、一般には行なわれ ておらず、クリープ域の理論計算の延長として降伏域 寸法を推定して K₁₀ の測定値の有効性を判定してい るのが現状のようである^{1),2),3),4)。}

このような現状のもとで、これまで報告されて来た 他研究機関での報告を見た限りでは K₁₀ が応力拡大 係数の時間変化で表わした負荷速度 K₁ の影響を大き く受けるとしたものが殆んどであって、この点につい ては定説化した感さえある。

1.2 本研究の主眼点

本研究は従来と幾分異った立場から標記の問題に対 して再検討を加えようとするものであるが,これまで の研究と異なるところは次の点にある。

1.2.1 破壊靱性特性のより詳細な把握

筆者らは予備実験の段階で、①破壊靱性がある負荷 速度範囲で急激に変化する、いわゆる遷移領域がある こと、②その領域以上の負荷速度範囲では破壊靱性値 が一定となることを見い出した。また、これまでの研 究例を検討した結果、それらにも遷移現象が見られた ほか、負荷速度 \dot{K}_1 の実験範囲が不充分なために安定 領域の存在が見過されていた可能性が高いことがわか った。また③試験片の切欠きのつけ方も結果に微妙に 影響することも次第に明らかになって来た。そこで、 本研究では以上の3点を考慮して、より詳細な特性の 把握につとめた。

1.2.2 測定データの下限値の重視

従来の研究例では、筆者らの場合も含めて、データ のばらつきが極めて大きいことが多い。これは通常使 用されている室内実験用の氷の試験片の製作の都合 上,試験片の厚さがせいぜい50mm程度であって、切欠 き底に存在する結晶の数も多くて十数個前後であり, 破壊が個々の結晶のおかれている状態によって決定さ れるとすれば、破壊強度に大きな差が生ずるのが当然 である。従って、比較的小型の試験片であっても、で き得るかぎり多数の実験によって、破壊靱性の下限値 を求めておけば、最弱リンク説が成立する場合、十分 多数の結晶粒を含む大型試験片(もしくは氷塊など) の強度はこの値に近付くはずであり,文字通りの多結 晶氷の破壊靱性値を求めることになる。このような意 味から,本報では従来ほとんど注意を払われていなか った下限値を重視することとした。

1.2.3 最弱リンク説の確認

先に触れた最弱リンク説は,直列に連結された鎖の 破壊強度がその中の最も弱いリンクの破断強度によっ て決まり,これが一般の材料の強度についても当ては まるという説で,脆性材料の場合にはかなりよく成立 するといわれている。この説が成立するならば,弱点 を含む割合がより大きい大型の試験片の方が小型の試 験片よりも弱くなることが予想される。しかし,最弱 部で発生した破壊の伝ばや,場合によっては破壊の発 生そのものが隣接部分の拘束によって防げられること も十分考えられるので実験的な確認が必要である。

2. 実験方法

2.1 氷試験片

用いた氷試験片は先報⁵⁾と同じく放置凍結法で作っ た。また寸法効果を見るために,先報と同じ幅25×厚 さ25×長さ250mmの小型試験片に加え50×50×250mmの 中型試験片を用いた。切欠きも先報と同じく,厚さ 0.1mm,先端角度13°のカミソリ刃をあらかじめ切欠き 相当位置に装着したアクリル型中に,蒸溜水を入れて −15℃の冷凍庫中で凍結し,試験片成形後にカミソリ 刃を抜き取ることによって鋭い切欠きをつけるという 方法を用いた。Fig.1 にカミソリ刃の断面写真を示



Fig. 1 Section of razor blade to mold the notch (thickness:o.1mm)

す。成形加工し終った試験片は所定温度の灯油中に一 昼夜保存した。用いた試験片の約半数はC軸が凍結方 向と一致した粗大結晶氷であったが,残りのほとんど は柱状多結晶氷であった。またごくわずかの数である がC軸方向が水平方向を向いた粗大結晶氷も含まれて いた。

2.2 試験装置

先報では, 氷試験片への負荷はスプリングをモータ



Small size specimen : B=25mm W=25mm Medium size specimen : B=50mm W=50mm

Fig. 2 Bending test apparatus

ーを利用して定速で引っ張ることによって与えたが, この方法では高い負荷速度が得られないことから,今 回は低温室内に設置されたMTS万能試験機を利用した。また従来の四点曲げ試験と新たに三点曲げ試験を 併用した。

測定系の概略を Fig.2 に示す。試験片へ負荷された 荷重は,自作のロードセル(ばね定数k $\approx 1 \times 10^{\circ}$ N/m) からのひずみ量を動ひずみ計(三栄測器製,6M61, 出力0.5V/10 μ st,周波数特性 DC~2 kH2)によっ て増幅することによって得られる。荷重一時間曲線を 得るために各々の負荷速度の周波数応答性に応じて, 動ひずみ計からの信号をデータレコーダ(TEAC 製 MR-30,テープ速度1.2~38cm/sec 6 段,周波数特 性 DC~10kHz)に記録させ,その後ペンレコーダあ るいは電磁オシログラフ(三栄測器製,5L31,ガル バノメータ DC~260 Hz)に適当な再生スピードで 出力させた。負荷速度 P 及び応力拡大係数の変化率 K_I は再生した信号のグラフの傾きより算出した。負 荷速度 K_I は 1~2×10³ kPam^{1/2}/s の間で変化さ せることができた。

試験温度Tは-10℃とした。

2.3 破壊靱性値

破壊靱性値 K₁f^{5),6)} を求める場合に用いる応力拡大 係数 K₁ の算出は次式を用いた^{7),8)}。

$K_{I} = \sigma \sqrt{\pi a} f (a/V)$	(1)		
ここで応力。は	•		
3 <i>LP</i>			(2)
$^{0}-2BW^{2}$			(乙)

f (a/W) は試験片形状,負荷様式によって異なり一 般に

$$f(a/W) = A_0 + A_1 (a/W) + A_2 (a/W)^2 + A_3 (a/W)^3 + A_4 (a/W)^4$$
(3)
(但し a/W≦0.6 で0.2%以下の誤差)

Ao~A4 の値は Table 1 の通りである。

Table. 1 Coefficients in eq. (3)

	L/W	A ₁	A ₂	Aa	A4	A ₅
3-point	4	1,090	-1,735	8.20	-14.18	14.57
bend	8	1,107	-1,552	7.71	-13.55	14.25
4-point bend	-	1,123	-1,394	7,318	-13,072	13,992

ただし, P は荷重, B は板厚, a は切欠き深さ, W は試験片幅, L は支点間距離である。

2.4 破面観察

氷の破面を観察しようとする場合,昇華や液化のた め、あるいは透明であるということからいろいろの制 限があった。このため筆者らは破断面全面のマクロな 観察が可能なレプリカ材料を探して来たが、昨年7月 歯科用印象材の1つであるエグザフレックス(而至歯 科工業製)がこの目的に適した材料であることがわか り、破断面観察に活用している。この材料は付加重合 型ビニルシリコン印象材であり、①低温下で発熱せず に硬化すること(-5℃で約5時間)、②収縮率が非 常に少い(約0.1%),物理的・化学的に安定であること など、氷の破断面のレプリカ用に非常に適している。

さらに、切欠き先端直下部分の結晶粒の分布の状況 を偏光によって観察したが、これと破断面のマクロレ プリカを照合することによって破壊発生位置と結晶粒 子との関係もかなり明確に把握できるようになった。





3. 実験結果

3.1 破壊靱性値の取り扱いについて

得られたデータの中から典型的なものについて、サ ンプルの K₁f 値をワイブル確率紙上にプロットした 例を Fig. 3 (a), (b)に示す。Fig 3 (a) は小型試験片の 例で、Fig. 3 (b)は中型試験片の場合である。小型試験 片では先報^{5),6)}と同じように折点を有する2直線で表 わされる複合型ワイブル分布に従うものと考えられ る。しかしながら中型試験片の場合ではほとんどの場 合, 同図のように直線的であった。

3.2 K_I と K_If との関係

(1)小型試験片

Fig.4は小型試験片の実験結果である。 1つの K_I に対して29~32本の試験片を用いて K_{If} を求め、そ の際に得られた K_{If} 値の最大値 K_{If}]max と中央値 K_{If}]max の分布は大きくばらつくので単にバンドで示 した。一見してわかるように、 $K_I \cong 100 \text{ kPam}^{1.2}/\text{s}$ ・ 付近を境として大きな段差がある。主原因は切欠き底 の降伏域が低い K_I 領域で急増するために生ずる見か け上の K_{If} の増加によるものと考えられる。



Fig. 4 K_I vs. K_{If} relationship of small size specimen

中央値は20~100 kPam^{1/2}/s 付近に遷移領域が見 られるが、100 kPam^{1/2}/s 以上では明らかにほとん ど一定とみてよい。この値は96~97 kPam^{1/2} となっ た。なお、低 K_I 領域での K_I による K_If の変化も 顕著でなかった。

最後に下限値は多少のばらつきはあるものの、やは り K_1 =10~100kPam^{1/2}/sの中間付近から高 K_1 側で は一定のバンド66~78 kPam^{1/2} に入っていて、 K_1 の 影響は受けていないものと見てよい。ばらつき幅があ るのは確率上の問題である。ワイブルプロットの例を 見てもわかるようにこのバンド内で破壊する試験片本 数は少数であり、30個の試験片中1~3個程度に過 ぎなかった。中央値付近では同程度のバンド幅±6 kPam^{1/2}の中では10個前後の破壊が生ずるのが普通 であった。30個の試験片中に、本実験の条件の下で存 在し得る最弱の結晶粒子(結晶粒子の置かれた結晶方 向や粒径,隣接粒子との関係、切欠きの程度,その 他)が常に存在するとは限らないから、1回の実験の 試験数を更に数倍に増さない限り、下限値にばらつき が出るのは止むを得ないと見るべきである。 (2)中型試験片

(i) K_{if} の上限値および中央値

Fig. 5 は中型試験片について K_If の最大値,中央 値,最小値をまとめたものである。Fig. 4 で見られた ばらつきの幅が急激に減少している。特に最大値の減 少が目立っているが,中央値もかなり減少している。 この原因の主なものは小型試験片の場合に切欠き底で の降伏域が大きく,見かけ上の K_If が大きかったた めではないかと思われる。

中央値もある程度減少しており、とくに低 K₁ 領域 での減少が比較的大きいが、低 K₁ での減少の原因の 一部はやはり、切欠き底での降伏域によると考えられ る。さらに全 K₁ 領域を通じて、試験片が大きくなっ たために、小型試験片に比べて各試験片とも、より弱 い状態におかれた結晶粒子を含む確率が高くなったこ とは確かである。

(ii) K_If の下限値, 最弱リンク説の検討

序論ですでに言及したように今回の主目的の1つは 氷について最弱リンク説が成立するかどうかという点 にあった。Fig.5の図中には中型試験片の結果と同時 に Fig.4 に示した小型試験片の下限値が再記してあ る。図からわかるように中型試験片の下限値は小型試 験片の下限値のバンド内,あるいはバンドの上部付近



Fig. 5 K_I vs. K_I f relationship of medium size specimen

に存在する。

最弱リンク説に従い,かつ破壊の発生を支配するも のが切欠き先端に並んでいる個々の結晶粒子(もしく は結晶粒界)の状態であるとするならば,試験片の数 を十分多くして求められた小型試験片と,多数の結晶 粒を有する中型試験片の下限値は一致するはずであ る。Fig.5の結果はこの説をかなりよく裏付けてい る。なお,同図で中型試験片の結果が幾分高目に出て いるように見えるが,その理由として次の2つが考え られる。すなわち,

(a)実験値1点を求めるため、小型試験片は約30本, 中型試験片は約10本を用いている。小型試験片では1 本当り3~5個、中型試験片では5~9個の結晶粒子 が切欠き底にあるので、1点当りの結晶粒子数は小型 試験片で平均120個、中型試験片で平均70個となり、 小型の方がより低い下限値が実現する可能性がある。

(b)1個の結晶にき裂が発生したとき,隣接粒子により拘束されたり,あるいはき裂発生そのものが隣接粒 子によって拘束される可能性は中型試験片の方が大きい。

上の(b)は最弱リンク説に対する反対要素である。た だ,これまでの結果からみると(b)の影響が現われてい るようにも思われる。しかし,いずれにせよ多数の結 晶粒を持ったより大型の試験片を用いた場合に,その 破壊靱性値が本実験の下限値に近づいて行く可能性は 十分確認できた。なお,小型試験片の例からみても, 下限値のバンドに入る程度の状態の粒子の出現確率が 1%弱ないし3%程度であることから考えると,切欠 き底の粒子数が100個程度であるような大型試験片で あれば,この下限値付近で大きなばらつきなしに破壊 することが予測される。

3.3 破面観察

前述の通り,破断面のレプリカと切欠き底部平面の 結晶粒子偏光写真とから破壊の発生と進展の状況はか なり詳細に把握できる。詳細については後報に譲るこ ととして,ここではその一部について述べる。

3.3.1 き裂の発生

別に行なった柱状多結晶氷の中型試験片で K_I ≈ 230 kpam^{1/2}/s で行なった例をあげると12個の試験片につ いてき裂発生状況を調べた結果,11個は切欠き底と結 晶境界との交差点から結晶粒内に向かって貫粒型のき 裂が発生していた。また,発生点のごく近傍でのき裂 の進行方向は切欠き面に平行でないのが普通であり, 発生点に接した結晶のへき開面に沿ってき裂が進展し たものと考えられる。残りの1個だけは粒界型のき裂 が生じていた。この場合はC軸方向の異なる2個の結



Fig. 6 An observed intergranular crack plane(the only case crack initiation was intergranular, columnar grained ice specimen, schematic).

A : notch surface, B : notch surface at the edge of the blade, C :intergranular fracture surface D :transgranular fracture surface,dotted line : grain boundary

晶間の粒界,幅約4mm,がほぼ完全に切欠き底の線上に あった。またFig.6に示すように,柱状晶の境界面に 沿った帯状の粒界破面が長さ約14mmにわたって生じて おり、それから先は粒内破面となっていた。なお粒界 破面は粒界面に沿ったなだらかな起伏のある極めて滑 らかな面であって、観察に用いた10倍程度の拡大鏡で はき裂進展の痕を見出すことが困難なため、他の破面 とは比較的容易に区別できる。また、他の場合にはき 裂の発生点が明瞭であったのに対して、この場合には 切欠き底に沿った4㎜の幅のどの位置が発生点である かは区別できなかった。粒界が切欠き底の線と一致し たケースは他の試験片でも見られたが、最初のき裂の 発生はそこからは生じていない。いずれにせよ、き裂 の発生は単に切欠き底の結晶軸方向だけでなく、結晶 境界の存在とおそらくはその方向とによって支配され る。また、氷の破壊靱性が金属とは逆に結晶粒が大き いほど高くなるという報告3),4)もあるが、試験片寸法 が一定の場合,結晶粒が大きいほど結晶と結晶境界の 数は少なくなるから,より低強度の点を含む確率も少 なくなるはずであって,結晶粒子の寸法効果の原因の 1つはここにあるものと考えられる。

3.3.2 破面形状

破面のマクロレプリカの典型的な例を Fig. 7 (a), (b) に示す。 Fig. 7 (a) は低 \dot{K}_{I} 領域での典型的なもので 破面は切欠き底付近から大きく湾曲していることがわ かる。逆にFig. 7 (b)は高 K₁ 領域で K₁f 値が低いも のの破面写真で平坦になっているものが多い。これら の破面に共通していることは,進展中のき裂の先端位 置を示す筋がき裂の進展方向と直交して,いくつも見 られることである。そしてこれらの筋の間隔は切欠き 底から遠ざかるにつれて,減少していくことが確認さ れる。このことの詳細な検討は今後の課題であるが, 破壊現象が時間的に滑らかな連続的なものでなく,き



(a) fracture at low loading rate ($\dot{k}_1 \cong 17$ kPam^{1/2}/s)



- (b) fracture at high loading rate ($K_1 \cong 880$ kPam^{1/2}/s)
- Fig. 7 Examples of replica of fracture surface ($\times 1$)

裂が一定距離走っては止まり、また走るというような 間欠性を有していると考えられる。

3.4 他の研究例との比較

緒言でも述べたように、本報と同様な主題について の研究例が幾つかあげられる。また、浦辺らはそれらの 結果を総合した解説や数式化を試みているが、結論と して破壊じん性値が K_Iによって大きく変化すること が述べられている。また、従来の研究例ではいずれも K_{Ic}の平均値を主体とした取扱いがなされている。し かし、本報で述べた通り、破壊じん性の上限値や中央 値(平均値に近い値となる)は試験片と結晶粒の寸法 次第で大きく変化する可能性があり、これらの影響を 無視して、材料定数と見做すことには無理がある。そ して、下限値を大形多結晶氷の破壊じん性値一材料定 数一と見做す方が、より合理的と考えられる。また下 限値を対象とした場合についていえば、負荷速度の影 響が非常に小さいことが注目される。

さらに、従来の研究データを詳細に検討してみる と,個々の研究者の実験した負荷速度の範囲が充分広 くないために,破壊じん性値のせん移領域と一定値領 域の存在が把握されなかったように思われる。たとえ ば、個々の実験データを忠実に結んでみると、せん移 領域とそれ以下の K₁ での実験と考えられる場合,あ るいは、せん移領域から一定値領域への移行部付近が 主となっていると思われる例などが見うけられる。個 々のデータについての詳細は省略するが、多少数値的 なことを付記すると、やはり K=10~100 kPam^{1/2}/s に遷移領域が存在することがみられる。また K₁≅10³ kPam^{1.2}/s のオーダーの高 K₁ 領域では, 筆者らの データとほぼ同程度の K_{IC} (K_If) 値になっているよ うである。なお,切欠きの入れ方も K1c(K1f) に影響 すると考えられるが,筆者らも含めて現在まで氷に疲 労き裂を入れて、強度実験を行った例はなく、Gold⁹⁾ のみが比較的鋭いであろうと思われる熱応力によるき 裂を入れるという研究について報告している程度であ る。また、鋸で切込んだ後鋭いナイフなどでさらに 切込みを入れる方法1),2),3),4)は一般に用いられている が、筆者らも同様な方法で実験を行なった。その結果 については別の機会に報告したい。

4. 結 論

この報告では放置凝固法で作った氷試験片の破壊 靱性値 K_{If} に対する負荷速度 K_{I} の影響について $K_{I} = 1 \sim 2 \times 10^{3} \text{ kPam}^{1/2}/\text{s}$ の範囲にわたって実験 的研究を行なった。試験片の切欠きは凍結時に埋込ん だカミソリ刃を抜きとって作ったものである。以上の 結果から次のような知見を得た。

1) 小型試験片

① K_{If} の値は全 K_{I} 領域で大きくばらつく。また, $K_{I}=20\sim100 \text{ kPam}^{1/2}/\text{s}$ にかけて遷移領域があり, この領域で K_{I} の増加とともに K_{If} 値は急激に低下 し, $10^{2}\text{ kPam}^{1/2}/\text{s}$ 程度以上の実験範囲内では一定値 に落ちつく。

②上述の遷移領域で K_{If} の減少はばらつきの最大値 に近いほど著しく,最小値の変化は全 K_{I} 領域にわた ってかなり少いことがわかった。最小値も幾分遷移領 域を境として低 K_{I} 領域と高 K_{I} 領域との K_{If} 値に 差はあるものの,その差は比較的少い。また,いずれ の領域でも K_{If} 値は比較的狭いバンド内に収まって いる。

2) 中型試験片

①小型試験片に対して最大値・中央値とも減少しており、このことによってばらつきも著しく減少している。これは切欠き底を横切る結晶粒子数が小型試験片より多いため、各試験片により強度の低い状態の結晶粒子を含む確率が高くなることによると考えられる。また小型試験片と同じように K₁=20~100 kPam^{1/2}/s に 遷移領域が存在する。

②最小値は小型試験片の下限値のバンド内,あるいは その上部付近に存在する。このことは破壊の発生が最 弱リンク説に従うことを裏付けるものであると同時に 試験片寸法の影響が非常に少いという点からみても, 結晶粒数の十分多い多結晶氷の K_{IC} 値は今回の小型 ・中型両試験片で得られた下限値付近に存在し,か つ,その数値は K_{I} の影響が非常に少いといえよう。

3) 大型試験片についての予測

切欠き底の結晶粒子数が 100 個程度になるような, より大型の試験片を使用すれば,ばらつきは極めて小 さくなり, K_{If} すなわち K_{If}]max, K_{If}]₅₀, K_{If}] min の全部が上記の下限値もしくはこれに近い値に なることが予想される。

4) 切欠き先端の鋭さの影響

さらに、遷移領域よりも低 K₁ の部分の K₁f が大 きい理由として、本実験の切欠きの鋭さがまだ不足し ていることも考えられるので、さらに鋭い切欠きの場 合には遷移領域が低 K₁ 側に移動することが予測され るが、この点については今後もさらに検討したい。 5)破面観察に歯科用印象材を用いた結果、忠実な破 面のレプリカが得られ、破面全体についてのフラクト グラフイ的観察が容易に出来るようになった。さら に、この方法と切欠き底部の結晶粒子の偏光写真との 照合によって、き裂の発生と伝ばについての知見が得 られた。その一つとして,き裂の発生が結晶粒界から 生じていることがあげられる。

6)結晶粒径が大きいほど試験片の強度が低下するという従来の研究結果は、切欠き底にある結晶粒子数、結晶境界数が大結晶の場合ほど少く、従ってより弱い粒子が含まれる確率が少いことも大きな原因の一つと考えられる。

最後に本研究の実施に当り多くの御援助と御討議を 載いた本学真武教授に厚く御礼申し上げる。また本実 験に協力された大学院学生の竹内博文,内田武,研究 生の堀田卓伸の諸君および卒業研究の学生諸君に謝意 を表わす次第である。

参考文献

 H. W. Liu and K. J. Miller; Journal of Glaciology, 22 (1979), 135

2) D. J. Goodman; Physics and Mechanics

of Ice. ed. by P. Tryde, (1979), 129, Springer-Verlag

- H. Hamza and D. B. Muggeridge; POAC 79, Proceedings 1 (1979), 697.
- 4)浦辺;氷の破壊靱性,鉄と鋼,67,7 (1981), 908.
- 6) 楠本・木村・木寺・梶・竹内; 柱状結晶氷及び層 状氷の破壊観性, 長大工研究報告, 13, 21 (昭58), 133
- 7)石田:き裂の弾性解析と応力拡大係数(1978), 179, 培風館
- 8) 岡村;線形破壞力学入門(1976),218,培風館
- 9) Gold; Can. J. of Physics, 41, (1963) pp 1712—1728