

防撓材により補強された曲面板の最適設計 (その2)最小重量設計

勝田 順一*・福地 信義**

On the Optimum Design of Shallow Shell Reinforced with Stiffeners Part. 2 Minimum Weight Design

by

Junichi KATSUTA* and Nobuyoshi FUKUCHI**

Summary

In former report, an existence of the most optimum stiffener agreed with given shell plate was clarified by using the finite strip method and the optimization technique SUMT with the penalty function for converting non-constrained condition from constrained condition.

In this report, the analysis aimed at minimum weight design of stiffened shell is carried out. We investigate the relation between optimum stiffness of stiffener and decisive structural factors of shell, i. e. curvatures, aspect ratio and thickness of shell plate. It is found that the shell with less rigidity itself, such as hyperbolic paraboloidal shell, can be reinforced with stiffeners in very effective in order to reduce corresponding stresses.

1. はじめに

著者らは、前報¹⁾において有限帯板法を用いた曲面板構造の解析を行い、Fiacco-McCormick の罰金関数法により、制約条件のない問題へ変換して最適化を行う SUMT²⁾を用いて、与えられた曲率と構造寸法をもつ曲面板に対し発生する最大応力を最も小さくする最適な剛性を持つ防撓材が存在することを示した。また曲面板の曲率や縦横比と最適防撓材の剛性との関係および発生する最大応力について明らかにした。

本報では船体構造設計への応用として、その曲率は流体力学的要求により決まり、板厚や外形などの構造寸法は構造規則や工作上的の制約から決まる曲面板を、発生応力を低減させるように防撓材により補強する場

合を対象とする。曲面板の応力解析には前報¹⁾と同様に有限帯板法を適用し、これに罰金関数法により制約条件を処理した最適化手法 SUMT²⁾を用い、防撓曲面板の最小重量問題について解析する。

まず、与えられた曲率の曲面板に発生する最大応力を最も小さくする条件により、曲面板の板厚に対する最適な防撓材の剛性を求める。また曲面板に発生する最大応力が限界応力を超えない範囲内で、曲面板を補強する場合について防撓材の断面積が最小となるような最小重量の防撓材を計算する。求めた最適な防撓曲面板について、曲面板の曲率、縦横比および曲面板の板厚などの構造寸法と最小重量の防撓材との関係および曲面板に発生する最大応力や最大たわみについて明ら

昭和60年9月30日受理

* 構造工学科 (Department of Structural Engineering)

** 九州大学工学部 (Faculty of Engineering, Kyushu University)

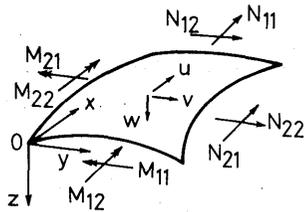
かにする。さらに防撓材で補強しない場合の最大応力や最大たわみと比較することにより、防撓材による補強の効果について評価する。

2. 解析法

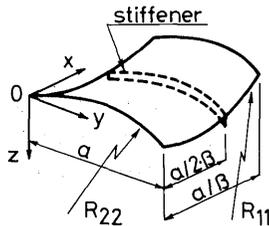
2・1 防撓曲面板の解析

Fig. 1 に示すように直交座標系をとり、曲面板に生じる変位、応力および外力を図のように表わす。曲面板の x , y 方向の曲率をそれぞれ a/R_{11} , a/R_{22} , 捩り率を a/R_{12} とする。なお、 β は縦横比である。ここでは船体湾曲部に見られるような曲率があまり大きくなく、等水圧負荷 p を受ける周辺単純支持された投影形状が長方形の防撓曲面板を解析の対象とする。

防撓曲面板の解析には、前報と同様に曲面板の変位に関する支配方程式に Kantorovich の方法を適用して求めた方程式の一般解を変位関数とした有限帯板法³⁾を用いて応力解析を行う。



(1) displacements and forces



(2) coordinate

Fig. 1 Displacements and forces on shell

2・2 最適化手法²⁾SUMT

与えられた曲面板に対する最適防撓材を求める方法として、前報¹⁾と同様に、Fiacco-McCormick の罰金関数法により制約条件付きの極値問題を制約条件の付かない問題に変換し、その後 Fibonacci 法を組み込んだ Davidon-Fletcher-Powell の可変計量法により最適値を求める SUMT 法を用いた。

なお、目的関数または制約条件に用いる曲面板の最大応力は、前報¹⁾の解析結果により防撓材方向の中央線 ($y=0.5a$) 上の $x=0.25a/\beta$ または $x=0.5a/\beta$ のい

ずれかの位置に発生すると近似的に仮定し、SUMT 法における計算繰返し回数の減少を計った。

3. 最小重量設計

3・1 発生応力を最小にする最適防撓材

船体構造では湾曲部の曲率は流体力学的要求から決まり、板厚は工作上の制約や鋼船構造の関係規則により決められることが多い。このように曲率や板厚が与えられた曲面板に発生する最大応力を最も小さくするように補強する最適防撓材の剛性を求めた。なお、防撓材の板厚は曲面板の板厚と等しいものとした。目的関数は防撓曲面板の最大応力 σ_{max} を、設計条件に防撓材高さ h を取り、制約条件としては防撓材の高さが次の範囲内にあるものとした。

$$0 \leq h < 0.2a \quad (1)$$

前報¹⁾において防撓材による補強効果が大きいことが明らかとなった。防撓材の方向に曲率を持つ円筒殻および双曲放物面殻 (H. P. シェル) について板厚を種々に変化させて最適防撓材を計算した結果を Fig. 2 および Fig. 3 に示す。またこれらの図には、最適防撓材を有する場合と、防撓材のない場合の最大応力と最大たわみも示している。

曲面板の板厚が大きくなるに従い最適防撓材の剛性も大きくなり、最大応力や最大たわみは小さくなっている。一方 $\sigma_{max}/\sigma_{0max}$ の値より、H. P. シェルでは、曲面板の板厚が薄くなるほど最適防撓材による補強効果が大きい。円筒殻では、曲面板の板厚が薄くなるほど補強効果は小さくなり、 $t/a=0.0055$ 以下では最適防撓材は存在しないことがわかる。このことは次のように説明できる。

付録の (A・7) 式より、曲面板自体の剛性を表わす指標は次のように表わされる。

$$K_{11} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\pi}{a} \right)^8 (1+\beta^2)^4 + Et \left(\frac{\pi}{a} \right)^4 \left\{ \left(\frac{1}{R_{11}} + \frac{\beta^2}{R_{22}} \right)^2 + \frac{4\beta^2}{R_{12}^2} \right\} \quad (2)$$

ここに、 E はヤング率、 ν はポアソン比、 t は板厚である。

(2) 式の第 1 項は曲げ抗力による剛性および第 2 項は膜応力による剛性すなわち形態抵抗に相当する。曲率のない平板の場合には、

$$K_{11}^B = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\pi}{a} \right)^8 (1+\beta^2)^4 \quad (3)$$

となり、板厚が小さい場合には剛性は極端に小さくなり、防撓材による補強の効果は大きい。

計算例の H. P. シェルは $\beta=1.0$ の場合に、 a/R_{11}

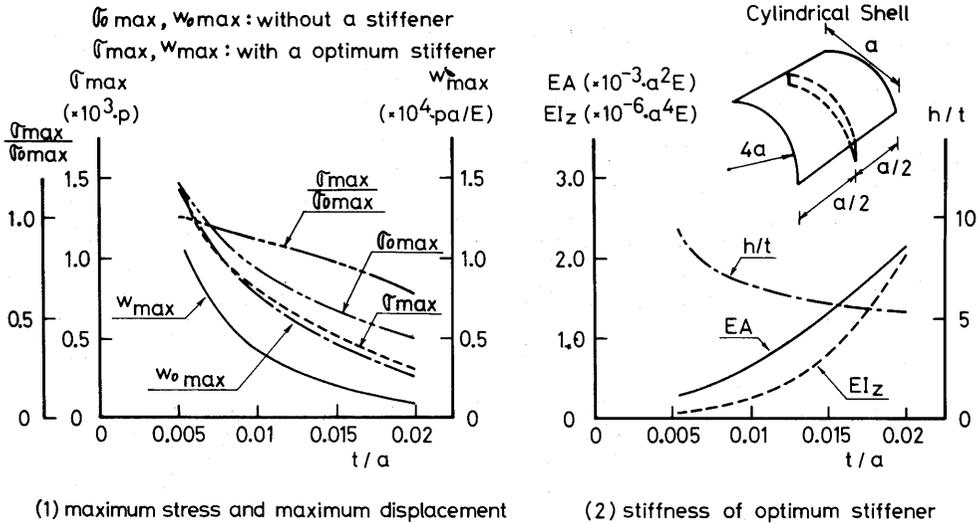


Fig. 2 Optimum stiffener corresponding to given thickness of cylindrical shell and its reinforcing effect

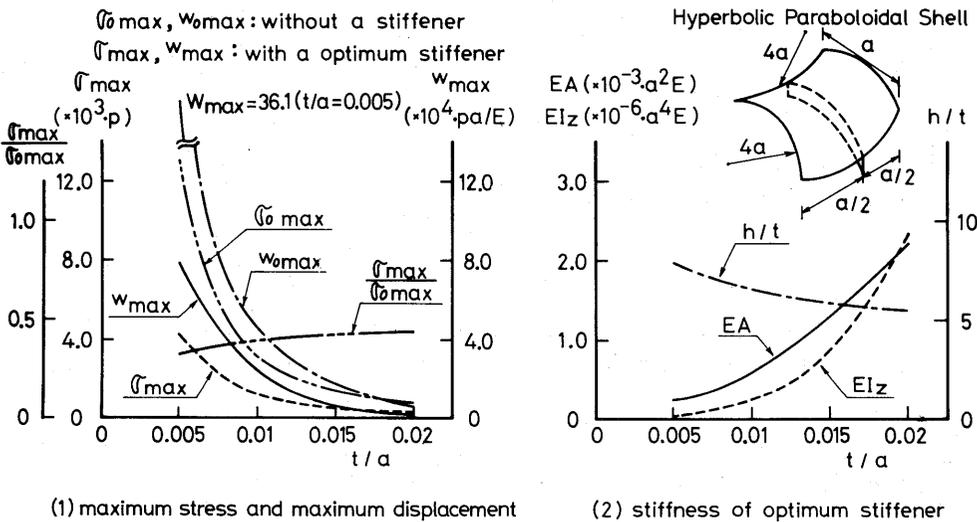


Fig. 3 Optimum stiffener corresponding to given thickness of hyperbolic paraboloidal shell and its reinforcing effect

$+a/R_{22}=0$ となり、剛性を表わす指標は平板の(3)式と同じになる。このため、板厚が小さいほど補強の効果があり、最適防撓材による応力減少率 $(1 - \sigma_{max}/\sigma_{max0})$ は大きくなる。

ところが、 $\beta=1.0$ の円筒殻では曲げ抗力による剛性に対する膜応力による剛性の比は次のようになる。

$$\frac{K_{11} - K_{11}^B}{K_{11}^B} = \frac{3(1-\nu^2)}{4\pi^4} \left(\frac{a^2}{tR_{22}} \right)^2 \quad (4)$$

よって、板厚が薄いほど膜応力による剛性比が大きいため防撓材による依存性が小さくなり、最適防撓材による補強は板厚が大きい場合のほうが効果がある。

流体力学的要求や構造物の機能上から曲率や外形寸法が決められた曲面の補強をする場合には、曲率と外形寸法に応じて Fig. 2 および Fig. 3 と同様のグラフをあらかじめ作成しておく、許容応力または許容たわみを満足する曲面の板厚とその場合の防撓材の最適な剛性を選ぶことにより、防撓曲面全体の最小重量設計を行うことができる。また荷重条件、構造寸法や形状が異なり再計算が必要な場合でも、これらの図より求めた防撓材の剛性を初期値として用いることにより最適計算における繰返し回数を減少させることができる。

前の計算例と同じ曲率をもつ円筒殻および H. P.

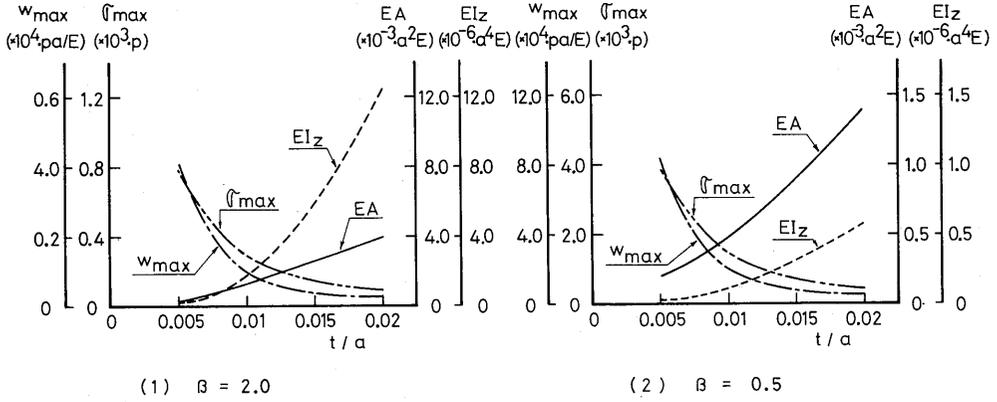


Fig. 4 Optimum stiffener corresponding to given thickness of cylindrical shell for two kinds of aspect ratio and its reinforcing effect

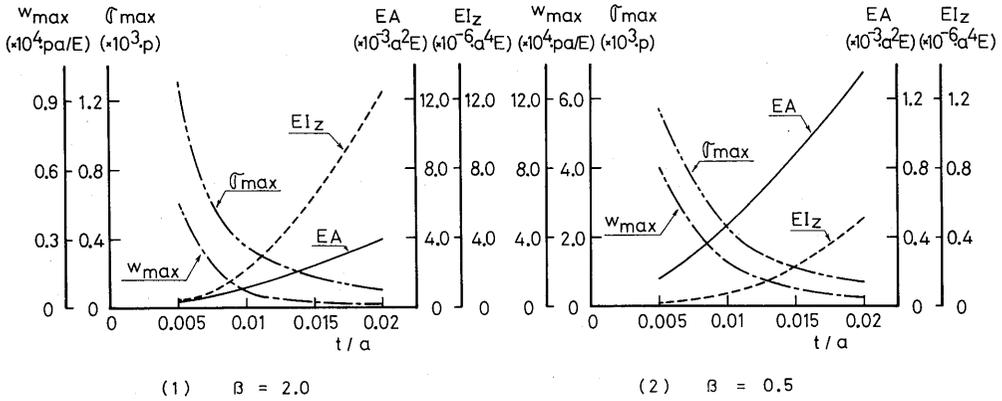


Fig. 5 Optimum stiffener corresponding to given thickness of hyperbolic paraboloid shell for two kinds of aspect ratio and its reinforcing effect

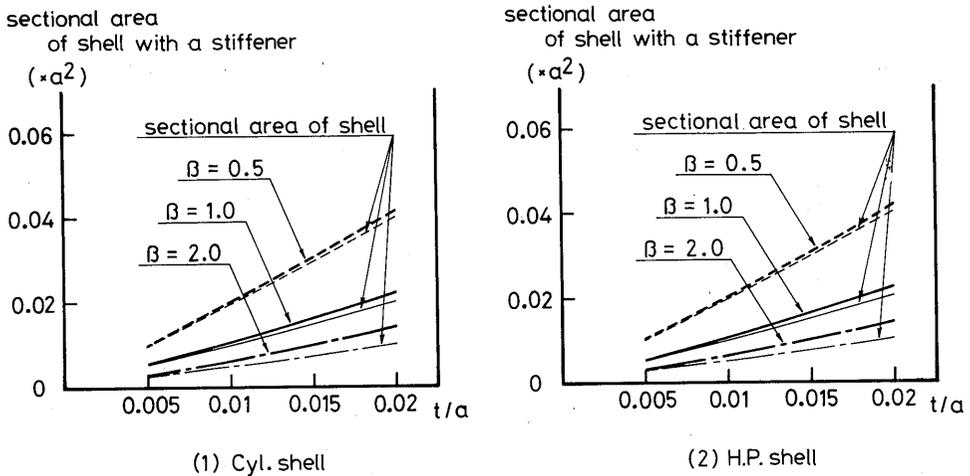


Fig. 6 Relation between sectional area and thickness of shell with an optimum stiffener

シェルの縦横比 β が2.0および0.5の場合に関する解析結果を Fig. 4 および Fig. 5 に示す。これらより、縦横比が変化しても曲面板の板厚と最適防撓材の剛性との関係は定性的には変化しないことがわかる。

Fig. 6 に円筒殻およびH, P. シェルにおける最適防撓曲面板の断面積と曲面板の板厚との関係を示す。なお、この図には曲面板のみの断面積も示してある。

3. 2 曲面板に対する最小防撓材

発生応力が限度応力を超えない範囲内で、補強を必要とする曲面板に取り付ける防撓材の断面積が最小となるように防撓材の剛性を求める。目的関数に防撓材の断面積 A_s 、設計変数に防撓材高さ h と防撓

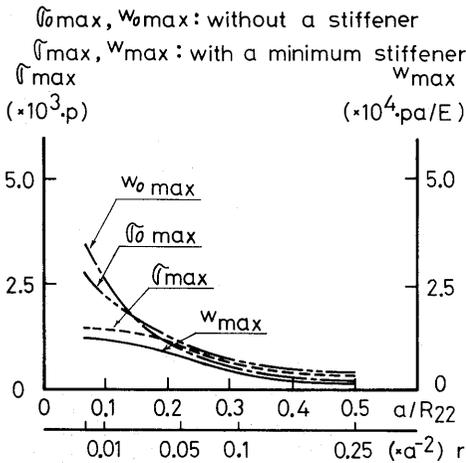
材の板厚 t_s を取り、制約条件を次のように置く。

$$\left. \begin{array}{l} \text{i) } h \geq 0 \\ \text{ii) } t_s > h/C \\ \text{iii) } \sigma_{max} < \sigma_{limit} \end{array} \right\} \quad (5)$$

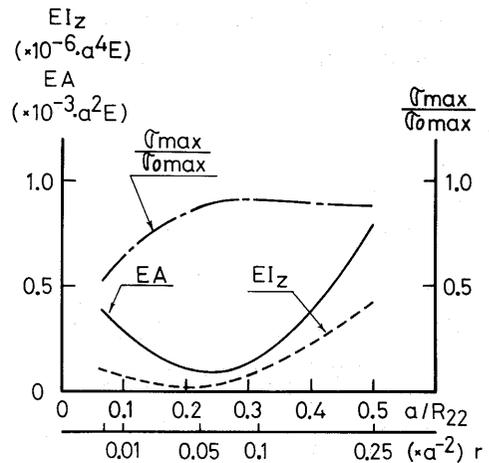
ここに、 C は Flat Bar 型の防撓材の横倒れ屈服限界係数であり、71.0を用いる。 σ_{max} は防撓曲面板に発生する最大応力であり、 σ_{limit} としては次の σ_1 と σ_2 の小さい方の値を選ぶ。

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 = 1.2 \cdot \sigma^* \\ \sigma_2 = \{1 + (1 - \sigma^*/\sigma_0)/2\} \sigma^* \end{array} \right\} \quad (6)$$

ただし、 σ^* は 3. 1 の解析条件により求められる最適防撓材で補強した曲面板に発生する最大応力であり、

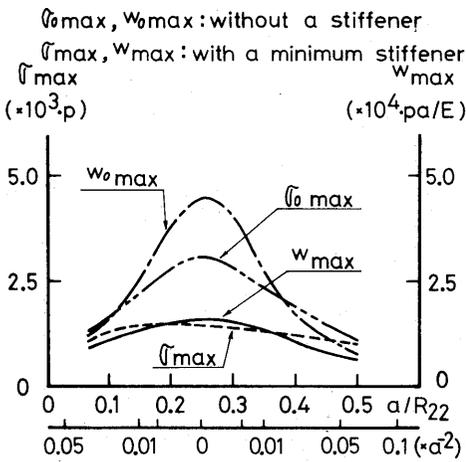


(1) maximum stress and maximum displacement

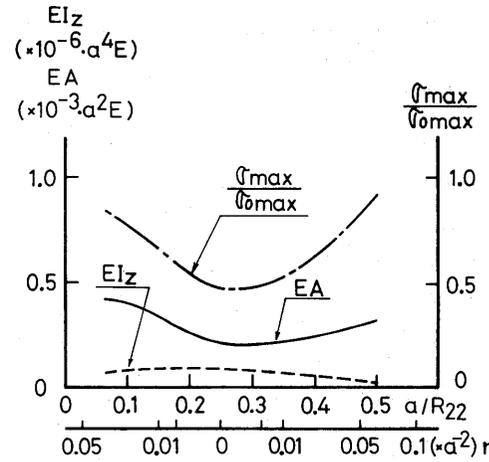


(2) stiffness of minimum stiffener

Fig. 7 Minimum stiffener corresponding to given curvature of cylindrical shell and its reinforcing effect



(1) maximum stress and maximum displacement



(2) stiffness of minimum stiffener

Fig. 8 Minimum stiffener corresponding to given curvature of hyperbolic paraboloidal shell and its reinforcing effect

σ_0 は防撓材で補強しない曲面板に発生する最大応力である。

制約条件 i), ii) は防撓材の断面形状が非現実的にならないためにおよび矩形断面の防撓材が横倒れ座屈を起こす限界を条件とした。条件iii)は最大応力に対する制約であり、一般に材料強度から決まる許容応力を用いるが、ここでは発生応力が最小となる最適な補強状態から応力条件をいくらか緩めて許容限界とした。すなわち、最適防撓材による応力減少率の50%または最適防撓材で補強した曲面板に発生する最大応力の20%のうち小さいほうを防撓材の断面積を最小にするための応力緩和率とした。この応力緩和率を用いて、

最適防撓材で補強した曲面板に発生する最大応力を割増して限界応力とした。

(1) 曲率

円筒殻およびH. P. シェルについて、曲率(a/R_{22})の変化に応じた最小防撓材の剛性、および最小防撓材で補強する場合としない場合の最大応力と最大たわみの関係を Fig. 7 および Fig. 8 に示す。図中の横軸 r は曲率を有することによる曲面板自体の形態抵抗の大きさを示す次の指標である⁴⁾。

$$r = \left(\frac{1}{R_{11}} + \frac{\beta^2}{R_{22}} \right)^2 + \frac{4\beta^2}{R_{12}^2} \quad (7)$$

図より、 $r/a^2 < 0.025$ で補強効果が大きく、最小防撓材

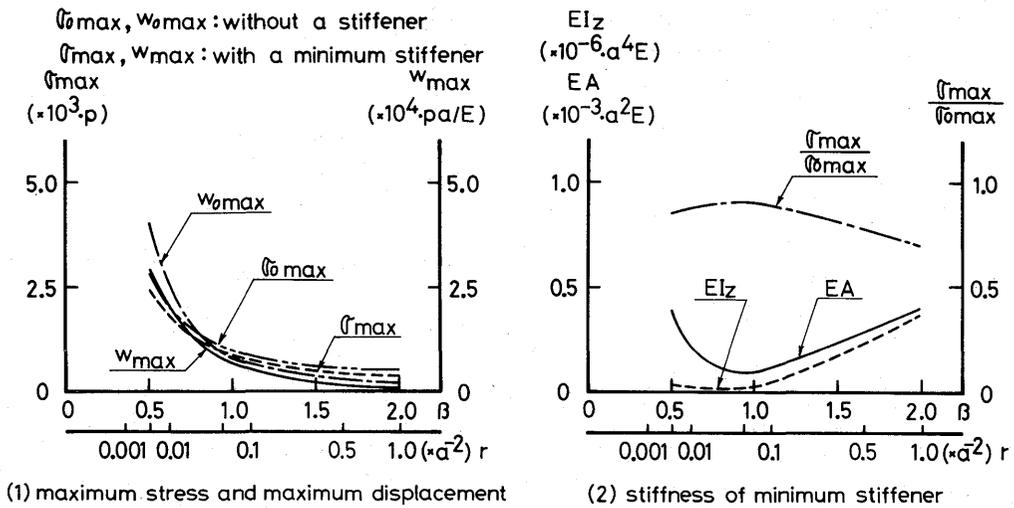


Fig. 9 Minimum stiffener corresponding to given aspect ratio of cylindrical shell and its reinforcing effect

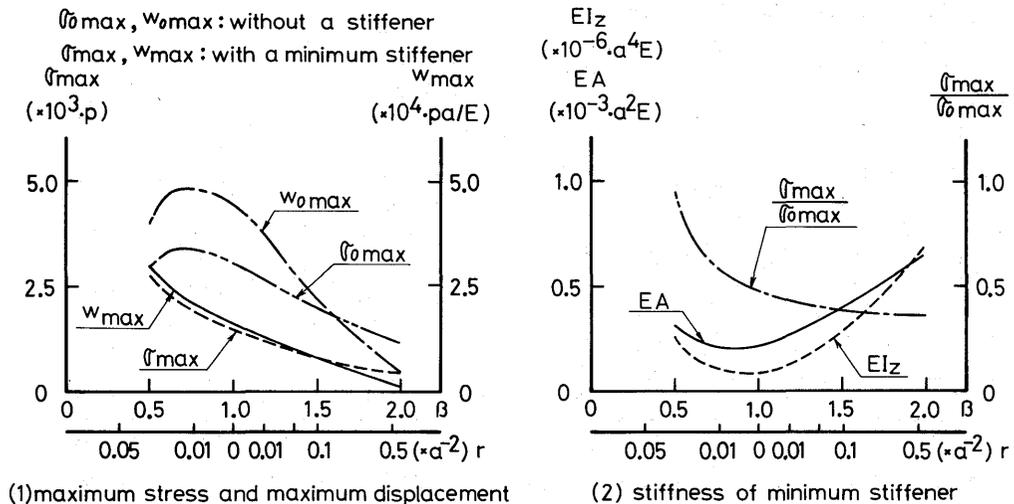


Fig. 10 Minimum stiffener corresponding to given aspect ratio of hyperbolic paraboloidal shell and its reinforcing effect

の剛性が小さくても補強効果は大きいことがわかる。 $r/a^2 > 0.025$ では最小防撓材は剛性の比較的大きいものが必要な割には応力減少効果はあまりない。このことは 3.1 の場合と同様に、膜応力の発生が少なく曲げモーメントに負荷抗力の依存性が高い、すなわち平板に近い剛性の曲面板ほど、防撓材による補強の効果が大きいことを表わしている。

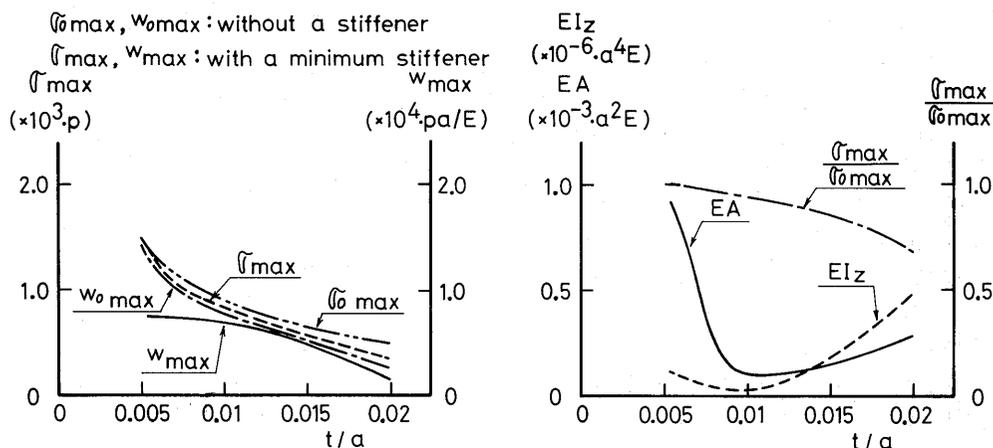
(2) 縦横比

円筒殻および H. P. シェルについて、縦横比 β を変化させて求めた最小防撓材の剛性とそれによる最大応力と最大たわみの変化を Fig. 9 および Fig. 10 に示す。計算例の円筒殻では縦横比 β に関係なく、防撓材の

取付けによるたわみおよび応力減少の効果はあまり期待できない。これに対し、H. P. シェルでは $0.5 < \beta < 1.3$ ($r/a^2 < 0.025$ に相当) において比較的剛性の低い防撓材を取付けても補強の効果は大きい。これらのことは、防撓材は主に曲げモーメントを減少する補強効果があることと、形態抵抗の小さい曲面板は応力攪乱域が広いことによる防撓材の曲面板に対する有効幅の影響との相乗効果として現われるものと考えられる。

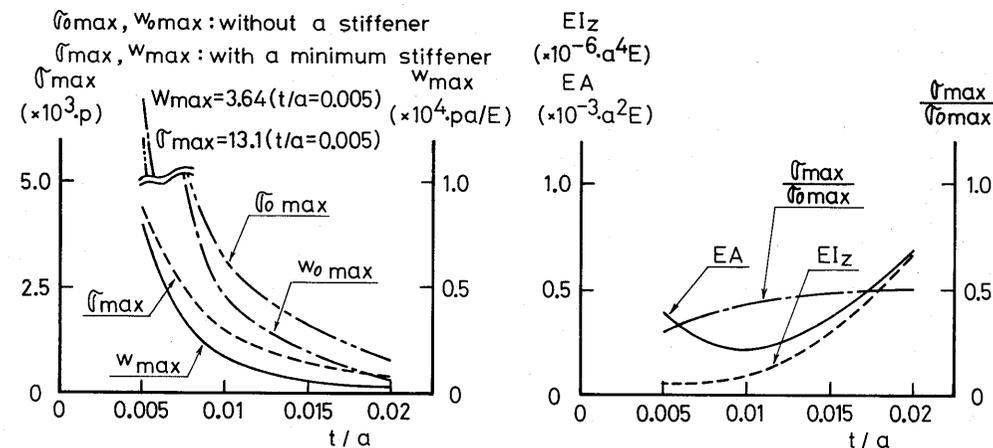
(3) 板厚

円筒殻および H. P. シェルについて、曲面板の板厚を変化させて計算した最小防撓材の剛性と、それによる最大応力と最大たわみの変化を Fig. 11 および Fig.



(1) maximum stress and maximum displacement (2) stiffness of minimum stiffener

Fig. 11 Minimum stiffener corresponding to given thickness of cylindrical shell and its reinforcing effect



(1) maximum stress and maximum displacement (2) stiffness of minimum stiffener

Fig. 12 Minimum stiffener corresponding to given thickness of hyperbolic paraboloidal shell and its reinforcing effect

12 に示す。

円筒殻, H. P. シェルとも曲面板の板厚に関係なく応力減少率はあまり変化せず, 円筒殻は補強効果が小さく, H. P. シェルは補強効果が大きくなる。最小防撓材の曲げ剛性および引張剛性は $t/a=0.01$ 付近で最小となる。また図より, 曲面板の板厚が小さいと外力に対して膜応力により抵抗するため引張剛性 EA の大きい防撓材による補強が有利であり, 板厚が大きいと曲げ抗力により剛性を保つため曲げ剛性 EL_z の高い防撓材による補強が必要であることがわかる。

4. おわりに

曲面板の曲率や構造寸法が与えられる場合について, SUMT 法を用いて, 曲面板に発生する応力減少を目的とする補強のために最適な防撓材および最小重量の防撓材を求めた。本報では比較的補強効果のある円筒殻および H. P. シェルを対象とし, その曲率, 縦横比および板厚を変化させて解析を行い, 次のことが明らかになった。

- 1) 曲面板の板厚や縦横比と補強の必要性との関係は, (2) 式の K_{11} で表わされる曲面板の剛性により決まる。
- 2) 防撓材による補強は曲げ剛性を補うことが主体であり, 曲げ抗力主体の曲面板は補強の効果がある。また膜力の発生による形態抵抗型の曲面板は補強効果が小さく, 引張剛性の大きい防撓材を必要とする。
- 3) 曲面板の板厚が薄い場合には, 外力に対し膜応力の発生により抗力を生じるため引張剛性の大きい防撓材による補強が有利である。また, 板厚が厚い場合には, 主に曲げ抗力により剛性を保つため曲げ剛性の大きい防撓材が適している。

参 考 文 献

- 1) 福地, 勝田: 防撓材により補強された曲面板の最適設計 (その1) 最適防撓材, 長崎大学工学部研究報告, 第14巻 第23号
- 2) J. コワリック, M. R. オズボーン: 非線形最適化問題, (1970) 培風館
- 3) 福地信義: 有限帯板法による防撓曲面板構造の解析, 日本造船学会論文集, 第135号(1974), 第137号(1975)
- 4) 福地信義: 曲面構造における防撓材の補強効果について, 日本造船学会論文集, 第139号 (1976)

付録 曲面板の剛性を表わす指標

Fig. 1 に示すような周辺が単純支持された曲面板に垂直分布荷重 Z が作用する場合について考える。境界条件は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} x=0, a/\beta & : v=w=M_{11}=N_{11}=0 \\ y=0, a & : u=w=M_{22}=N_{22}=0 \end{aligned} \right\} \quad (A \cdot 1)$$

曲面板の平衡および適合方程式より求めた面外変位 w に関する基礎方程式は次のように表わされる。

$$D \Delta \Delta \Delta w + EtL^2(w) = \Delta \Delta Z \quad (A \cdot 2)$$

ここに, D は曲面板の曲げ剛性 ($= Et^3/12(1-\nu^2)$), E はヤング率, t は板厚, ν はポアソン比である。

ただし,

$$L = \frac{1}{R_{11}} \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{2}{R_{12}} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \frac{1}{R_{22}} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

曲面板に作用する外力を 2 重級数に展開する。

$$Z = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{mn} \cdot \sin \beta_m x \cdot \sin \alpha_n y \quad (A \cdot 3)$$

ここに, $\beta_m = \beta m \pi / a$ ($m=1, 2, \dots$), $\alpha_n = n \pi / a$ ($n=1, 2, \dots$)

面外変位を次のように置き, (A・2) に Galerkin 法を適用する。

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{mn} \cdot \sin \beta_m x \cdot \sin \alpha_n y \quad (A \cdot 4)$$

$$W_{mn} = \frac{\rho_{mn} (\alpha_n^2 + \beta_m^2)^2}{K_{mn}} \quad (A \cdot 5)$$

ここに K_{mn} は曲面板の剛性であり, 次の式で表わされる。

$$K_{mn} = D(\alpha_n^2 + \beta_m^2)^4 + Et \left\{ \left(\frac{\alpha_n^2}{R_{11}} + \frac{\beta_m^2}{R_{22}} \right)^2 + \frac{4\alpha_n^2 \beta_m^2}{R_{12}^2} \right\} \quad (A \cdot 6)$$

曲面板の剛性を表わす指標としては, K_{mn} の内卓越して大きい K_{11} とする。

$$K_{11} = D \left(\frac{\pi}{a} \right)^8 (1 + \beta^2)^4 + Et \left(\frac{\pi}{a} \right)^4 \left\{ \left(\frac{1}{R_{11}} + \frac{\beta^2}{R_{22}} \right)^2 + \frac{4\beta^2}{R_{12}^2} \right\} \quad (A \cdot 7)$$

平板の剛性は,

$$K_{11}^B = D \left(\frac{\pi}{a} \right)^8 (1 + \beta^2)^4 \quad (A \cdot 8)$$

となるので, 平板との剛性比を表わす指標 r^* は次のようになる。

$$r^* = \frac{K_{11}}{K_{11}^B} = 1 + \frac{12(1-\nu^2)a^2}{\pi^4(1+\beta^2)^4} \left(\frac{a}{t} \right)^2 \left\{ \left(\frac{1}{R_{11}} + \frac{\beta^2}{R_{22}} \right)^2 + \frac{4\beta^2}{R_{12}^2} \right\} \quad (A \cdot 9)$$