固定式海洋構造物の耐震性に関する基礎的研究

（第１報：理論解析）

高橋和雄*・岡林隆敏*・西ノ首英之**
花井正実***・有馬文昭****

Basic Investigation on Aseismic Properities of Fixed Ocean Structures
(1st report:Theoretical Approach)

by

Kazuo TAKAHASHI*, Takatoshi OKABAYASHI*, Hideyuki NISHINOKUBI**
Masami HANAI***and Fumiaki ARIMA****

This paper deals with the effects of interaction with surrounding water on the dynamic response behavior of a fixed ocean structure with axis symmetric cross-section for aseismic design of offshore structures. Expressions for response to ground motions included hydrodynamic interaction are presented by using finite element method both for structure and water.

Numerical results are shown for uniform cylindrical tower and cylindrical tower with a circular disk. The effect of surrounding water shifts its natural frequency and damping constant lower. These results are compared with the experimental results.

１．はじめに

海洋の資源開発をし，そこに人間の生活空間を拡大するために，海洋構造物を建設しようとする動きは最近の傾向である。特に我国は，国土が狭く，人口が多いので，この海洋開発はこれからの国民的課題である。海洋構造物のうち，海底に固定し，人間が居住・作業・観光などに関する目的に建設されるものを固定式海洋構造物と呼んでいる。資源開発用としては，石油生産プラットホーム，空間開発用として，海中展望台・海中レストラン・海上レジャー施設などのレジャー施設，作業用プラットホームなどが挙げられる。[1)]

このような固定式海洋構造物の設計にあたっては，波力，材料の腐食，疲労などの耐波浪設計のみならず，海底に固定するために生ずる耐震設計が必要になってくる。この場合の地震応答解析は構造物と流体との相互作用を含んだ複雑な問題となってくる。

固定式海洋構造物が地震動を受ける場合には，構造物は流体による付加質量効果，流体の粘性による抗力および表面波によるエネルギー散逸などの作用を受ける。これらの効果は，強度設計における地震力の増加，固有振動特性の変化をもたらすために，重要な検討事項である。すでに，水中構造物の振動問題に関しては，Clough，Chopra，小坪の付加質量の係数を求める研究をはじめ，数多くの理論的・実験的研究が見受けら

昭和61年４月30日
*土木工学科（Department of Civil Engineering）
**水産学部（Fisheries）
***広島大学工学部　広島県広島市（Faculty of Engineering, Hiroshima University, Hiroshima City）
****住友建設㈱技術研究所　東京都新宿区（Research Laboratory of Sumitomo Construction co., LTD., Shinjuku, Tokyo）

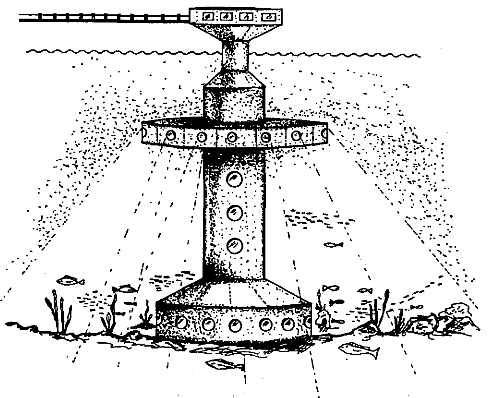

Fig. 1 Marine observation tower

れる。[2] これらによって，水中の橋脚に対する動水圧および水の付加質量などが詳細に報告されている。しかし，Fig. 1 に示すような流体の効果が著しい中空構造物に，これらの研究成果をそのままあてはめることは問題があり，付加質量のみならず，流体による振動減衰の効果も含めた検討が必要である。また，振動に伴う弾性変形に対する考慮や，構造物が変断面を有する場合の取り扱いなど，検討すべきことが数多く残されている。

以上のような観点から，本研究では，固定式海洋構造物の耐震設計の基礎資料を得るために，円塔状構造物と流体との連成振動を解析するとともに，第２報[3]で報告する実験結果と比較するものである。なお，振動解析にあたっては，先ず構造物を１自由度系と仮定した取り扱いによって，基本的な性質を明らかにする。[4] 次いで，連続体としての解析には有限要素法を用いて離散化する。[5]

２．理論解析

(1) １自由度系としての解法[4]

流体中の軸対称構造物の動特性を明らかにするために，構造物の本質を失わない程度の近似を導入する。すなわち，構造物は特定の固有振動形をもつ１自由度系であると仮定する。また，

流体に対しては，次の仮定を用いる。

(a)流体は完全流体である。

(b)流体は無限遠まで存在する。

(c)流体は自由表面を有する。

流体中の構造物の水平地震加速度 $\ddot{U}_g(t)$ による，固有振動形 $\phi_1(z)$ に対する運動方程式は，一般座標 $Y_1(t)$ を用いて次のように表わされる。

$$M_1^*\ddot{Y}_1(t)+C_1^*\dot{Y}_1(t)+K_1^*Y_1(t)=-\ddot{U}_gA_1-P_{c1}^*(t) \quad (1)$$

ここに，

$$M_1^*=\int_0^{Hs} m(z)\phi_1^2(z)dz+\sum_{i=1} m_i\phi_1^2(z_i) \quad :一般化質量$$

$$K_1^*=\omega_1^2M_1^* \quad :一般化剛性$$

$$C_1^*=2h_1\omega_1M_1^* \quad :一般化減衰係数$$

$$A_1=\int_0^{Hs} m_1(z)\phi_1(z)dz+\sum_{i=1} m_i\phi_1(z_i)$$

m(z):構造物の単位高さあたりの質量，H_s:構造物の高さ，h_1:空気中における減衰定数，P_{c1}^*:円塔の外表面に作用する動水圧 $p_c(0, z, t)$ による一般化荷重

動水圧は構造物の円周に沿って，$p_c(0, z, t)=p_c(0, z, t)\cos\theta$ のように変化するから，単位高さあたりの動水圧の合力は，次式で与えられる。

$$p_c^1(z, t)=\frac{1}{2}\int_0^{2\pi} p_c(o, z, t)D\cos\theta d\theta \quad (2)$$

ここに，D:構造物の外周の直径

したがって，p_{c1}^*は次式で与えられる。

$$p_{c1}^*=\int_0^{H} p_c^1(z, t)\phi_1(z)dz \quad (3)$$

ここに，H：水深

流体の圧縮性，粘性を無視すれば，流体の支配方程式（波動方程式）は Laplace の方程式に帰着される。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}=0 \quad (4)$$

ここで，$p(r, \theta, z, t)$:動水圧

加振外力が調和振動であるとき，系の応答も同じ振動数で振動する調和振動である。一般に，その応答振幅や位相なども，振動数（ω）に依存する。振幅や位相などの振動数に対する依存性は，複素数応答によって定義される。地震の加速度 $\ddot{U}_g=e^{i\omega t}$ と考えると，その応答は次のように定義される。

一般化変位 $Y_1(t)=\bar{Y}_1(\omega)e^{i\omega t}$

一般化加速度 $\ddot{Y}_1(t)=\ddot{\bar{Y}}_1(\omega)e^{i\omega t}=-\omega^2\bar{Y}_1(\omega)e^{i\omega t}$

$\theta=0$に沿っての加速度

$$\ddot{U}(t)=\ddot{U}_g+\ddot{Y}_1=[1+\ddot{\bar{Y}}_1(\omega)\phi_1(z)]e^{i\omega t} \quad (5)$$

動水圧 $p_c(\theta, z, t)=\bar{p}_c(\theta, z, \omega)e^{i\omega t}$

このとき，流体に対する境界条件式は

(a)底面（z=0）で鉛直運動が生じない。

$$\frac{\partial p}{\partial z}(r, \theta, 0, t)=0$$

(b)表面波を無視する。

$$p(r, \theta, H, t)=0$$

(c)構造物と接する流体の半径方向の運動成分が，構造物の外表面の半径方向の運動と同じである。

$$\frac{\partial p}{\partial r}(D/2, z, \theta, t)=-\frac{w}{g}[1+\bar{Y}_1(\omega)\phi_1(z)]\cos\theta e^{i\omega t}$$

(d)$\theta=0°$について，軸対称の条件

$$\frac{\partial p(r,z,0,t)}{\partial\theta}=\frac{\partial p(r,z,\pi,t)}{\partial\theta}$$

流体の支配方程式および境界条件が線形であると，重ね合せの原理が適用できる。動水圧 p_c に対する複素振動数応答関数はそれゆえ，次のように表わされる。

$$\bar{p}_c(\theta,z,t)=\bar{p}_o(\theta,z,\omega)+\bar{\bar{Y}}_1(\omega)p_1(\theta,z,\omega) \tag{7}$$

ここに，$p_k(\theta,z,t)=\bar{p}_k(\theta,z,\omega)e^{i\omega t}$, $k=0,1$

式(7)，(4)および(6)の解は次のように求められる。

$$\bar{p}_k(\theta,z,\omega)=8\frac{w}{g}\{\sum_{m=1}^{\infty}\frac{I_{km}}{(2m-1)\pi}E_m(\lambda_m,{}^D/_2)\cos(\lambda_m z)\}\cos\theta \tag{8}$$

ここに，$\lambda_m=(2m-1)\ {}^{\pi}/_{2H}$, $E_m(\lambda_m,\ {}^D/_2)$
$=k_1(\lambda_m{}^D/_2)\ /\ \{k_0(\lambda_m{}^D/_2)\ +k_2(\lambda_m{}^D/_2)\}$,

k_n:変形された第2種 Bessel 関数,

$$I_{km}=\int_0^H\phi_k(z)\cos(\lambda_m z)dz(m=1,2,\cdots\cdots),$$

$$I_{ko}=\int_0^H\phi_o(z)\cos k(\lambda_m z)dz,$$

$\phi_0=1$：剛体変形モード

上式の右辺は振動数ωに無関係である。すべての振動数に対して外力と同位相である。したがって，

$$B_k=\int_0^H\bar{p}_k(z,o)\phi_1(z)dz\quad k=0,1 \tag{9}$$

と定義すれば，式(1)は次のように書き改められる。

$$(M_1^*+B_1)\ddot{Y}_1(t)+C_1^*\dot{Y}_1(t)+K_1^*Y_1(t)$$
$$=-\ddot{U}_g(A_1+B_o) \tag{10}$$

上式より，流体中の構造物の固有円振動数$\bar{f}_1$，減衰定数$\bar{h}_1$は次のように与えられる。

$$\bar{f}_1=\sqrt{\frac{K_1^*}{M_1^*+B_1}},\ \ \bar{h}_1=\frac{C_1^*}{2\sqrt{K_1^*(M_1^*+B_1)}} \tag{11}$$

これらより，空気中の固有円振動数 f_1 と減衰定数 h_1 の間に次の関係が成立する。

$$\frac{\bar{f}_1}{f_1}=\frac{\bar{h}_1}{h_1}=\frac{1}{\sqrt{1+{}^{B_1}/_{M_1^*}}} \tag{12}$$

これらの関係より，流体中の構造物の固有振動数および減衰定数は空気中よりも小さくなるといえる。したがって，応答の最大値は空気中よりも大きくなることが予想される。

本解析法は，流体中の構造物の固有振動形を1つの関数形に近似している。このため，解析の精度は仮定した関数の適切さに依存する。したがって，流体中の固有振動形の仮定に配慮が必要である。

(2)有限要素法による軸対称構造物の解析[5)]

(1)の解析法の欠点を補う方法として，構造物と流体の連成問題を取り扱える有限要素法による解析がある。構造物には，変位法を，流体には波動方程式を重み付き残差法を用いて離散化する。このとき，流体中の軸対称構造物の振動は次のように多自由度系の運動方程式に支配される。

$$[M]\{\ddot{U}\}+[C]\{\dot{U}\}+[K]\{U\}$$
$$=-\{E\}\ddot{U}_g(t)-\{P(t)\} \tag{13}$$

ここに，$\{U\}$:変位ベクトル，$[M]$:質量マトリクス
$\{C\}$:減衰マトリクス，$[K]$:剛性マトリクス
$\{E\}$:一般化荷重ベクトル，$\{P(t)\}$:動水圧による節点ベクトル

流体の影響を考慮した構造物の応答変位を低次のモードの重ね合せをもって近似する。すなわち，

$$\{U\}=\sum_{j=1}^{j}Y_j(t)\{\phi_j\} \tag{14}$$

ここに，$\{\phi_j\}$ ：次の固有値問題のベクトルである。

$$[K]\{\phi_j\}=\omega_j^2[M]\{\phi_j\} \tag{15}$$

固有振動形の直交性を利用すれば，第 j 次の運動方程式は次のように書き改められる。

$$M_j^*\ddot{Y}_j(t)+C_j^*\dot{Y}_j(t)+K_j^*Y_j(t)=R_j^*(t) \tag{16}$$

ここに，$R_j^*(t)=-\{\phi_j\}^T\{E\}\ddot{U}_g(t)-\{\phi_j^f\}^T\{P^f(t)\}$

ただし，$\{\phi_j^f\}$:物体の表面に位置する自由度の項のみからなる。$\{P^f(t)\}$:動水圧を節点ベクトル化したもので，次式で表わされる。

$$\{P^f(t)\}=\{P_0^f\}\ddot{U}_g(t)+\sum_{j=1}^{J}\ \{P_j^f\}\ddot{Y}_j(t) \tag{17}$$

したがって，流体の運動方程式は次のように表わされる。

$$([M^*]+[B])\{\ddot{Y}\}+[C^*]\{\dot{Y}\}+[K^*]\{Y\}=-(\{A\}+\{B_0\})\ddot{U}_g(t) \tag{18}$$

ここに，$A_j=\{\phi_j\}^T\{E\}$, $B_{0j}=\{\phi_j^f\}^T\{P_0^f\}$, $B_{jk}=\{\phi_j^f\}^T\{P_k^f\}$, j, k=1,2,……J。

水中における振動数および固有振動形を求めるためには，式(18)の慣性項と復元力の項を用いる。すなわち，

$$\{Y(t)\}=\sum_{j=1}^{J}z_j(t)\{\chi_j\} \tag{19}$$

ここに，$\{\chi_j\}$ ：系の固有ベクトルで

$$([M^*]+[B])\{\chi_j\}=\lambda_j^2[K^*]\{\chi_j\},\ j=1,\cdots\cdots,J \tag{20}$$

の解である。

3．固有振動解析

数値解析は振動実験に用いるものと同一の構造物の模型を対象にする。構造物の弾性変形を考慮する模型として，次の２例を考える。すなわち，等断面の固定式円塔状構造物（Type１）と，中間に剛体とみなせる円盤（Disk)を有する変断面の固定式円塔状構造物（Type２）である。Type１は流体力について厳密解が得られる場合で，１次振動については２(1)の１自由

度系としての取り扱いで近似解が求められる。これに対して，Type 1 の高次振動および Type 2 はいずれも 2(2)の有限要素法によって数値解析できる場合である。これらの結果により，流体中の構造物の動特性を明らかにするとともに，実験との比較によって，解析の妥当性・問題点を検討するものである。

(1)等断面の円塔状構造物（Type 1）

この実験模型の材質・諸元は，Table 1 に示すとおりである。円塔の材質は，アクリル（PMMA）である。Table 2 は，この模型の固有振動数を水深をパラメーターに求めたものである。有限要素法の適用にあたっては，6 次までの空気中の固有振動形を重ね合せて，流体中の固有振動数および固有振動形を求めた。表に示すように，水深の増加に伴って，付加質量が増大するために，固有振動数は減少してくる。また，振動次数によって付加質量の効果が異なる。Fig. 2 に，水深の変化に伴う固有振動形の変動を示す。1 次振動については，固有振動形の変動は小さい。しかし，2，3 次振動については，流体中の変位が押えられて小さくなっている。本例の動水圧の分布は Fig. 3 に示すとおりである。動水圧は各次の空気中における振動形を用いて得られた一般化質量M_j^*で正規化した相対比である。2，3 次振動では動水圧の最大値は，流体の表面から内部に移動する。したがって，流体中の変位がこれらの振動では押えられるものと考えられる。なお，空気中の 2，3 次振動は，片持ちはりの固有振動形に比較して，はりの中間部の最大振幅が大きくなっている。[6] これは，構造物の半径方向の応力によるもので，殻としての効果が表われているといえる。

Table 1　Dimensions of the cylindrical tower (Type 1)

Height	L (cm)	169.0
Diameter	D (cm)	15.2
Thickness	t (cm)	0.25
Young's modulus	E kg/cm^2	$3.0_{10}{}^4$
Poisson's ratio	ν	0.36
Mass density	kg/cm^3	$1.15_{10}{}^{-3}$

Table 2　Frequencies of the cylindrical tower with various water levels (Type 1)　Unit:Hz

Water level	FEM			Analyt.	Exp.
H	1st	2nd	3nd	1st	1st
0 (in air)	15.40	90.61	232.45	15.49	15.49
7.0 D	10.50	42.36	114.60	10.26	10.30
8.0 D	8.75	41.77	102.02	8.67	8.65
9.0 D	7.28	39.18	94.45	7.31	7.30

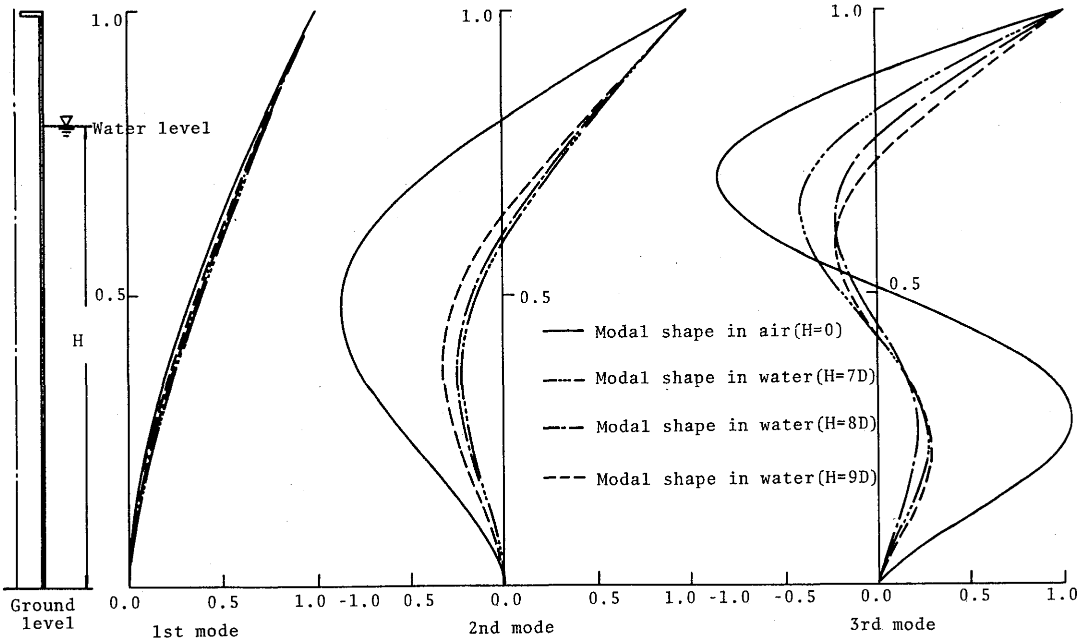

Fig. 2　Modal shapes of the elastic cylindrical tower with various water levels (Type 1)

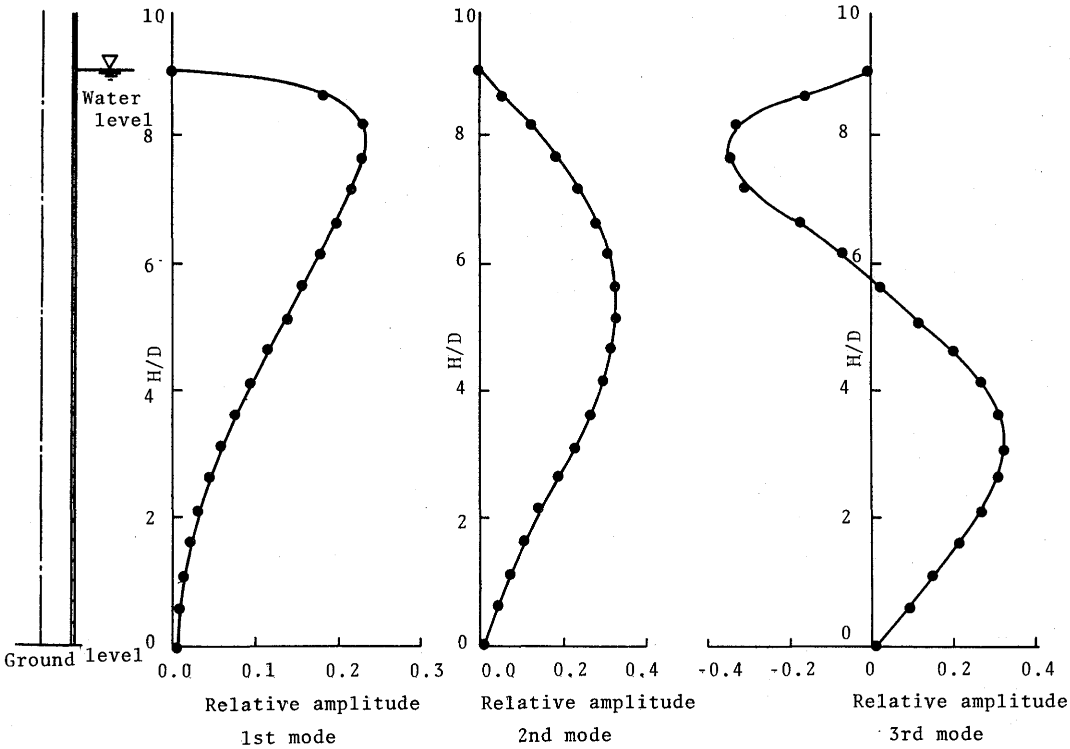

Fig. 3　Distributions of the hydrodynamic pressures on the tower（Type 1）

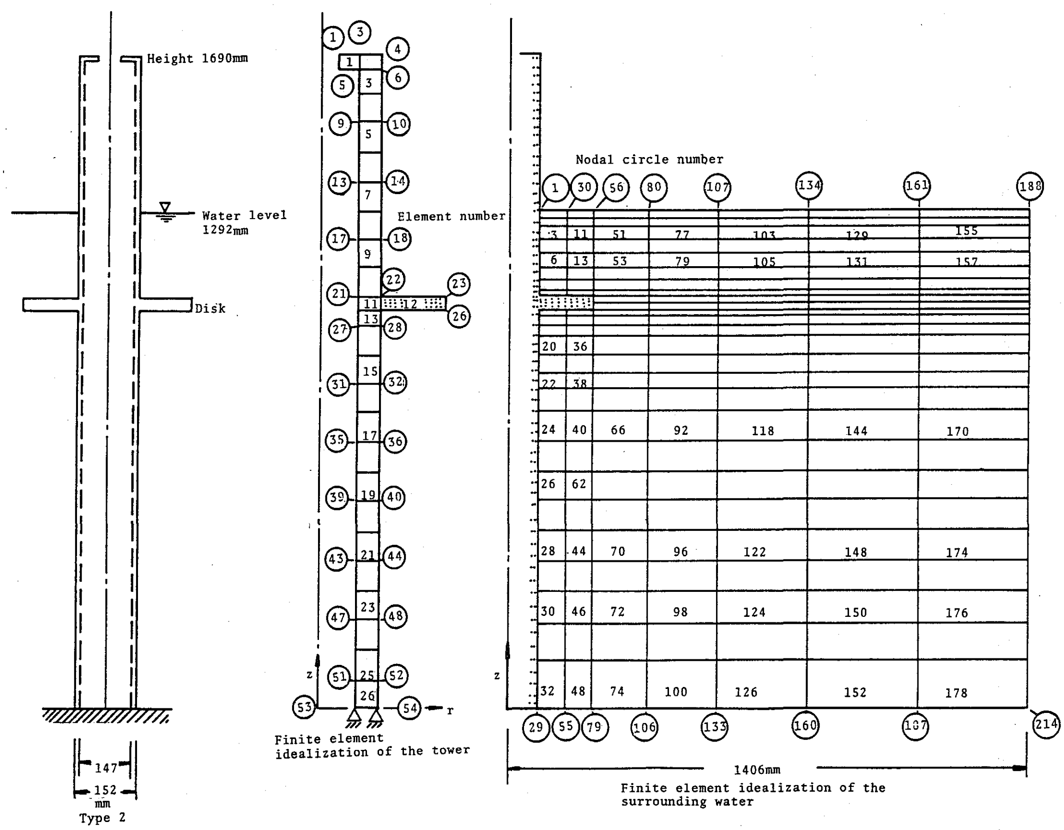

Fig. 4　Finite element mesh with nodal circle and element numbers for the cylindrical tower

次に，有限要素法による結果の精度を検討するために，1次振動について(2)1自由度系としての解析解と文献3)で述べる実験結果を Table 1 に併記した。1自由度系としての解析においては，仮定振動形$\phi_1(z)$を片持ちはりの座屈波形などに固定すると，水中における振動形の変動を考慮することができないので，解析の精度が低下する。これを補うために，各水深における動水圧を静荷重に置き換えた場合の片持ちはりの静的たわみ形を用いた解析をしている。有限要素法による解，解析解および実験値の3者はよく合致している。これより，有限要素法を用いて，構造物と流体の相互作用を評価することができる。

(2)変断面の円塔状構造物（Type 2）

Type 2 は Type 1 の模型にアクリル製の剛体とみなせる円盤が取り付けられている。Table 3 に円盤の諸元を示した。円盤は下端から7D（D：直径）に取り付けられている。Fig. 4 は構造物の概略図と，構造物一流体系の要素分割を示している。構造物の要素分割においては，自由表面および円盤付近の領域は，動水圧の分布が急変することが予想されるために，細い分割がなされている。また，流体は無限の広がりをもつものとして解析されるべきであるが，実際には有限領域で計算することになる。これまでの計算によるとr_F/r_T(ここに，r_T:塔の半径，r_F:流体の対象半径)>5の領域を採用すれば，半径方向の変位による影響を無視することができる。本数値解析では，$r_F/r_T=18.52>5$の領域を確保した。各種の水深に対する異

Table 3　Dimensions of the circular disk

Disk name	A	B
Diameter(cm)	30.4	45.6
Weight(kg)	0.45	1.10
Thickness(cm)	2.5	2.5

Table 4－(a)　Frequencies of the cylindrical tower with various water levels (Type 2－A)

Unit:Hz

Water level	FEM			Exp.
H	1st	2nd	3rd	1st
0	14.23	83.06	218.67	14.20
7.5 D	8.95	40.27	92.95	8.95
8.0 D	8.30	41.09	94.13	8.30
8.5 D	7.60	39.06	93.84	7.60
9.0 D	7.00	38.48	94.09	7.00

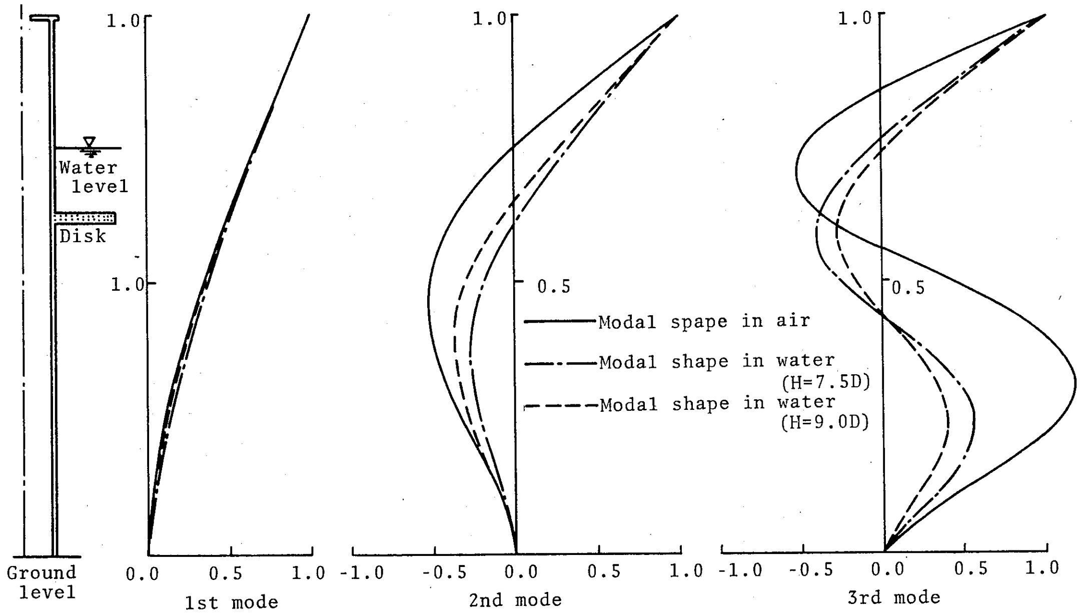

Fig. 5　Modal shapes of the elastic cylindrical tower with various water levels (Type 2－A)

Table 4－（b） Frequencies of the cylindrical tower with various water levels （Type 2－B）

Unit:Hz

Water level H	FEM 1st	FEM 2nd	FEM 3rd	Exp. 1st
0	13.06	75.97	204.83	12.94
7.5 D	8.32	34.82	88.61	8.18
8.0 D	8.01	34.67	90.59	7.73
8.5 D	7.32	34.10	90.32	7.20
9.0 D	6.77	34.05	90.22	6.68

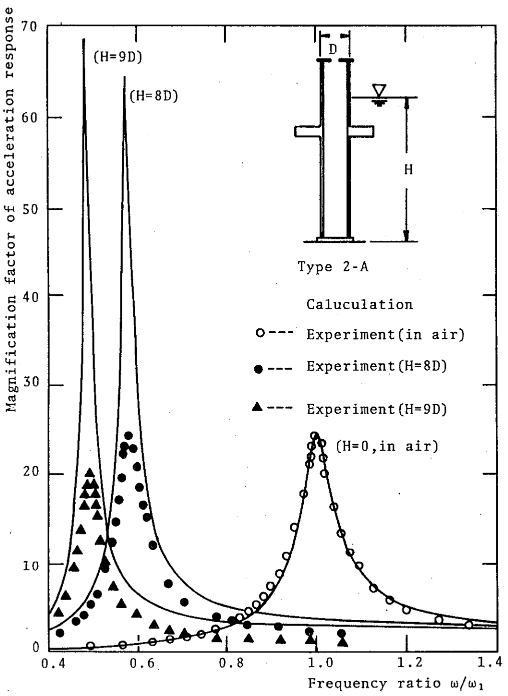

Fig. 6　Relative acceleration responses of the elastic cylindrical tower with various water levels (Type 2－A)

なる円盤A，Bをもつ構造物の固有振動数を Table 4－(a)，(b)に示す。Table 4－(a)，(b)には，実験結果を併記してあるが，いずれの場合もＦＥＭによる結果と実験値はよく合致している。このような変断面の構造物に対しても有限要素法による解析が有効であることが確認できる。Fig. 5は水深の変化に伴う固有振動形を変動を示すものである。円盤のない場合と比較すると先端の振幅に比べて，中間部分の振幅が小さくなる。

4．動的応答解析

正弦波地動加速度が作用する場合の加速度応答倍率を Type 2－Aについて示せば, Fig. 6の結果を得る。図において。横軸は無次元加振円振動数ω/ω_1　（ここに，ω：加振円振動数)，縦軸は加速度の応答倍率である。式(11)で示したように，流体中では構造物の固有振動数が減少するので，共振点は水深の増加とともに低い振動数領域へ移動する。また，減衰定数も減少するので，加速度の応答倍率は空気中よりも大きくなる。したがって，図中の実線のような応答曲線が得られる。Fig. 6には，強制振動実験の結果も併記している。これによれば，最大応答は水深の増加とともに減少する傾向にある。このように，最大応答については解析値と実験値は全く異った結果を与える。解析では，流体の粘性を無視しているので，流体による減衰力が評価されていないためと思われる。流体による減衰については，文献 3)の実験で詳しく検討する。

5．まとめ

本研究は，固定式海洋構造物の地震応答解析の基礎資料を得るために，軸対称構造物の固有振動解析を行い，実験結果と比較したものである。得られた結果をまとめると次のとおりである。

(1)流体中の構造物の固有振動数は，水没体積の増加に伴って減少する。固有振動数の解析値は実験値とよく合致する。したがって，流体中の構造物の固有振動解析にあたっては，波動方程式を解いて動水圧を求める方法で十分である。

(2)流体中の構造物の固有振動形は水没体積の増加に伴って変化する。この変動は，振動次数によって異なる。1次振動については両者の差異は小さいが，2，3次振動については両者の差が大きくなって，流体中の振幅が小さくなる。

(3)1次振動の固有振動数については，動水圧を静荷重に置き換えて片持ちはりに載荷した場合の静的たわみ形を用いて予測することができる。

(4)流体の粘性を無視した解析によれば，流体中の構造物の減衰定数は空気中よりも小さくなるために，動的応答は空気中よりも大きくなる。しかし，実験では逆に応答は減少する。流体による減衰効果を別途評価する必要がある。

参　考　文　献

1）日本建築学会：海洋建築物構造設計指針（固定式）・同解説，昭和60年

2）土木学会：土木技術者のための振動便覧，第11章

「水による振動」，昭和60年，pp. 405〜454
3）高橋・岡林・西ノ首・花井・有馬・永藤：固定式海洋構造物の耐震性に関する基礎的研究（第2報：実験），長崎大学工学部研究報告，Vol. 16, No 27，昭和61年7月，pp. 151〜160
4）Liaw C−Y, and Chopra, Anil, K.:Dynamics of Towers Surrounded by Water, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 3, 1974, pp. 33−49
5）Liaw C−Y, and Chopra, Anil, K.:Earthquake Response of Axisymmetric Tower Structures Surrounded by Water, Report No. EERC 73−25, 1973
6）小坪：土木振動学，森北出版，1983, pp. 184−185