円形の下向き水平伝熱面からの膜沸騰熱伝達の解析

茂地　徹*・川江信治*
時田雄次**・山田　昭*

An Analysis on the Film Boiling Heat Transfer from a Horizontal Circular Plate Facing Downward

by
Toru SHIGECHI*, Nobuji KAWAE*, Yuji TOKITA**
and Takashi YAMADA*

The two-dimensional, steady-state, laminar film boiling heat transfer from a horizontal circular plate facing downward to a stagnant saturated liquid has been studied theoretically based on that the flow of vapor beneath the circular plate is induced by the hydrostatic pressure gradient due to the change in the vapor film thickness. In the present analysis, the effect of plate edge and contribution of radiation heat transfer are taken into account. The boundary-layer equations for the vapor film are solved by the integral method. The vapor film thickness, coefficients of convection heat transfer and contribution of radiation heat transfer are examined for the solution obtained numerically for water at atmospheric pressure. Also, the present analysis is compared with the experimental data in terms of total wall heat flux.

1．まえがき

有限の下向き水平面から静止した飽和液体への膜沸騰においては，伝熱面は中心で最大厚さを有する安定な蒸気膜で覆われ，伝熱面下の蒸気は伝熱面に沿って中心から端部へと流れ上昇流出する，ことが実験[1,2]で観察されている．したがって，このような系においては，対流熱伝達は伝熱面の形状と端部の影響を強く受けることが推測される．さらに，膜沸騰においては，伝熱面の温度が高い場合には放射伝熱の寄与も無視することができない．

Farahat ら[3]は，円形の水平下向き伝熱面からの安定な層流膜沸騰熱伝達を理論解析し，飽和水に対する数値計算結果は，(i)蒸気膜は伝熱面中心で最も薄く半径方向に厚くなること，および(ii)直径50mmの伝熱面に対する熱伝達の計算結果は Ishigai ら[1]の測定値の約 $\frac{1}{5}$ の大きさである，ことを報告している．Farahat らの解析結果が蒸気膜の形状に関して上記の実験観察と一致していないことおよび測定値よりかなり小さい熱流束の値を与えることの理由として，彼らの解析においては伝熱面が有限であること（つまり伝熱面端部の効果）および放射伝熱の寄与が考慮されていないこと，が考えられる．

著者らは，前報[4]において有限幅の水平下向き伝熱面から静止した飽和液体への2次元定常層流膜沸騰熱伝達を，伝熱面の端部の効果と放射伝熱の寄与を考慮して，プロフィル法（境界層積分法）で理論解析した．得られた解析解（厳密解）の大気圧水に対する計算結果から，蒸気膜の形状と厚さおよび熱伝達係数の大き

平成元年4月28日受理
*機械工学科（Department of Mechanical Engineering）
**大学院博士課程海洋生産科学研究科（Graduate School of Marine Science and Engineering）

さに関して重要な知見を得ることができた.

本報では, 前報[4]と同じ方法を有限の円形伝熱面に適用して理論解析を行い, 大気圧水に対して蒸気膜厚さと熱伝達係数を定量的に検討し, さらに, Ishigai ら[1]と Seki ら[2]の測定値との比較検討を行う.

記 号

a	:液体の吸収率
c_p	:定圧比熱
g	:重力の加速度
h	:熱伝達係数
L	:伝熱面の半幅
ℓ	:蒸発潜熱
D	:円形伝熱面の直径
P	:圧 力
q	:熱流束
R	:円形伝熱面の半径
(r, y)	:Fig. 1 で定義される座標系
T	:温 度
Ts	:飽和温度
Tw	:伝熱面温度
ΔTs	:過熱度
(u, v)	:(r, y) 方向の速度成分
u_r	:代表速度, 式(22)
$\beta_1 \sim \beta_3$	:数値定数, 式(27) ～(29)
$\gamma_1 \sim \gamma_3$	:数値定数, 式(30) ～(32)
δ	:蒸気膜厚さ
δ_0	:伝熱面中心での蒸気膜厚さ
δ_R	:伝熱面端部での蒸気膜厚さ
ε	:伝熱面表面の放射率
η	:無次元座標 $(= y/\delta)$
θ	:温度分布, 式(23)
λ	:熱伝導率
μ	:粘性係数
ν	:動粘性係数
ρ	:密 度
σ	:Stefan-Boltzmann 定 数
ϕ	:速度分布, 式(22)

添 字

L	:液 体
V	:蒸 気
r	:局所値
c	:対 流
co	:放射伝熱を考慮しない対流のみの場合
rad	:放 射
t	:対流と放射を総括した場合
$-$	:平均値

2. 理論解析

一様温度 Tw の下向き水平円形伝熱面から静止した飽和液体 (温度 Ts) への2次元定常膜沸騰熱伝達を考える. Fig. 1 に示すように, 伝熱面は中心で最大膜厚を有する安定な蒸気膜で覆われているものとする. この系に対して, 対流伝熱と放射伝熱とを総括した全熱流束は次のように計算される.

局所熱流束:

$$q_r = (h_{c,r} + h_{rad})\Delta Ts \qquad (1)$$

平均熱流束:

$$\bar{q} \equiv \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R q_r\, 2\pi r\, dr = (\bar{h}_c + h_{rad})\Delta Ts \qquad (2)$$

ここに, ΔTs は壁面過熱度 $(= Tw - Ts)$ で $h_{c,r}$ と $\bar{h}_c$ は, それぞれ, 次式で定義される局所と平均の対流熱伝達係数である.

$$h_{c,r} \equiv -\frac{\lambda_V}{\Delta Ts}\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_0 \qquad (3)$$

$$\bar{h}_c \equiv \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R h_{c,r}\, 2\pi r\, dr \qquad (4)$$

h_{rad} は放射の熱伝達係数で次式で与えられる.

$$h_{rad} = \frac{\sigma}{(1/\varepsilon + 1/a - 1)}\frac{(Tw^4 - Ts^4)}{\Delta Ts} \qquad (5)$$

式(5)は, 蒸気膜は放射に対して完全に透明であり, 放射率 ε の伝熱面と吸収率 a の気液界面は灰色体平行二平面を構成する, と仮定して導かれた.

次に, 対流熱伝達をプロフィル法で解析する. 解析に際して, 次の仮定をおく.

(1) 伝熱面下の蒸気膜はなめらかな気液界面を有する

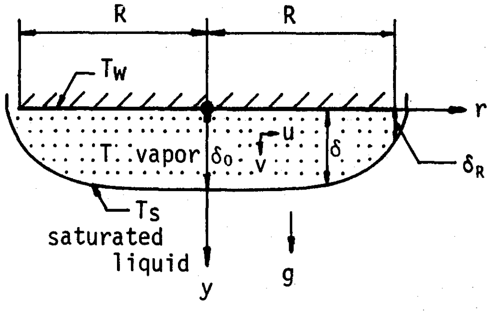

Fig. 1 Physical model and co-ordinate system

層流境界層とみなすことができる．

(2) 表面張力の効果は無視できる．また，液体の飽和温度は液位による変化を無視し一定とする．

(3) 物性値は一定である．

以上の仮定から，蒸気膜に対する質量，運動量およびエネルギの保存式は次のようになる．

$$\frac{\partial u}{\partial r}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{u}{r}=0 \tag{6}$$

$$\left\{\begin{array}{ll} \rho_V\left(u\dfrac{\partial u}{\partial r}+v\dfrac{\partial u}{\partial y}\right)=-\dfrac{\partial P_V}{\partial r}+\mu_V\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} & (7)\\[2ex] 0=\rho_V g-\dfrac{\partial P_V}{\partial y} & (8)\end{array}\right.$$

$$\rho_V c_{P_V}\left(u\frac{\partial T}{\partial r}+v\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\lambda_V\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{9}$$

境界条件は

$$y=0: u=v=0 \tag{10}$$

$$T=Tw \tag{11}$$

$$y=\delta: u=0 \tag{12}$$

$$P_V=P_L \tag{13}$$

$$T=Ts \tag{14}$$

$$-\lambda_V\frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_\delta+h_{rad}\Delta Ts=\ell\rho_V\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\int_0^\delta ru\,dy \tag{15}$$

である．

伝熱面から遠く離れた乱されていない静止液体に対して，静圧勾配は次のように与えられる．

$$\rho_L g-\frac{dP_L}{dy}=0 \tag{16}$$

式(13)を用いて式(8)と式(16)を組み合わせると，蒸気膜内の半径方向の静圧勾配は次のように得られる．

$$\frac{\partial P_V}{\partial r}=\frac{\partial}{\partial r}\int_0^\delta(\rho_L-\rho_V)g\,dy \tag{17}$$

仮定(3)により $(\rho_L-\rho_V)$ は一定であるから，式(17)は次のようになる．

$$\frac{\partial P_V}{\partial r}=(\rho_L-\rho_V)g\frac{d\delta}{dr} \tag{18}$$

式(18)から，蒸気膜内の水平方向の静圧勾配は蒸気膜厚さの流動方向の変化によって確立される，ことがわかる．式(18)を式(7)に代入すると，運動量の式は次のようになる．

$$\rho_V\left(u\frac{\partial u}{\partial r}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-(\rho_L-\rho_V)g\frac{d\delta}{dr}+\mu_V\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \tag{19}$$

式(6)，(10)および(12)を用いて式(19)を積分すると次式が得られる．

$$\rho_V\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\int_0^\delta ru^2\,dy+(\rho_L-\rho_V)g\delta\frac{d\delta}{dr}-\mu_V\left(\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_\delta-\frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_0\right)=0 \tag{20}$$

さらに，式(9)を，式(15)と式(6)の積分形を用いて同様に積分すると次式が得られる．

$$\rho_V c_{P_V}\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\int_0^\delta ru\left\{(T-Ts)+\frac{\ell}{c_{P_V}}\right\}dy+\lambda_V\frac{\partial T}{\partial y}\bigg|_0-h_{rad}\Delta Ts=0 \tag{21}$$

ここで，蒸気膜内の速度と温度のプロフィルを次のように仮定する．

$$u=u_r\ \phi(\eta) \tag{22}$$

$$T-Ts=\Delta Ts\ \theta(\eta) \tag{23}$$

ここに，u_r は代表速度で，ϕ と θ は次式で定義される η だけの関数である．

$$\eta\equiv y/\delta \tag{24}$$

式(22)と式(23)をそれぞれ式(20)と式(21)に代入し，y を η に変換すると，次の δ と u_r に関する連立常微分方程式が得られる．

$$\left\{\begin{array}{ll} \beta_1\dfrac{1}{r}\dfrac{d(r\delta u_r^2)}{dr}+g\left(\dfrac{\rho_L}{\rho_V}-1\right)\delta\dfrac{d\delta}{dr}+(\gamma_1-\gamma_2)\nu_V\dfrac{u_r}{\delta}=0 & (25)\\[2ex] \left(\beta_3+\beta_2\dfrac{\ell}{c_{P_V}\Delta Ts}\right)\dfrac{1}{r}\dfrac{d(r\delta u_r)}{dr}+\gamma_3\dfrac{\lambda_V}{\rho_V c_{P_V}\delta}-\dfrac{h_{rad}}{\rho_V c_{P_V}}=0 & (26)\end{array}\right.$$

ここに，β_1，β_2，β_3，γ_1，γ_2 および γ_3 は次のように定義される数値定数である．

$$\beta_1\equiv\int_0^1\phi^2 d\eta \tag{27}$$

$$\beta_2\equiv\int_0^1\phi\, d\eta \tag{28}$$

$$\beta_3\equiv\int_0^1\phi\theta\, d\eta \tag{29}$$

$$\gamma_1 \equiv \left.\frac{d\phi}{d\eta}\right|_0 \tag{30}$$

$$\gamma_2 \equiv \left.\frac{d\phi}{d\eta}\right|_1 \tag{31}$$

$$\gamma_3 \equiv \left.\frac{d\theta}{d\eta}\right|_0 \tag{32}$$

式(25)と式(26)に対する初期条件を次のように与える．

$$\left.\begin{aligned}\delta &= \delta_0 \ \text{(finite)} \quad (33)\\ u_r &= 0 \quad (34)\end{aligned}\right\} \ \text{at} \quad r = 0$$

ここで，伝熱面中心の蒸気膜厚さ δ_0 はまだ確定していないので，式(25)と式(26)を解くためには，さらにもう一つの条件を付加する必要がある．本研究では，伝熱面の端部において次の境界条件を与える．

$$\frac{d\delta}{dr} = -\infty \qquad \text{at} \quad r = R \tag{35}$$

式(35)の条件は，すでに，前報[4]の有限幅の伝熱面の解析において採用されているが，式(35)を適用することにより，伝熱面中心の蒸気膜厚さが最小となる理論解を得ることができる．これは，物理的には対流熱伝達係数が最大となる理論解を求めることに相当する．したがって，式(25)と式(26)は次の境界条件の下に，2点境界値問題として解かれることになる．

$$\begin{cases} u_r = 0 & \text{at} \quad r = 0 \\ \dfrac{d\delta}{dr} = -\infty & \text{at} \quad r = R \end{cases}$$

蒸気膜厚さ δ が定まると，対流熱伝達係数は次のように計算される．

局所値：

$$h_{c,r} = (-\gamma_3)\lambda_V/\delta \tag{36}$$

平均値：

$$\bar{h}_c = \frac{2(-\gamma_3)\lambda_V}{R^2}\int_0^R \frac{r}{\delta}dr \tag{37}$$

3．結果と考察

式(34)と式(35)の境界条件に従う連立微分方程式，式(25)と式(26)を次の条件の下に，境界値問題に対する射的法（shooting method）[5]で数値的に解いた．

沸騰液体：大気圧水（$Ts = 100$°C），吸収率　$a = 1$

伝熱面：直径　$2R = 10, 20, 40, 80$ mm,

過熱度　$\Delta Ts = 200$～800 K,

放射率　$\varepsilon = 1$

なお，物性値を評価する代表温度は飽和温度とする．

蒸気膜内の速度と温度のプロフィルとして次の関数を採用した．

$$\phi(\eta) = \eta - \eta^2 \tag{38}$$

$$\theta(\eta) = (1-\eta)^2 \tag{39}$$

これらのプロフィルは境界条件，式(10)，(11)，(12)および(14)を満足し，前報[4]の解析においても採用されている．式(38)と式(39)により，式(27)から式(32)で定義される数値定数は次のように定まる．

$$\beta_1 = 1/30, \quad \beta_2 = 1/6, \quad \beta_3 = 1/20$$
$$\gamma_1 = 1, \quad \gamma_2 = -1, \quad \gamma_3 = -2$$

上記条件に対する数値計算結果を Fig. 2 から Fig. 5 に示す．

蒸気膜の伝熱面中心と端部での厚さ δ_0 と δ_R を Fig. 2 に，蒸気膜の半径方向分布を Fig. 3 に示す．これらの図から，(i)蒸気膜は中心（$r = 0$）で最大膜厚を有し，膜厚は伝熱面の周辺に行くに従い次第に小さくなり端部（$r = R$）で最小値をとること，および(ii)蒸気膜は伝熱面直径 $2R$ および過熱度 ΔTs が大きくなるにつれて厚くなること，がわかる．

Fig. 4 に蒸気膜厚さ δ を伝熱面中心での値 δ_0 を用いて規格化した（δ/δ_0）の半径方向の分布を示す．この

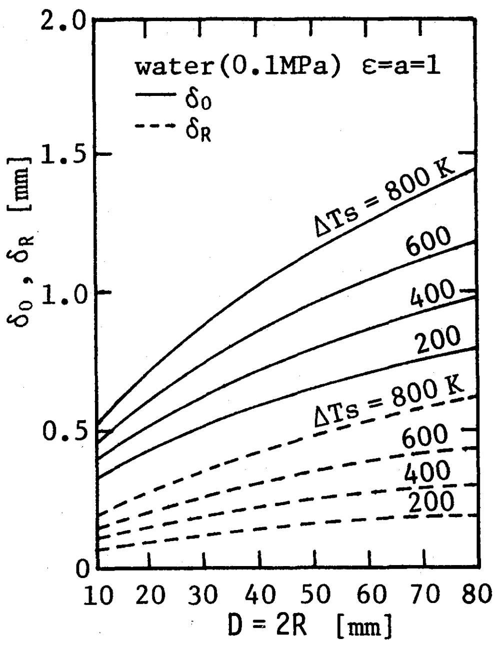

Fig. 2 Vapor film thicknesses at the plate center and the plate edge δ_0, δ_R

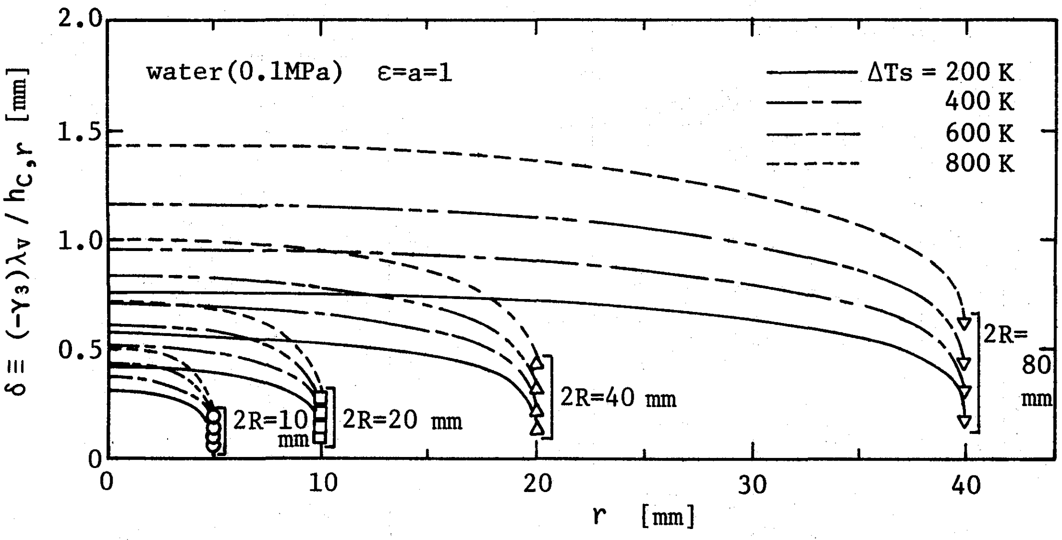

Fig. 3　Vapor film distribution along the radial direction

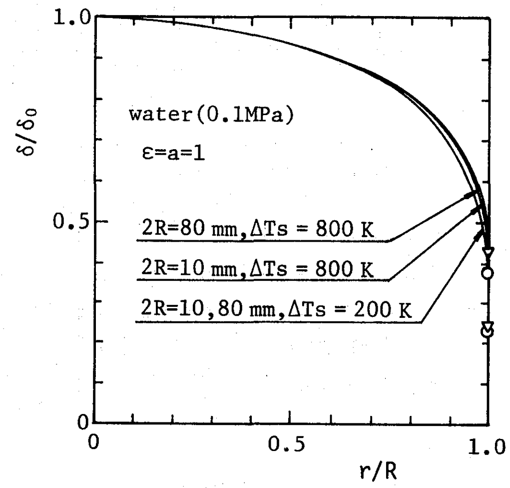

Fig. 4　Relationship between normalized vapor film thickness (δ/δ_0) and non-dimensional co-ordinate (r/R)

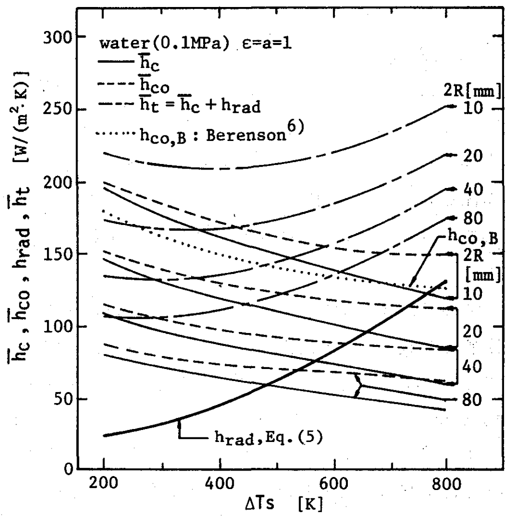

Fig. 5　Average heat transfer coefficients

図は，(δ/δ_0) が (r/R) の関数として一本の曲線で近似できることを示唆している．

熱伝達に関する計算結果を Fig. 5 に示す．Fig. 5 において，$\bar{h}_c$ は式(37)から得られる平均対流熱伝達係数，$\bar{h}_{c0}$ は式(26)で h_{rad} を零とおいて計算される放射伝熱を考慮しない対流のみの平均熱伝達係数，$\bar{h}_{rad}$ は式(5)で与えられる放射の熱伝達係数，$\bar{h}_t$ は対流と放射を総括した熱伝達係数，である．また，Fig. 5 には上向き水平面に対する Berenson の式［文献(6)の式(36)］から計算される対流熱伝達係数 $h_{c0,B}$ を伝熱面の向きによる影響を調べるために示している．$\bar{h}_c$ は $\bar{h}_{c0}$ より常に小さく，過熱度 ΔTs または直径 $2R$ が大きくなると減少することがわかる．過熱度が大きくなると，放射による伝熱は対流による熱伝達と同程度になり，さらに直径が大きい場合には，放射伝熱の方が対流伝熱より大きくなる．つまり，このような場合には，放射伝熱が支配的となり，対流熱伝達よりも放射伝熱を正確に評価することがより重要な課題となる．

Fig. 6 は伝熱面の幾何学的形状の違いによる影響を調べたもので，h の添字の cp は本報の円形伝熱面を，fp は前報[4] の有限幅の伝熱面を表している．なお，両者の比較において，伝熱面直径 $2R$ と伝熱面幅 $2L$ の値は同一にして計算した．図において，対流のみの熱

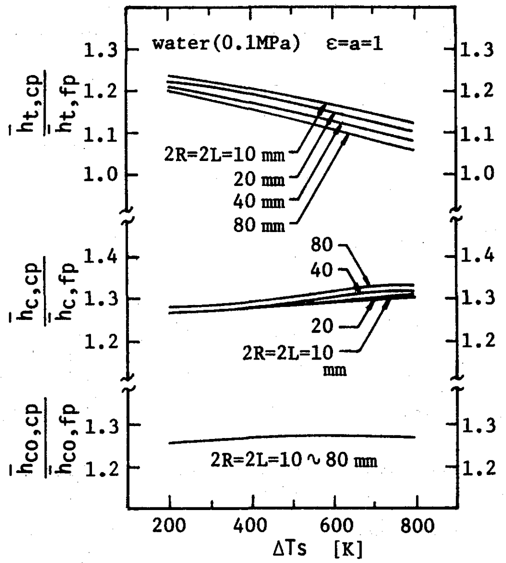

Fig. 6 Comparison of average heat transfer coefficients between a circular plate and a finite-size plate [4]

伝達係数の比 ($h_{c0,cp}/h_{c0,fp}$) はほとんど一定でその大きさは1.27である．また，($h_{c,cp}/h_{c,fp}$) の大きさは約1.3である．したがって，有限幅の伝熱面の解析解(前報[4])を利用して，形状のみが異なる円形伝熱面の対流熱伝達係数の大きさの目安をつけるためには，大気圧の飽和水に対して，約1.3の乗数を使えばよいことがわかる．

最後に，本解析結果と Ishigai ら[1] と Seki ら[2] の測定値との比較を沸騰曲線で示したのが Fig. 7 である．また，同図には，前報[4] の有限幅の伝熱面に対する解と Farahat ら[3] の直径 $D = 50$ mm の円形伝熱面の理論解も併せて示してある．本解析結果は，放射と対流を総括した全熱流束の過熱度と伝熱面直径に対する依存性に関しては測定値と定性的に一致している．しかしながら，定量的には，本解析結果は Farahat ら[3] の理論と比較して改良されてはいるが，測定値と比較するとまだ2倍程度の偏差がみられる．

4．むすび

有限の円形下向き水平伝熱面から静止した飽和液体への膜沸騰熱伝達を，伝熱面下の蒸気の流動は蒸気膜厚さの変化に起因する水平方向の静圧勾配によって誘起されると仮定して理論的に解析した．プロフィル法で得られた理論解の大気圧水に対する数値計算結果から，蒸気膜の厚さと形状，対流熱伝達係数の大きさおよび放射伝熱の寄与を明らかにした．また本解析は測定値と約2倍の偏差で定性的に一致することを示した．

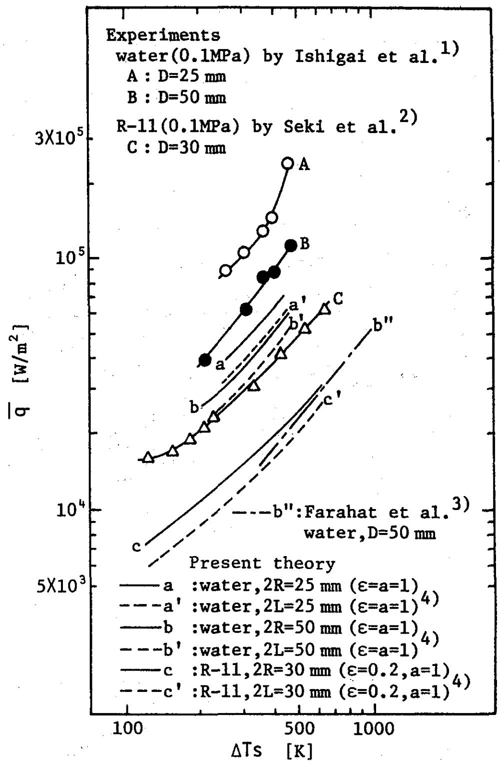

Fig. 7 Comparison of the present analysis with experimental data

本解析と測定値とを定量的に比較し，本解析で設定された仮定と境界条件を吟味するためには，今後，伝熱面下に形成される蒸気膜の挙動を詳細に観察するとともに，沸騰特性の測定においては，放射伝熱の寄与を決定するために必要な伝熱面放射率の大きさを評価することも重要である．

参考文献

1) Ishigai, S., Inoue, K., Kiwaki, Z., Inai, T.; International Development in Heat Transfer, ASME, Paper 26, pp. 224-229, 1961.
2) Seki, N., Fukusako, S., Torikoshi, K.; Trans. ASME, J. Heat Transfer, Vol. 100, pp. 624-628, 1978.
3) Farahat, M. M., Madbouly, E. E.; Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 20, pp. 269-277, 1977.
4) 茂地，川江，金丸，山田；日本機械学会論文集(B編)，54, pp. 1808-1813, 1988.
5) Conte, S. D., de Boor, C, ; Elementary Numerical Analysis, 2nd ed., McGraw-Hii, p. 373, 1972.
6) Berenson, P. J.; Trans. ASME, J. Heat Transfer, Vol. 83, pp. 351-358, 1961.