

# 飽和液体の上向き直交流中に置かれた 球まわりの層流膜沸騰熱伝達

茂 地 徹\*・川 江 信 治\*  
金 丸 邦 康\*\*・山 田 昭\*

## Laminar Film Boiling Heat Transfer on a Sphere Submerged in an Upward Crossflow of Saturated Liquids

by

Toru SHIGECHI\*, Nobuji KAWAE\*,  
Kuniyasu KANEMARU\*\* and Takashi YAMADA\*

An analysis was made of the steady-state forced convection film boiling heat transfer on an isothermal sphere submerged in an upward crossflow of saturated liquids in the gravitational field. The laminar boundary-layer equations of momentum and energy for the vapor film, including both the inertia force in the former and the convection term in the latter, were solved using an integral method. The analytical solution was obtained for the integrated boundary-layer equations. A theoretical correlating equation for the heat transfer rate, which was derived from the solution, agreed well with the experimental data of water by Aziz et al. The correlating equation and its approximate expression are tentatively recommended because of a lack of experimental data.

### 1. まえがき

重力場で垂直上向きに流れている飽和液体中に置かれた物体のまわりの強制対流膜沸騰において、液体の近寄り速度が小さい場合には、対流熱伝達に及ぼす浮力の影響を無視することができない。著者らは<sup>1)</sup>、水平円柱の場合を積分境界層の方法（プロフィール法）により解析し、蒸気膜厚さと熱伝達係数に関して理論解を得た。さらに、この理論解に基づいて、Bromley ら<sup>2)</sup>の測定値と良く一致する伝熱整理式を提案した。

最近、Aziz ら<sup>3)</sup>は大気圧下で静止した飽和液体中を垂直下向きに低速で動いている銅球まわりの膜沸騰熱伝達の測定データを報告している。そこで、本研究では、飽和液体の垂直上向き直交流中に置かれた球のまわりの定常膜沸騰熱伝達を、水平円柱の場合<sup>1)</sup>と同様

な方法で理論解析し、解析結果を Aziz ら<sup>3)</sup>の測定値と比較検討し熱伝達の暫定整理式を作製したので、ここに報告するものである。

### 記 号

$a$	: 温度伝導率
$c_p$	: 定圧比熱
$D$	: 球の直径
$Fr$	: フルード数, 式(29)
$g$	: 重力の加速度
$Ga$	: ガリレオ数, 式(30)
$G(\eta)$	: 速度プロフィール
$H(\eta)$	: 温度プロフィール
$K$	: 密度比, 式(31)

平成元年9月30日受理

\*機械工学科 (Department of Mechanical Engineering)

\*\*共通講座・工業物理学 (Applied Physics Laboratory)

$\ell$  : 蒸発潜熱  
 $\ell^*$  : 修正蒸発潜熱, 式(33)  
 $Nu$  : ヌセルト数  
 $P$  : 圧力  
 $q$  : 熱流束  
 $R$  : 球の半径  
 $Sp^*$  : 修正無次元過熱度, 式(32)  
 $T$  : 温度  
 $T_s$  : 飽和温度  
 $T_w$  : 伝熱面表面温度  
 $\Delta T_s$  : 過熱度 ( $= T_w - T_s$ )  
 $u$  : 円周方向の速度成分  
 $u_\phi$  : 代表速度  
 $U_\infty$  : 近寄り速度  
 $v$  : 半径方向の速度成分  
 $y$  : 伝熱面表面から測った半径方向座標

$\beta_1 \sim \beta_3$  : 数値定数, 式(19)~(21)  
 $\gamma_1 \sim \gamma_3$  : 数値定数, 式(22)~(24)  
 $\delta$  : 蒸気膜厚さ  
 $\Delta$  : 無次元蒸気膜厚さ ( $= \delta/D$ )  
 $\eta$  : 無次元座標 ( $= y/\delta$ )  
 $\lambda$  : 熱伝導率  
 $\mu$  : 粘性係数  
 $\nu$  : 動粘性係数  
 $\phi$  : 円周方向角度座標  
 $\phi_s$  : はく離点  
 $\rho$  : 密度

#### 添 字

$L$  : 液体  
 $V$  : 蒸気  
 $\delta$  : 気液界面  
 $co$  : 対流のみの場合

## 2. 解析

Fig. 1 に示すような均一な表面温度  $T_w$  の球のまわりの定常膜沸騰を考える。液体は一樣な近寄り速度  $U_\infty$  で垂直上向きに流れており、一樣に系の圧力に相当する飽和温度  $T_s$  に達しているものとする。なお、膜沸騰においては伝熱面表面温度が高い場合に、放射伝熱を考慮する必要があるが、対流伝熱と放射伝熱の総括には、Bromley ら<sup>2)</sup>の方法を採用し、ここでは対流伝熱伝達のみを対象とする。解析に際して次の仮定をおく。

(1) 蒸気膜に対して層流境界層を、液体の流れに対し

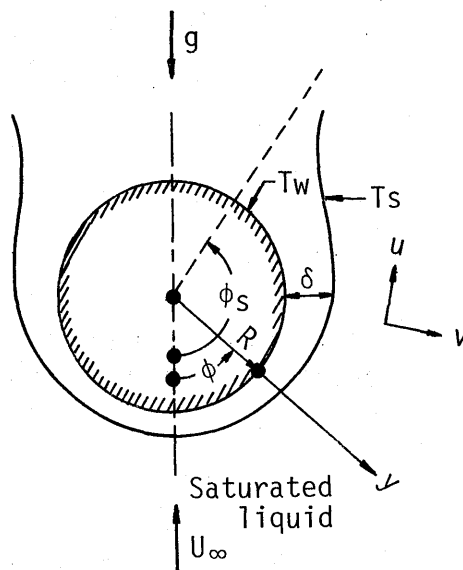


Fig. 1 Physical model and co-ordinate system

て球まわりのポテンシャル流を仮定し、気液界面は平滑であるとする。また蒸気膜に関する各種保存式において流線の曲がりを見捨てる。

(2) 物性値は一定とし、蒸気の密度を液体の密度に比して見捨てる ( $\rho_L - \rho_V \approx \rho_L$ )。なお、蒸気側の物性値は伝熱面表面温度  $T_w$  と飽和温度  $T_s$  の算術平均値で評価する。

(3) はく離点以降の後流領域 (wake region) での伝熱を見捨てる。

(4) 対流伝達に及ぼす放射伝熱の影響は考慮しない。以上の仮定により蒸気膜に関する基礎式は次のようになる。

連続の式：

$$\frac{1}{R} \frac{\partial(u \sin \phi)}{\partial \phi} + \frac{\partial(v \sin \phi)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

運動方程式：

$$\begin{aligned} & \rho_V \left( u \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \phi} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ &= g \rho_L \left( 1 + \frac{9}{4} \frac{U_\infty^2}{gR} \cos \phi \right) \sin \phi \\ &+ \mu_V \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、球のまわりの液体のポテンシャル流にベルヌーイの定理を適用すると、液体の流動方向の圧力勾配は次式で与えられる。

$$-\frac{1}{R} \frac{dP_L}{d\phi} = \rho_L \left( g \sin \phi + \frac{9}{8} \frac{U_\infty^2}{R} \sin 2\phi \right) \quad (3)$$

蒸気膜に対して境界層を仮定しているから、 $P_v = P_L$  であることおよび仮定(2)  $[\rho_L - \rho_v \approx \rho_L]$  より、式(2)の運動方程式は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} \rho_v \left( u \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \phi} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ = -g \rho_v \sin \phi - \frac{1}{R} \frac{dP_v}{d\phi} + \mu_v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (4)$$

ただし、式(4)は水平円柱の場合<sup>1)</sup>と同様に、流れが加速される領域に適用し、 $(dP_L/d\phi) = 0$ となる $\phi$ の値を近似的にはく離点 $\phi_s$ と定める。従って、式(3)から、はく離点を決定する式として次式が得られる。

$$\begin{aligned} 1 + \frac{9}{4} \frac{U_\infty^2}{gR} \cos \phi_s = 0, \\ \left\{ \phi_s = \cos^{-1} \left( -\frac{4}{9} \frac{gR}{U_\infty^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

エネルギー式：

$$\rho_v c_{pv} \left( u \frac{1}{R} \frac{\partial T}{\partial \phi} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda_v \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (6)$$

境界条件と気液界面での条件を次のように与える。

$$y = 0: u = v = 0 \quad (7)$$

$$T = T_w \quad (8)$$

$$y = \delta: u = u_\delta = (3/2) U_\infty \sin \phi \quad (9)$$

$$T = T_s \quad (10)$$

$$\begin{aligned} -\lambda_v \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_s \\ = \ell \rho_v \frac{1}{R \sin \phi} \frac{d}{d\phi} \int_0^\delta u \sin \phi \, dy \end{aligned} \quad (11)$$

以上の基礎式(1), (4), (6)および条件式(7)~(11)を積分境界層の方法(プロフィール法)で解く。

式(6)と式(4)を、それぞれ、連続の式(1)と境界条件または気液界面での条件を用いて、 $y$ に関して0から $\delta$ の範囲で積分すると次の2式が得られる。

$$\begin{aligned} \rho_v \frac{1}{R \sin \phi} \left[ \frac{d}{d\phi} \int_0^\delta u^2 \sin \phi \, dy \right. \\ \left. - u_\delta \frac{d}{d\phi} \int_0^\delta u \sin \phi \, dy \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} = g \rho_L \delta \left( 1 + \frac{9}{4} \frac{U_\infty^2}{gR} \cos \phi \right) \sin \phi \\ + \mu_v \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_s - \mu_v \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \rho_v \frac{1}{R \sin \phi} \frac{d}{d\phi} \int_0^\delta u \{ \ell + c_{pv}(T - T_s) \} \sin \phi \, dy \\ = -\lambda_v \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_0 \end{aligned} \quad (13)$$

次に、蒸気膜内の速度 $u$ と温度 $T$ に関して、それぞれ次のような流動方向( $\phi$ 方向)に相似なプロフィールを仮定する。

$$u = u_\phi \cdot G(\eta) \quad (14)$$

$$T - T_s = \Delta T_s \cdot H(\eta) \quad (15)$$

ここに、 $\eta$ は次式で定義される無次元座標である。

$$\eta \equiv y/\delta \quad (16)$$

式(12)と式(13)に、式(14)の $u$ と式(15)の $T$ を代入すると、次の $\delta$ と $u_\phi$ に関する連立常微分方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{R \sin \phi} \left\{ \beta_1 \frac{d(\delta u_\phi^2 \sin \phi)}{d\phi} \right. \\ \left. - \beta_2 u_\delta \frac{d(\delta u_\phi \sin \phi)}{d\phi} \right\} \\ = g \left( \frac{\rho_L}{\rho_v} \right) \delta \left( 1 + \frac{9}{4} \frac{U_\infty^2}{gR} \cos \phi \right) \sin \phi \\ + \nu_v (\gamma_2 - \gamma_1) \frac{u_\phi}{\delta} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{R \sin \phi} \left( \beta_3 + \beta_2 \frac{\ell}{c_{pv} \Delta T_s} \right) \frac{d(\delta u_\phi \sin \phi)}{d\phi} \\ = -\gamma_3 \frac{\alpha_v}{\delta} \end{aligned} \quad (18)$$

ここに、 $\beta_1 \sim \beta_3$ および $\gamma_1 \sim \gamma_3$ は速度プロフィール $G(\eta)$ と温度プロフィール $H(\eta)$ とから決定される数値定数で次のように計算される。

$$\beta_1 \equiv \int_0^1 \{G(\eta)\}^2 d\eta \quad (19)$$

$$\beta_2 \equiv \int_0^1 G(\eta) d\eta \quad (20)$$

$$\beta_3 \equiv \int_0^1 \{G(\eta)H(\eta)\} d\eta \quad (21)$$

$$\gamma_1 \equiv \frac{dG}{d\eta} \Big|_0 \quad (22)$$

$$\gamma_2 \equiv \frac{dG}{d\eta} \Big|_1 \quad (23)$$

$$\gamma_3 \equiv \frac{dH}{d\eta} \Big|_0 \quad (24)$$

式(18)を形式的に積分して得られる  $u_\phi$  を、式(17)に代入すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{A^2 \beta_1}{R \delta^2 \sin \phi} \left[ \left\{ 2 + \frac{(\gamma_1 - \gamma_2)}{\beta_1} \frac{R \nu_v}{A} \right\} \right. \\ & \left. - \frac{1}{\sin^2 \phi} \frac{d(\delta \sin \phi)}{d\phi} \int_0^\phi \frac{\sin \phi}{\delta} d\phi \right] \\ & \times \int_0^\phi \frac{\sin \phi}{\delta} d\phi \\ & = g \left( \frac{\rho_L}{\rho_v} \right) \delta \left( 1 + \frac{9}{4} \frac{U_\infty^2}{gR} \cos \phi \right) \sin \phi \\ & + \frac{3}{2} \frac{A}{R} \frac{\beta_2}{\delta} U_\infty \sin \phi \end{aligned} \quad (25)$$

ここに、 $A$  は次式で定義される定数である。

$$A \equiv \frac{(-\gamma_3/\beta_2)(\alpha_v R)(c_{Fv} \Delta T_s / \ell)}{1 + (\beta_3/\beta_2)(c_{Fv} \Delta T_s / \ell)} \quad (26)$$

さて、式(25)の解析解を得るために、水平円柱の場合<sup>1)</sup>と同様に式(25)に関して次のように仮定する。

1. 式(25)の左辺において

$$\begin{aligned} & \left\{ 2 + \frac{(\gamma_1 - \gamma_2)}{\beta_1} \frac{R \nu_v}{A} \right\} \\ & \gg \left| \frac{1}{\sin^2 \phi} \frac{d(\delta \sin \phi)}{d\phi} \int_0^\phi \frac{\sin \phi}{\delta} d\phi \right|. \end{aligned}$$

2. 式(25)の右辺第2項を右辺第1項に比して無視する。

以上の仮定のもとに、式(25)から、前方岐点 ( $\phi = 0$ ) で無次元蒸気膜厚さ  $\Delta$  が有限となる解を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta = & \left[ \left\{ \frac{(\gamma_1 - \gamma_2)(-\gamma_3)}{2\beta_2} \right\} \right. \\ & \left. \left\{ \frac{S_p^* \left( 1 + \frac{2\beta_1(-\gamma_3)}{\beta_2(\gamma_1 - \gamma_2)} S_p^* \right)}{Ga \cdot K} \right\} \right]^{1/4} \times \\ & \left[ \frac{4}{3} \int_0^{\phi_s} \left\{ \left( 1 + \frac{9}{2} Fr \cos \theta \right) \sin^5 \theta \right\}^{1/3} d\theta \right]^{1/4} \quad (27) \end{aligned}$$

ここに、

$$\Delta \equiv \delta/D \quad (\text{無次元蒸気膜厚さ}) \quad (28)$$

$$Fr \equiv U_\infty^2/(gD) \quad (\text{フルード数}) \quad (29)$$

$$Ga \equiv gD^3/\nu_v^2 \quad (\text{ガリレオ数}) \quad (30)$$

$$K \equiv \rho_L/\rho_v \quad (\text{密度比}) \quad (31)$$

$$S_p^* \equiv c_{Fv} \Delta T_s / (Pr_v \ell^*) \quad (\text{修正無次元過熱度}) \quad (32)$$

であり、 $\ell^*$  は速度と温度のプロファイルから定まる修正蒸発潜熱で次式で定義される。

$$\ell^* \equiv \ell \{ 1 + (\beta_3/\beta_2) c_{Fv} \Delta T_s / \ell \} \quad (33)$$

蒸気膜厚さが確定すると、平均ヌセルト数  $\overline{Nu}_{co}$  は次式のように計算される。

$$\begin{aligned} \overline{Nu}_{co} &= \frac{D}{\lambda_v \Delta T_s} \left\{ \frac{1}{2} \int_0^\pi q_{co,\phi} \sin \phi d\phi \right\} \\ &= (-\gamma_3) \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{\sin \phi}{\Delta} d\phi \quad (34) \end{aligned}$$

ここに、 $q_{co,\phi}$  は局所熱流束で次式で定義される。

$$\begin{aligned} q_{co,\phi} &= -\lambda_v \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_0 = -\lambda_v \frac{\Delta T_s}{\delta} \frac{dH}{d\eta} \Big|_0 \\ &= \frac{(-\gamma_3) \lambda_v \Delta T_s}{D \cdot \Delta} \quad (35) \end{aligned}$$

従って、式(27)の  $\Delta$  から、平均ヌセルト数は次のように求まる。

$$\begin{aligned} \overline{Nu}_{co} &= \left[ \frac{2\beta_2 \gamma_3^3}{(\gamma_2 - \gamma_1)} \right]^{1/4} \\ & \left[ \frac{Ga \cdot K}{S_p^* \left\{ 1 + \frac{2\beta_1 \gamma_3}{\beta_2 (\gamma_2 - \gamma_1)} S_p^* \right\}} \right]^{1/4} I_s(Fr) \quad (36) \end{aligned}$$

ここに、 $I_s(Fr)$  はフルード数  $Fr$  のみの関数で次式で与えられる。

$$\begin{aligned} I_s(Fr) &= \frac{1}{2} \int_0^{\phi_s} \\ & \left[ \frac{3}{4} \frac{\left\{ \left( 1 + \frac{9}{2} Fr \cos \phi \right) \sin^5 \phi \right\}^{4/3}}{\int_0^\phi \left\{ \left( 1 + \frac{9}{2} Fr \cos \theta \right) \sin^5 \theta \right\}^{1/3} d\theta} d\theta \right]^{1/4} d\theta \quad (37) \end{aligned}$$

本解析では、はく離点下流の伝熱を無視しているため、式(37)の定積分の上限をはく離点  $\phi_s$  にとっている。はく離点  $\phi_s$  は式(5)の  $\phi_s$  の根として次のように定まる。

$$\begin{cases} 0 \leq Fr \leq \frac{2}{9} : \phi_s = \pi \\ \frac{2}{9} < Fr : \phi_s = \cos^{-1} \left( -\frac{2}{9Fr} \right) \end{cases} \quad (38)$$

式(37)の定積分を数値的に評価した結果を Fig. 2 に

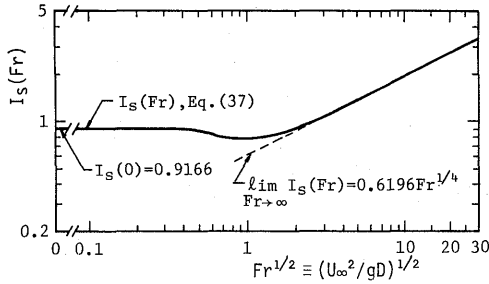


Fig. 2 Numerical evaluation of the function,  $I_s(Fr)$

実線で示す。なお,  $Fr = 0$  (自由対流) および  $Fr \rightarrow \infty$  (強制対流支配) の場合には,  $I_s(Fr)$  は, それぞれ, 次のようになる。

$$(i) \quad Fr = 0 : I_s(0) = 0.9166 \quad (39)$$

$$(ii) \quad Fr \rightarrow \infty : I_s(Fr) = 0.6196 Fr^{1/4} \quad (40)$$

### 3. 理論解の検討

前章で得られた平均ヌセルト数の計算式(36)には, 速度プロファイルと温度プロファイルのみから定まる定数  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  および  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  が含まれているので, これらを指定する必要がある。本解析では, 水平円柱の場合<sup>1)</sup> に測定値との比較検討から選定されたプロファイルと同じ関数, すなわち, 次の速度プロファイル  $G(\eta)$  と

温度プロファイル  $H(\eta)$  を採用する。

$$G(\eta) = \eta - \eta^2 \quad (41)$$

$$H(\eta) = (1 - \eta)^2 \quad (42)$$

これらのプロファイルを採用すると, 平均ヌセルト数および修正無次元過熱度  $S_p^*$  は次のように確定する。

$$\begin{aligned} \overline{Nu}_{co} &= 1.075 \left[ \frac{Ga \cdot K}{S_p^* (1 + 0.4 S_p^*)} \right]^{1/4} I_s(Fr) \quad (43) \\ S_p^* &= c_{pV} \Delta T_s / \{ Pr_V \ell (1 + 0.3 c_{pV} \Delta T_s / \ell) \} \quad (44) \end{aligned}$$

以上の熱伝達に関する結果を Fig. 3 に示す。式(43)を実線で示す。なお, 式(43)に含まれている関数  $I_s(Fr)$  は数値的にしか評価できないので, その簡易近似式として,  $I_s(Fr)$  に対する式(39)と(40)の漸近関係を利用して, 次式を作製した。

$$I_s(Fr) = 0.9166 (1 + 0.2088 Fr)^{1/4} \quad (45)$$

従って, 式(45)を採用すると, 平均ヌセルト数の近似式は次のような簡単な式になる。

$$\begin{aligned} \overline{Nu}_{co} &= 0.9849 \left[ \frac{Ga \cdot K (1 + 0.2088 Fr)}{S_p^* (1 + 0.4 S_p^*)} \right]^{1/4} \quad (46) \end{aligned}$$

式(46)を Fig. 3 に破線で示す。

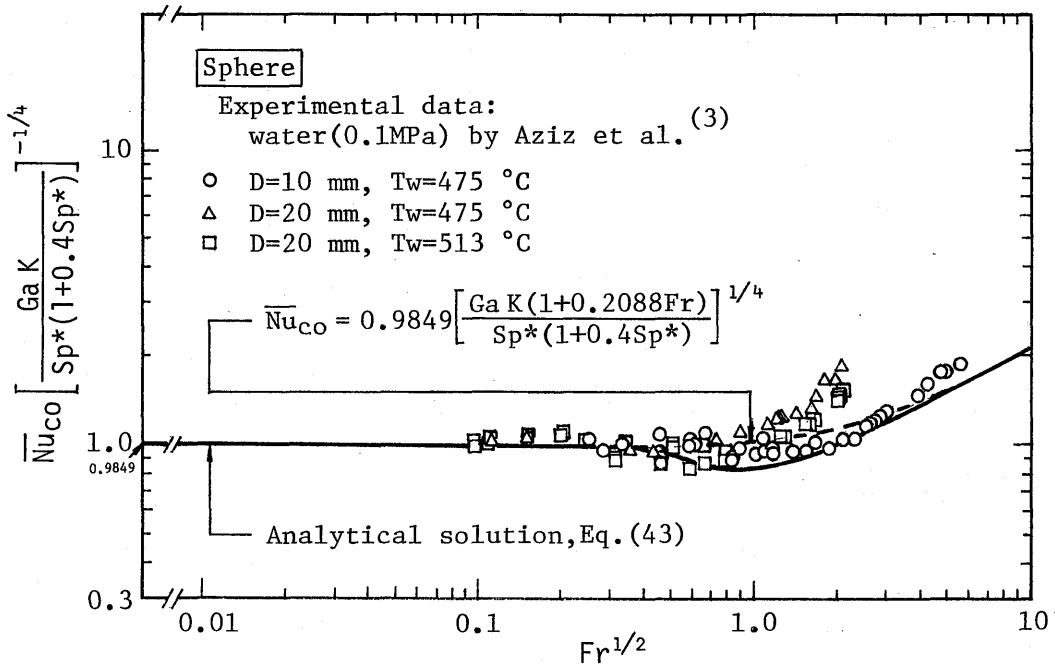


Fig. 3 Heat transfer results

さて、Fig. 3 に○、△および□の記号でプロットされているデータは、最近、Aziz ら<sup>3)</sup>によって報告された大気圧水の熱伝達の測定値である。図に見られるように、本解析結果は、直径  $D = 10\text{mm}$  の場合にフルード数  $Fr$  の広い範囲にわたって測定値と良く一致している。しかしながら、 $D = 20\text{mm}$  の場合には、フルード数  $Fr$  が1より大きい領域で測定値が本解析結果より高くなる傾向が見られる。これは、本解析において、はく離点下流の熱伝達が無視されていることおよび平滑な気液界面が仮定されていることに起因すると推測される。

#### 4. むすび

球から垂直上向きに直交して流れる飽和液体への定常膜沸騰熱伝達を、浮力と強制対流とが共存した対流熱伝達問題として取り扱い、積分境界層の方法で理論解析した。解析結果として平均ヌセルト数の近似式を設定した。この近似式は Aziz ら<sup>3)</sup>が行った直径10mmの球に対する測定値と良く一致することから、解析にあたって設定した仮定が妥当であると考えられる。直径

が20mmの場合にフルード数が1より大きい領域で、測定値が少し高くなる傾向が見られるのは、解析に際してはく離点以降の後流領域での伝熱を無視したものと気液界面が平滑であると仮定したことに起因するものと思われる。以上のことから、現段階では本解析の式(46)を暫定的な伝熱整理式として推奨する。

#### 参考文献

- 1) Shigechi, T., Kawae, N., Kanemaru, K., Yamada, T.; Proc. Int. Symp. on Phase Change Heat Transfer, Chongqing, China, pp. 203-208, 1988; 茂地, 川江, 金丸, 山田; 長崎大学工学部研究報告, 18, 30, pp. 1-9, 1988.
- 2) Bromley, L. A., LeRoy, N. R., Robbers, J. A.; Ind. & Eng. Chem., 45, pp. 2639-2646, 1953.
- 3) Aziz, S., Hewitt, G. F., Kenning, D. B. R.; Proc. 8th Int. Heat Transfer Conference, 5, pp. 2149-2154, 1986.