

プラスチック歯車の発生熱による歯車内部の温度解析

金丸 邦康*・川江 信治**
茂地 徹**・山田 昭**Numerical Analysis of Unsteady Temperature Variations in
Plastic Gear Owing to Induced Heat

by

Kuniyasu KANEMARU*, Nobuji KAWAE**
Toru SHIGECHI** and Takashi YAMADA**

In order to examine the feasibility of engineering plastic gears as an element of power transmission, unsteady temperature variations in a plastic gear owing to the periodically induced heat on the contacting surface are simulated by means of the explicit finite difference method. In the current study, the involute geometry of the gear tooth is simplified by two sizes of rectangular blocks and the repeatedly induced heat on the tooth is treated by the equivalent fixed constant temperature at the contact region around the pitch circle during the contacting time.

Numerical results obtained by the current two- and three-dimensional models are summarized as follows:

- (1) After the long operation time, the heat balance between the input and output during its rotation period is attained, which gives a steady temperature profile at the same time of the period.
- (2) The temperature distribution obtained by 3-D model is lower than that by 2-D model for the same operating condition since the heat release of both end faces to the air is taken into account.
- (3) As the heat transfer coefficient from the surfaces of a gear to the air increases, the rise of temperature inside the gear is suppressed.
- (4) The experimental result which has the asymmetrical profile of surface temperature may be explained by the partial contact of gears.

1. はじめに

従来小型で回転運動の伝達要素として利用されてきたプラスチック歯車は、最近鋼性歯車にない耐食性、自己潤滑性、低騒音、軽量などの特色が注目され、動力伝達用として使用され始めている。プラスチック歯車を動力伝達用として使用する場合、摩擦熱や粘弾性によるヒステリシス損失などによる温度上昇で、歯の

機械的強度が劣化することが報告されているが、実験によって3次元形状の歯の内部温度分布を測定することは非常に困難である。本研究は、歯車の一歯を対象に、非定常の熱伝導現象を考慮して数値解析することにより、歯車噛み合い時の発生熱による伝熱機構を解析する。

平成2年10月1日受理

*共通講座・工業物理学 (Applied Physics Laboratory)

**機械システム工学科 (Department of Mechanical Systems Engineering)

2. 数値解析法

2.1 物理モデル

歯車のインポリュート形状は、Fig. 1に示すようその曲率を無視し矩形形状で単純化され、歯車の一歯要素が、自歯車の隣接する他の部分から熱的に孤立していると仮定し、この2次元または3次元の一歯要素の熱伝導問題と設定し、非定常温度解析を行った(図中数値の単位はmm)。歯車の接触時の摩擦熱の取り扱いに関しては、以下の単純化を行なった。寺島ら^{1,2)}の測定によれば、歯車の発熱の原因としては、荷重による変形のために生じるヒストリシス損失および噛み合い時に生じる摩擦熱が主なものである。これら発熱量に關与する因子は数が多く、しかも数値を確定しにくい量もあるが、発生熱量のうち作用側歯面に残る熱量の最大点はピッチ円近傍にあることが理論および計測から示されている。そこで、本計算では、この着目している一歯に、他の歯車の歯が接触するときピッチ円近辺の接触部より入熱があり、他の歯の接触を介しての入熱はないものとする。接触時の発生熱は、一定の表面温度をこの接触時間の間、与えることにより単純化された。また、噛み合い部以外の歯車表面は、すべての時間について、対流熱伝達に支配され放熱されると仮定し、その熱伝達係数は面ごとに一定としている。歯車のピッチ円直径を140[mm]、回転数を600[rpm]とすると、層流境界層が歯先に沿って存在し、この値はおよそ80[W/(m²K)]であり、歯溝内の空気と歯車表面間で自由対流を想定すると、6[W/(m²K)]程度となる。上述の熱的孤立モデルの採用により、すべての時間に対して、隣接する自歯車の二つの歯およびボス部との境界では断熱条件を仮定する。

2.2 基礎式と差分解法

歯の矩形要素の内部においては、つぎの非定常熱伝導方程式(1)が成立する。

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (1)$$

初期条件として、歯車全体が、周囲温度に等しいとする。

$$T = T_\infty \quad (2)$$

また、境界条件は、ボス部および左右の隣接部で断熱条件とし、周囲の空気と境界部においては、対流境界条件を設定する。

$$\frac{\partial T}{\partial n} \Big|_A = 0 \quad (3)$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{A'} = h(T_w - T_\infty) \quad (4)$$

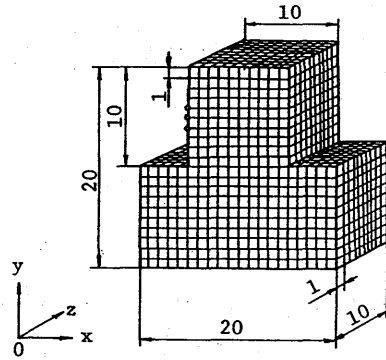


Fig. 1 Physical model and coordinate system

ここに、 A および A' は、それぞれボス部境界面および歯車と外気との境界面であり、 h は対流熱伝達係数、 T_w および T_∞ は歯車表面温度および周囲外気温度である。 $\partial/\partial n$ は境界に直交する座標軸に関して偏微分することを意味する。歯車の噛み合い部を中心とする接触部の温度 T_c を、噛み合い時間のみ一定の温度 ($T_0=100^\circ\text{C}$) と設定した (Fig. 1の白丸部)。

$$T_c = T_0 \quad (5)$$

以上の支配式は、時間刻みに Δt を用い、3次元の微小要素に対して正方格子 ($\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta w$) を用いて、陽的差分により離散化される。

プラスチック歯型モデル内の xyz 軸に沿う内部格子番号 (l, m, n) に位置する点の温度に対して次式を得る。

$$T_{l,m,n}^{i+1} = r(T_{l-1,m,n}^i + T_{l+1,m,n}^i + T_{l,m-1,n}^i + T_{l,m,n-1}^i + T_{l,m,n+1}^i) + (1-6r)T_{l,m,n}^i \quad (6)$$

Fig. 1において、着目境界点を P とし、 z 軸を天地方向に一致させたとき、境界面が西向きである場合、その境界点から Δw だけ離れた最近接格子点 (U, D, E, N および S 点) を選ぶと、 z 軸方向に U および D 点に対応し、 x 軸に沿い E 点、 y 軸方向に沿い N 点および S 点に対応する。このとき、断熱境界条件は、

$$T_P^{i+1} = r(2T_E + T_N + T_S + T_U + T_D) + (1-6r)T_P^i \quad (7)$$

同様に対流境界条件を例示すると次式となる。

$$T_P^{i+1} = r(2T_E + T_N + T_S + T_U + T_D + \frac{2\Delta w \cdot h}{\lambda}) + \{1 - 2r(3 + \frac{2\Delta w \cdot h}{\lambda})\} T_P^i \quad (8)$$

ここで、

$$r = \frac{\alpha \cdot \Delta t}{(\Delta x)^2}, \quad \alpha = \frac{\lambda}{\rho C} \quad (9)$$

である。

同様に、2次元の歯型要素に対する離散式は、内部点に対して、つぎようになる。

$$T_{m,n}^{i+1} = r(T_{m-1,n}^i + T_{m+1,n}^i + T_{m,n-1}^i + T_{m,n+1}^i) + (1-4r)T_{m,n}^i \quad (10)$$

また、断熱および対流の境界条件として、順に次式を得る。

$$T_P^{i+1} = r(2T_E + T_N + T_S) + (1-5r)T_P^i \quad (11)$$

$$T_P^{i+1} = r(2T_E + T_N + T_S + \frac{2\Delta w \cdot h}{\lambda} + \{1 - 2r(2 + \frac{2\Delta w \cdot h}{\lambda})\}T_P^i) \quad (12)$$

これらの離散式より、既知時間の温度分布から陽差分を用い次時間ステップでの温度を求めるためには、以下の安定条件を満足する必要がある。

$$(2 \text{次元}) \quad 0 < r \leq 1/5 \quad \text{または} \quad 0 < r \leq 1/[2\{2 + (\Delta w \cdot h/\lambda)\}]$$

$$(3 \text{次元}) \quad 0 < r \leq 1/6 \quad \text{または} \quad 0 < r \leq 1/[2\{3 + (\Delta w \cdot h/\lambda)\}] \quad (13)$$

以下の計算に用いた共通な計算パラメータはつぎのとおりである。プラスチックの物性値は一定として、

比熱 $C: 1,680 \text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$

密度 $\rho: 1,160 \text{ kg}/\text{m}^3$

熱伝導 $\lambda: 0.84 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$

を用いた。また、歯車の歯型形状は上述のように矩形で単純化され、歯厚さ、歯高さ、歯幅が $10 \times 10 \times 10 \text{ mm}^3$ で、歯底部～ボス部の形状は $20 \times 10 \times 10 \text{ mm}^3$ のブロックが計算対象とされた。歯車の回転数は、600 [rpm]として、1回転時間 (0.1[sec])に対する接触時間はその1/10であるとする。

3. 結果と考察

3.1 熱バランスの検討

本数値解析において、時間刻みは、式(13)の安定条件式を満足するように、0.01 [sec] (1/10回転) に選び、接触時間中は、さらにこれを10分割した。最初に、全歯型表面で一様に等しい対流熱伝達係数を5, 25および50 [W/(m²K)]と変化させて、得られた温度分布の熱バランスが、検討された。Fig.2(a)および(b)にそれぞれ2次元および3次元解析の熱バランスの結果を示す。2次元モデルの場合、入熱と出熱の差は、時間5,000 [sec]で、熱伝達係数が、5, 25および50 [W/(m²K)]と増加すると、順に8.07, 0.55および0.36%と減少し、両者は一致してくる。同様に3次元モデルで500 [sec]の場合、入熱と出熱の差は47.71, 6.01, 1.22%と減少している。この系は歯車の接触時間に対応して入熱があり、他の歯表面から放熱がされる周期

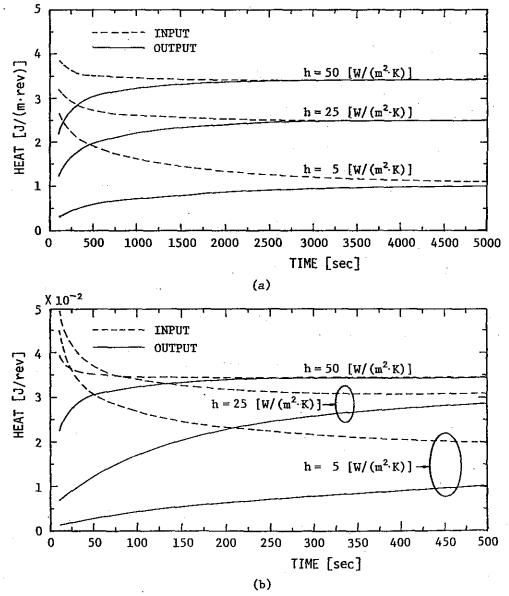


Fig. 2 Comparison of heat balance

(a) two-dimensional model

(b) three-dimensional model

的加熱であり、温度分布を歯車の加熱周期ごとに示すと、長時間後に定常となるので、このとき1周期 (接触時間+非接触時間) の入熱 (破線) と放熱 (実線) は等しくなるべきである。ここで、入熱はつぎの2量の和である：

(a) 歯車の接触部を含む離散要素のステップ状加熱に伴う入熱。

(b) 接触時間中の加熱により歯車表面から内部へ伝わる熱伝導量。

一方、出熱はつぎの2量の和である：

(c) 加熱時間中の接触部を除く歯車全表面からの対流損失。

(d) 非加熱時間中の歯車全表面積からの対流損失。

本図より、対流損失を大きく設定すると、熱平衡の位置は高くなり、早く平衡状態に達することがわかる。これは、対流熱伝達が大きいくほど、歯車内部の温度上昇が押さえられる一方、加熱時の温度は一定に設定されているので、より多くの入熱があるためである。また、3次元解析の方が2次元より早く平衡状態に達する傾向がみられるが、これは3次元解析時には、歯車の両側面からの対流損失が考慮されて、対応する2次元形状より低い温度分布が得られるからである。

3.2 2次元および3次元モデルの温度分布

2次元モデルの歯車の歯先、接触部および裏部の3

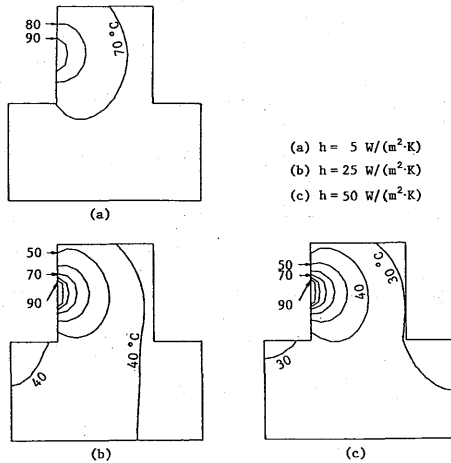


Fig. 3 Temperature contours (two-dimensional model)

面の対流熱伝達係数が等しく、この値を5.25および50 [W/(m²K)]と設定させ、時間5,000 [sec] (回転数50,000回)での、歯車の内部温度分布 (接触の最終時)をFig. 3に示す。これより、周囲への熱損失が小さくなるほど、接触部の熱がボス深部まで早く伝わるのがわかる。作用歯面の底部から損傷が始まる場合には、この点の温度レベルが重要な問題点となる。歯溝からの熱損失は一般に小さいことを考えれば、歯車の

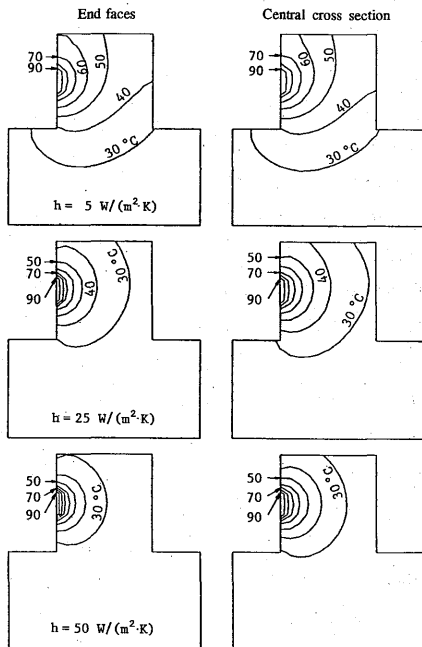


Fig. 4 Temperature contours (two-dimensional model)

長寿命化には対流熱伝達の促進が有効であることを示している。

同様の問題を3次元で解析した結果をFig. 4に示す。このとき歯車の両側面の対流熱伝達係数は、歯先、接触部および裏部の3面のそれと等しく設定されている。等温度図は、時間500 [sec]での中央断面と両端面におけるものである。本図より、中央断面の方が端面より温度上昇が早いこと、対流損失が大きくなると温度上昇が抑制されることがわかる。

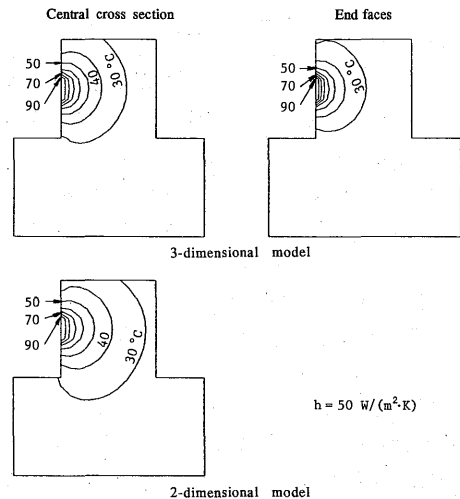


Fig. 5 Temperature contours (Comparison of two- and three-dimensional models)

また、Fig. 5は、 $h=50$ [W/(m²K)]と条件を等しくして積算時間500 [sec]の同時刻で2次元と3次元の温度分布を比較した場合を示す。2次元温度分布は、3次元の中央断面部のそれより若干高い温度分布を得る。例えば、作用側歯車の表面底部の温度で比較すると、100および500 [sec]のとき、2次元モデルは3次元モデルより、対流熱伝達係数が $h=5$ [W/(m²K)]の場合0.47および3.10%ほど、 $h=50$ [W/(m²K)]の場合2.15および6.45%ほど高い。この理由は、2次元解析が非常に歯幅の長い体系の極限と考えられ、両端面からの熱損失がないことによる。

3.3 実験結果との比較

最近、西田ら³⁾は、歯車表面温度を放射温度計により測定している。本数値解析は、彼らにより提供された温度分布の実験データ (Fig. 6)と比較された。プラスチック歯車は片持ちで支持であり、モジュール5、歯幅10 [mm]、歯数27であり、トルク19.6 [Nm]、角速

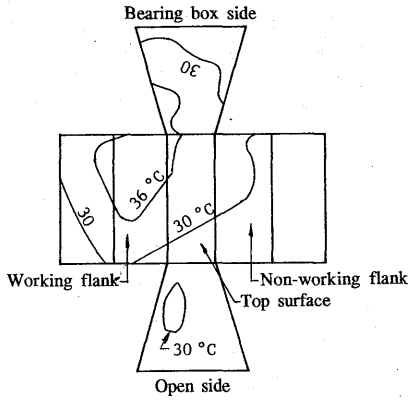


Fig. 6 Example of experimental temperature profile

度600[rpm] の条件で、鋼製歯車により駆動され、178万回後の時点で表面温度分布が実測されている。このデータによれば、軸受け側の温度が、開放端側のそれより極端に高くなっている。この非対称性の原因を解明するために、3次元モデルに対して、次の境界条件が検討された。以下の設定は、実際の歯車の形状や運転条件と完全に対応したものではないので、定性的な温度変化を再現しようとする試みである。すなわち、(1)熱伝達係数を軸受け側面25 [W/(m²K)], 歯先および開放端で50 [W/(m²K)], 作用面、歯裏および歯底で6 [W/(m²K)]と異なる対流熱伝達係数が設定される場合と (Fig. 7 参照)、(2)接触部が軸受け側寄りの半分のみで、両端面と歯先の対流伝達係数が50 [W/(m²K)]でその他の部位が6

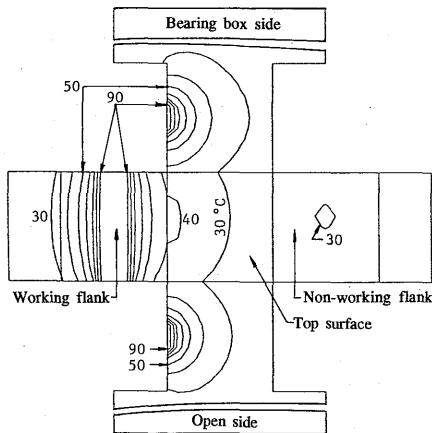


Fig. 7 Calculated surface temperature (Effect of the different heat transfer coefficients of the gear surfaces)

[W/(m²K)]と設定した場合とが (Fig. 8 参照)、それぞれ数値解析された。Fig. 7は回転数が5000回 (積算時間500 [sec])のときの表面温度分布で、前者の対流熱伝達係数を歯表面で変化させた程度では、若干軸受け側が高くなる程度で、実験値のような強い非対称性は現われない。一方、歯車の片当たりを仮定した後者の条件の設定に基づく結果によれば、500[sec]の時点で、開放側端面の温度分布は、初期温度からまったく上昇していない。後者の結果は、実験データの温度の非対称性を比較的よく説明しているように思われる。

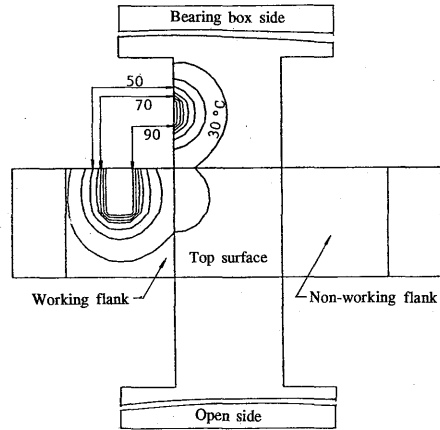


Fig. 8 Calculated surface temperature (Effect of the partial contact of the gear)

4. 結論

プラスチック歯車の非定常温度分布を解析するために陽差分法を用いた2次元および3次元モデルを提示し、実験データを説明する上で考慮すべき境界条件を検討した。解析結果は、以下のようにまとめられる。

- (1) 2次元と3次元の歯車ともに長時間後に一周期間の入熱と出熱がバランスする状況が成立し、定常温度分布となる。
- (2) 3次元モデルによる温度分布は、同じ条件の2次元モデルのそれより歯車側面の熱損失のため低い。
- (3) 歯車表面から空気への対流熱伝達係数が大きくなるほど、歯車内部の温度上昇は押さえられる。
- (4) 表面温度分布に強い非対称性がある場合、歯車の噛み合いが片当たりであることを考慮する必要がある。

最後に、本研究についてご討論頂いた本学工学部西田知照教授と、数値解析プログラムの作成で協力頂いた、当時の院生松尾俊史君に感謝する。

参 考 文 献

- 1) 寺島他 3 名, 機論51-469, C(昭60), 2303.
- 2) 寺島他 2 名, 機論51-465, C(昭60), 1113.
- 3) 西田他 2 名, 機械学会 [No. 890-58] シンポジウム講演論文集, 歯車および伝導機構, (平成 1-11), 1.