

内部縦フィン付き管の十分に発達した層流強制対流熱伝達

金丸 邦康* · 川江 信治**
茂地 徹*** · 山田 昭***Numerical Analysis on Fully Developed Laminar Forced
Convective Heat Transfer in Circular Tube with
Internal Longitudinal Fins

by

Kuniyasu KANEMARU*, Nobuji KAWAE**, Toru SHIGECHI***
and Takashi YAMADA***

Fully developed laminar forced convective heat transfer in a circular tube with internal longitudinal fins is analyzed using the finite difference method, with the proviso that the flow is also fully developed. We adopt two kinds of thermal boundary conditions at the outer wall of the tube: constant wall temperatures and uniform heat fluxes. Extended Nusselt numbers based on the outer wall temperature are compared for the wide range of the geometrical parameters and the following results are summarized:

- (1) The equivalent diameter of the conduit affects the velocity profile of the fluid and the resulting flow pattern controls the heat transfer mechanism.
- (2) When the thermal conductivity ratio of the fluid to the tube material is small, the heat transfer augmentation by the fins is not effective.
- (3) When the thermal conductivity ratio of the fluid to the tube material lied in the order of 100, the effect of wall thickness on the heat transfer coefficient can be neglect. Furthermore when this ratio is greater than 500, the thermal resistance of the fin can be ignored in respect to the heat transfer.

1. 緒言

内部縦フィン付き管を用いて管内強制対流熱伝達を改善する試みは従来より広範に行われているが、これまでの研究においては、主に銅管を対象としており、管やフィンの厚さを極薄肉としたり、管の熱伝導率を非常に大きいとした取り扱いが多く^{(1)~(5)}、鋼管の適用を考慮した、伝熱管の管厚さと材質およびフィンの厚さや高さの熱伝達に及ぼす効果を議論した研究

は見あたらない。本研究は、縦フィン付き管内の流動と熱伝達を、流力的および熱的に層流で十分発達した場合に対して、広範な幾何学的形状パラメータについて、有限差分法を用いて解析したものである。

2. 問題設定

図1(a)に示すように、内壁に複数の縦フィンを有する円管内を流体が流れ、円管の外側から等熱流束ま

平成4年4月30日受理

*共通講座・工業物理学 (Applied Physics Laboratory)

**久留米工業大学 (Kurume Institute of Technology)

***機械システム工学科 (Department of Mechanical Systems Engineering)

たは壁温一定で加熱される系を考える。この系は、流力的および熱的に十分発達していると考え。重力の影響を無視し、流体の粘度を μ 、圧力を p 、流体の管軸方向 (x 方向) の速度を u とすると、流体の運動方程式は、極座標系 (r, θ, x) により、

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \quad (1)$$

また、流体の密度、熱伝導率および比熱を、それぞれ ρ 、 k_f および c_p とすると、流体および管材質層に対するエネルギー式は温度 t を用いて次式で得られる。

$$\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial \theta^2} = \begin{cases} \frac{\rho c_p \cdot u \cdot dt}{k_f \cdot dx} \\ \text{(for Fluid)} \\ 0 \\ \text{(for Tube Material)} \end{cases} \quad (2)$$

ここで、以下の無次元数を導入する。

$$\left. \begin{aligned} R = \frac{r}{r_{in}}, U = \frac{u}{\frac{r_{in}^2}{\mu} \cdot \left[-\frac{dp}{dx}\right]}, T = \frac{t_w - t}{\frac{q_{in} \cdot r_{in}}{k_f}}, U_b = \frac{u_b}{\frac{r_{in}^2}{\mu} \cdot \left[-\frac{dp}{dx}\right]}, \\ T_b = \frac{t_w - t_b}{\frac{q_{in} \cdot r_{in}}{k_f}}, f_j = \frac{d_j}{4} \cdot \left[-\frac{dp}{dx}\right], Re_j = \frac{\rho \cdot d_j \cdot u_b}{\mu} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

管摩擦係数 f_j 、管直径 d_j 、レイノルズ数 Re_j の添字 j は、フィン根元基準 (添字は in) または等価直径基準 (e) のどちらかを意味する。

ここで、等価直径 d_e 、バルク速度 u_b およびバルク温度 t_b は以下のように定義され、濡れ縁長さ P_{wet} 、流路断面積 a_f 、フィン根元基準熱流束 $q_{in} = Q/2\pi r_{in}$ が用いられた。

$$d_e = \frac{4 \cdot a_f}{P_{wet}}, u_b = \frac{\iint u r dr d\theta}{a_f}, t_b = \frac{\iint t \cdot u \cdot r dr d\theta}{\iint u \cdot r \cdot dr d\theta} \quad (4)$$

これらを用いて、式(1)、(2)は、以下の無次元式となる。

$$\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} = -1 \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial T}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = \begin{cases} -\frac{2\pi \cdot r_{in}^2}{a_f} \cdot \frac{U}{U_b} \cdot \frac{T}{T_b} \\ \text{(for Fluid)} \\ 0 \\ \text{(for Tube Material)} \end{cases} \quad (6)$$

ここで、等熱流束加熱の場合には、式(6)の右辺において $T/T_b = 1$ となる。

3. 数値解析法

無次元の流体の運動方程式(5)と流体と管材質層のエネルギー式(6)を、フィンが周方向に周期的に配置されていることを考慮して離散化した (図1(b)参照)。具体的には、フィンの半領域を周方向に6分割、高さ方向に15分割、伝熱管部の扇形モジュールを12×10分割、流体要素を12×15+6×12に分割している。ここで、幾何学的寸法である管高さ h 、管厚さ w および管中心-フィン先端間距離 z は、管半径 r_{in} で次のように無次元化される。

$$H = h/r_{in}, W = w/r_{in}, Z = 1 - H$$

境界条件は、以下のように与え、これを離散化した。すなわち、周期境界 ($\theta = 0, \theta = \alpha + \beta$) では、その対称性から、

$$\partial U / \partial \theta = 0, \partial T / \partial \theta = 0$$

とし、濡れ縁境界で、 $U = 0$ とする。また、等熱流束加熱の場合、管外壁で $Q = \text{一定の値}$ を与え、壁温一定加熱の場合は、外壁で一定の温度 t_w を与えた。なお、流体-管材質層間の熱流束の連続性および管路中心の特異性に注意して、差分化を行った。

4. 解析結果と考察

4.1 流動解析

図2は、式(3)で定義される等価直径 d_e に基づく管

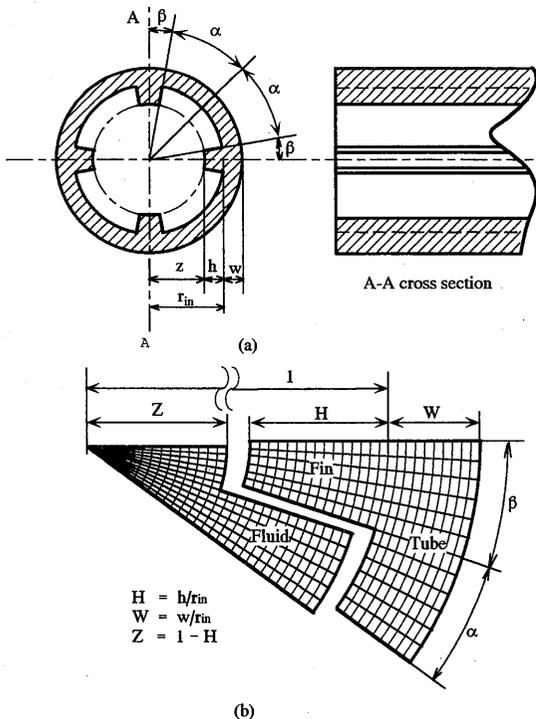


Fig. 1 Physical Model and Meshing for Calculation

摩擦係数 f_e の変化を、フィン根元直径 d_{in} と d_e の比で整理した結果を示している。フィン枚数の増加は直径比 d_e/d_{in} の減少に対応するので、本図からわかるように、無次元フィン高さが、 $H=0.2$ と低いときは、フィン枚数の増加とともに、 $f_e \cdot Re_e$ は、単調に減少していくが、無次元フィン高さが高くなるにつれて、フィン枚数が少ないとき、平滑管の場合に等しいか、それより一旦高くなってから、減少する傾向がみられる。この数値計算より得られた内部フィン付き管の摩擦係数の幾何学的形状の依存性を、直径比 d_e/d_{in} と無次元フィン高さ H で整理してみると、以下の結果が得られた。

$$f_e \cdot Re_e = 16.0 (d_e/d_{in})^{(1.89-3.88H)} \quad (7)$$

適用範囲： $\beta=1.5^\circ \sim 6.0^\circ$ ， $H=0.05 \sim 0.4$ ，

$$d_e/d_{in} = 0.5 \sim 1.0 \text{ (誤差} \pm 10\%)$$

これらの相関式は、図2に対応する計算結果とともに実線で示している。

4.2 熱伝達

フィン付き管の熱伝達特性は、管壁厚さおよびフィンの熱低抗を考慮して、外壁の温度を基準にした拡張ヌセルト数 Nu^* により評価した。ここで、フィン根元円上の熱流束 q_{in} が、周方向に一様であると仮定すると、拡張ヌセルト数 Nu^* は、

$$Nu^* = \frac{h \cdot (2 \cdot r_{in})}{k_f} = \frac{q_{in} \cdot (2 \cdot r_{in})}{(t_w - t_b) k_f} = \frac{2}{T_b} \quad (8)$$

のように与えられる。

以下に計算により得られた熱伝達特性を述べる。本計算パラメータは、 $\beta=1.5^\circ, 3.0^\circ, 6.0^\circ$ ， $H=0.2^\circ, 0.5^\circ, 0.8^\circ$ であり、フィン枚数 M は、 $\beta=1.5^\circ$ に対して30まで、 3.0° に対して24まで、 6.0° に対しては18まで計算した。計算結果は、他の β の値においても傾向は同じであるので、主として、 $\beta=3.0^\circ$ について以下議論する。

まず、本計算範囲について、拡張ヌセルト数 Nu^* の最大値を与える M の値を、等熱流束の場合で、流体に対する管材質の熱伝導率の比 $\lambda^*=100$ に対して表1に示す。この値は、例えば管材質が炭素鋼で、流体が水の場合に対応する。等熱流束加熱の場合、 $H=0.8$ の場合の拡張ヌセルト数が、格段に高いが、これは、濡れ縁長さ P_{wet} が大きくなって伝熱面積が大きくなることと、流路面積 a_f が小さくなったにも拘らず、代表直径としてフィン根元直径 d_{in} を用いていることによる。

図3は、外管壁等熱流束加熱の場合の拡張ヌセルト数の無次元フィン高さ H による影響をみるためのもの

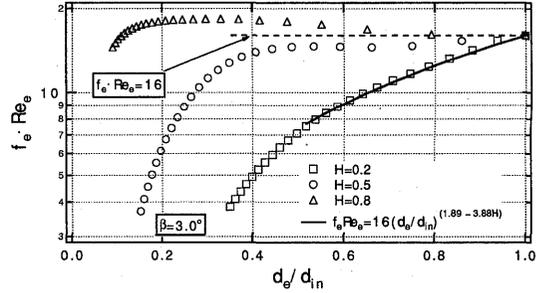
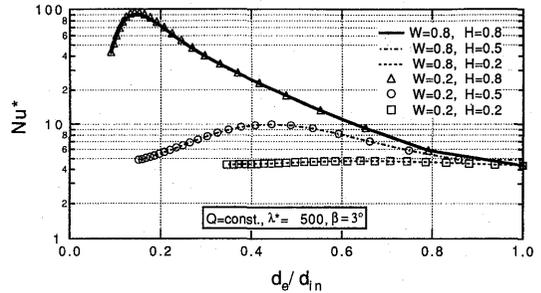
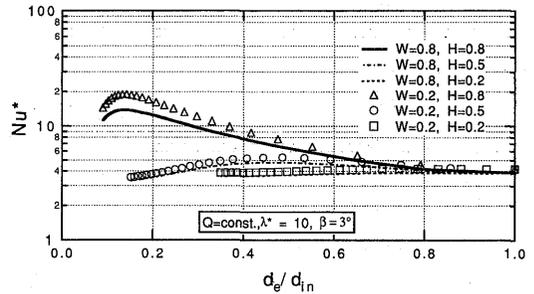


Fig. 2 Variation of Friction Factors



(a) $\lambda^* = 500$



(b) $\lambda^* = 10$

Fig. 3 Variation of Nusselt Numbers (Effect of H , Wall Heat Flux = Constant.)

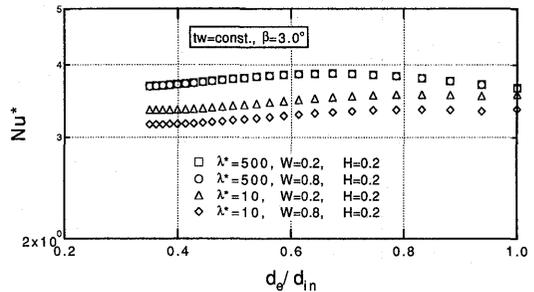


Fig. 4 Variation of Nusselt Numbers (Effect of H , Outer Wall Temperature = constant.)

ので、フィン枚数 M の増加、すなわち d_e/d_{in} の減少にともなって、一般に上に凸の曲線になるが、 M が小さい場合は、平滑管の値と等しくなることがわかる。フィン高さが、 $H=0.2$ のときは、フィンをつけてもあまり熱伝達の改善は見られない。

図4は、外管壁温一定で行った計算結果であり、均一熱流束の場合と同様、 $H=0.2$ のときは、フィンをつけてもあまり熱伝達の改善はないことがわかる。

無次元管壁厚さ W の拡張ヌセルト数に対する影響を、管壁厚さ W が0.2の場合のそれと比較して、図5および図6において考察した。ほとんど管壁厚さの影響が無い条件は、無次元熱伝導率 λ^* が500以上のとき、本計算範囲のすべての幾何形状パラメータについて成立する。ヌセルト数比 $Nu^*/Nu^*(W=0.2)$ の変化を横軸に d_e/d_{in} を取り示している。図5は等熱流束加熱に対する場合で、図6は等温壁の場合である。 H が大きいほど、 W のヌセルト数比への影響は大きく、流体に対する伝熱管およびフィンの熱伝導率の比 λ^* が、500と大きい場合は W のヌセルト数比への影響は小さいことがわかる。

最後に、熱伝導率の比 λ^* の、拡張ヌセルト数への影響を調べるために、伝熱管およびフィンの熱伝導率が無限大の場合のヌセルト数で割った拡張ヌセルト数の比 $Nu^*/Nu^*(\lambda^*=\infty)$ を検討した。表2は、この比が、常に0.94以上の計算パラメータの場合を列挙しており、これらより、熱伝導率の比 λ^* が100程度の大きさであれば、無次元管壁厚さは $W=0.8$ の厚さまででかつ無次元フィン高さは $H=0.2$ の高さまでの範囲で、 λ^* が500以上であれば、フィン高さは $H=0.5$ までの範囲で、拡張ヌセルト数に対する影響は、ほとんど無視できる。また、図7および図8は、このときのヌセルト数比に対し等価直径の変化を示しており、 H または W が大きいほど、 λ^* のヌセルト数比への影響は大きいことがわかる。

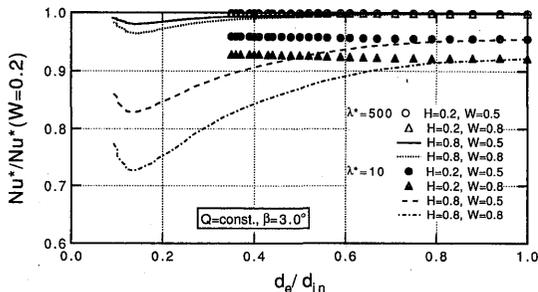


Fig. 5 Variation of $Nu^*/Nu^*(W=0.2)$
(Wall Heat Flux=Constant)

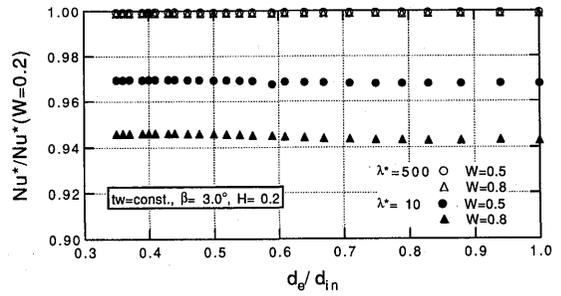


Fig. 6 Variation of $Nu^*/Nu^*(W=0.2)$
(Outer Wall Temperature=Constant)

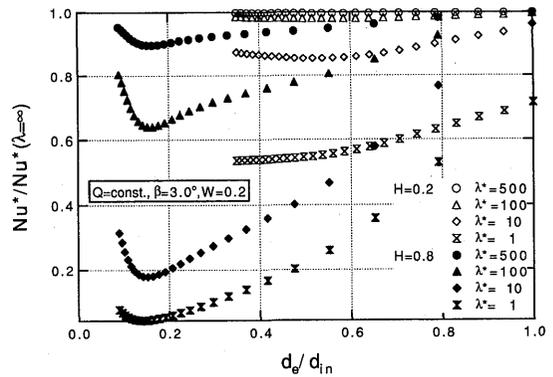


Fig. 7 Variation of Ratios of Nusselt Numbers
(Wall Heat Flux=Constant)

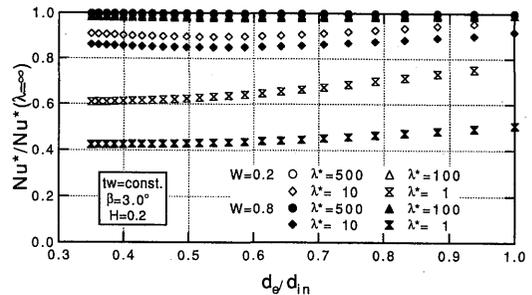


Fig. 8 Variation of Ratios of Nusselt Numbers
(Outer Wall Temperature=Constant)

5. 結 言

複数の縦フィンを内管側に持つ伝熱管が外壁から加熱されるとき、管内の層流強制対流熱伝達が、管外壁の温度を基準に定義した拡張ヌセルト数を用いて検討され、以下の結論を得た。

- (1) 流路の等価直径は、縦フィン付き管の内部形状特性として流動および熱伝達特性に対して大きな影響を及ぼす。
- (2) 流体に対する管材質の熱伝導率比が小さくになると、フィンによる伝熱促進の効果は期待できない。
- (3) 流体に対する管材質の熱伝導率比が100程度と大きくなると、熱伝達に対する管厚さの影響は無視できるようになり、さらにこの比が500以上に大きくなるとフィンの熱抵抗の影響も無視できるようになる。

λ^*	W	β	H	M	d_o/d_{in}	Nu_{max}^*
100	0.2	1.5°	0.2	9	0.625	4.64
			0.5	8	0.434	8.35
			0.8	21	0.134	63.5
		3.0°	0.2	8	0.642	4.68
			0.5	7	0.444	8.97
			0.8	17	0.143	67.7
	6.0°	0.2	6	0.692	4.69	
		0.5	6	0.458	9.22	
		0.8	13	0.147	61.4	
	0.5	1.5°	0.2	9	0.625	4.62
			0.5	8	0.434	8.88
			0.8	21	0.134	59.5
3.0°		0.2	8	0.642	4.65	
		0.5	7	0.444	8.88	
		0.8	17	0.143	63.0	
6.0°	0.2	6	0.692	4.66		
	0.5	6	0.458	9.11		
	0.8	13	0.147	57.5		
0.8	1.5°	0.2	9	0.625	4.60	
		0.5	8	0.434	8.22	
		0.8	21	0.134	56.6	
	3.0°	0.2	8	0.642	4.64	
		0.5	7	0.444	8.81	
		0.8	17	0.143	59.7	
6.0°	0.2	6	0.692	4.64		
	0.5	6	0.458	9.04		
	0.8	13	0.147	54.7		

Table 1 List of Nu_{max}^* and M (for $\lambda^*=100$)

λ^*	β	H	W
500 100	1.5°	0.2	0.2
	3.0°		0.5
	6.0°		0.8
500 100	1.5°	0.5	0.2
	3.0°		0.5
	6.0°		0.8

λ^*	β	H	W
500 100	1.5°	0.2	0.2
	3.0°		0.5
	6.0°		0.8

(a) $Q=Const.$

(b) $t_w=Const.$

Table 2 Combinations of calculation parameters which satisfy the condition $Nu^*/Nu^*(\lambda^*=\infty) > 0.94$

- (4) 流体に対する管材質の熱伝導率比が大きいほど、熱伝達に及ぼす加熱条件の差が大きく生じる。

参 考 文 献

- (1) H. M. Hu and Y. P. Chang, *ASME J. Heat Transfer*, C95 (1973) pp. 332-338.
- (2) J. H. Masliyah and K. Nandakumar, *ASME J. Heat Transfer*, C98 (1976) pp. 257-261.
- (3) H. M. Soliman and A. Feingold, *Chem. Eng. J.*, 14 (1977) pp. 119-128.
- (4) H. M. Soliman, T. S. Chau and A. C. Trupp, *ASME J. Heat Transfer*, 102 (1980) pp. 598-604.
- (5) H. M. Soliman, *Can. J. Chem. Eng.*, 59 (1981) pp. 251-256.