

# 有限下向き水平面の膜沸騰熱伝達に及ぼす 液体サブクール度の影響について

茂地 徹\*・桃木 悟\*  
山田 昭\*・金丸 邦康\*\*

## Effect of Liquid Subcooling on Film Boiling Heat Transfer from a Finite-Size Horizontal Plate Facing Downward

by

Toru SHIGECHI\*, Satoru MOMOKI\*, Takashi YAMADA\*  
and Kuniyasu KANEMARU\*\*

An analysis has been made of convective laminar film boiling heat transfer from a finite-size, isothermal, horizontal plate facing downward to a stagnant subcooled liquid. Two-phase boundary layer equations for the vapor and liquid flow beneath the heated plate are mathematically formulated and the approximate solutions are obtained using an integral method.

A new dimensionless parameter, which can quantitatively predict the effect of liquid subcooling on the convective laminar film boiling heat transfer from a downward-facing, finite-size, horizontal plate, is tentatively proposed based on the present analysis and the comparison of the present theory with recent experimental data.

### 1. まえがき

有限の下向き水平面から飽和液体への膜沸騰においては、蒸気は伝熱面の下側に安定な膜として存在し、伝熱面に沿って中心から周辺部へと流れ、最終的に伝熱面の端部から垂直に上昇流出することが実験で観察されている<sup>1-3)</sup>。著者らは、このような系の伝熱特性を、境界層の取り扱いが可能な蒸気膜内の水平方向の流動は、膜厚変化で生じる静圧勾配によってひきおこされると仮定して理論解析し、蒸気膜内の流れが層流で気液界面が平滑であるとみなせる場合には、理論と実験は良く一致することを示した<sup>6-8)</sup>。下向き水平面の膜沸騰熱伝達を実機に応用して熱機器の安全性等に関する検討を行うためには、液体が飽和温度より

低くサブクールされた状態での伝熱特性を把握しておくことも重要である。

本研究では、飽和液体の場合に用いた解析方法を液体がサブクールされている場合に拡張して解析し、有限下向き水平面の対流膜沸騰熱伝達に及ぼす液体のサブクール度の効果を近似的に推定できるパラメータを理論的に導出する。さらに、理論解析結果を測定値と比較検討することにより、液体のサブクール度の効果を定量的に評価するパラメータを暫定的に見出した結果についても報告する。

主要記号

$c_p$  : 定圧比熱

平成5年 月 日受理

\*機械システム工学科 (Department of Mechanical Systems Engineering)

\*\*共通講座・工業物理学 (Applied Physics Laboratory)

$g$	: 重力加速度
$Gr$	: グラスホフ数
$h$	: 熱伝達係数
$K$	: 密度比
$L$	: 伝熱面半幅
$l$	: 蒸発潜熱
$Nu$	: ヌッセルト数
$P$	: 圧力
$q$	: 熱流束
$R$	: $\rho\mu$ 比
$Sc$	: 無次元サブクール度
$Sp$	: 無次元過熱度
$T$	: 温度
$T_w$	: 伝熱面温度
$T_{sat}$	: 飽和温度
$T_\infty$	: 液体バルク温度
$\Delta T_{sat}$	: 過熱度 $\equiv T_w - T_{sat}$
$\Delta T_{sub}$	: サブクール度 $\equiv T_{sat} - T_\infty$
$(u, v)$	: $(x, y)$ 方向速度成分
$(x, y)$	: 座標系 (Fig. 1)
$\beta$	: 体膨張係数
$\delta$	: 蒸気膜厚さ
$\delta_0$	: 伝熱面中心での膜気膜厚さ
$\delta_L$	: 伝熱面端部での膜気膜厚さ
$\Delta$	: 液体境界層厚さ
$\lambda$	: 熱伝導率
$\mu$	: 粘性係数
$\rho$	: 密度
$\zeta$	: 境界層厚さ比 $\equiv \Delta / \delta = \tilde{\Delta} / \tilde{\delta}$
$\phi$	: ヌッセルト数の比 $\equiv \overline{Nu_{co}} / \overline{Nu_{co, sat}}$
添字	
$L$	: 液体
$V$	: 蒸気
$\sim$	: 無次元量
$co$	: 対流のみの場合
$-$	: 平均値

## 2. 理論解析

### 2.1 基礎式の定式化

Fig. 1 に示すように幅  $2L$ 、温度  $T_w$  一定の有限下向き水平面から静止したサブクール液体 (温度  $T_s$ ) への膜沸騰を考える。蒸気は伝熱面の下側に安定な膜として存在し、気液界面の外側の液体に境界層を仮定する二相境界層を設定し理論解析する。蒸気膜と液体境界層内の流れは、定常・層流・非圧縮とし、気液界面

は滑らかで表面張力の影響は無視する。さらに、物性値は一定とし、放射伝熱の寄与は除外して対流熱伝達のみを取り扱う。

以上の仮定により、蒸気膜と液体境界層に関する連続の式、運動方程式およびエネルギー式が次のように得られる。

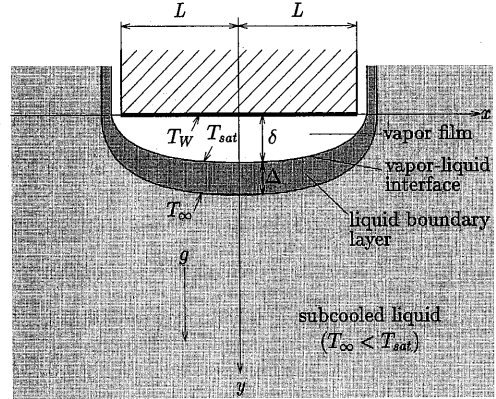


Fig. 1 Physical model and coordinates

(蒸気膜)

$$\text{連続の式: } \frac{\partial u_V}{\partial x} + \frac{\partial v_V}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\text{運動方程式: } \begin{cases} \rho_V \left( u_V \frac{\partial u_V}{\partial x} + v_V \frac{\partial u_V}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P_V}{\partial x} + \mu_V \frac{\partial^2 u_V}{\partial y^2} & (2) \\ 0 = \rho_V g - \frac{\partial P_V}{\partial y} & (3) \end{cases}$$

$$\text{エネルギー式: } \rho_V c_{pV} \left( u_V \frac{\partial T_V}{\partial x} + v_V \frac{\partial T_V}{\partial y} \right) = \lambda_V \frac{\partial^2 T_V}{\partial y^2} \quad (4)$$

(液体境界層)

$$\text{連続の式: } \frac{\partial u_L}{\partial x} + \frac{\partial v_L}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

$$\text{運動方程式: } \begin{cases} \rho_L \left( u_L \frac{\partial u_L}{\partial x} + v_L \frac{\partial u_L}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P_L}{\partial x} + \mu_L \frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2} & (6) \\ 0 = \rho_L g - \frac{\partial P_L}{\partial y} & (7) \end{cases}$$

$$\text{エネルギー式 } \rho_L c_{pL} \left( u_L \frac{\partial T_L}{\partial x} + v_L \frac{\partial T_L}{\partial y} \right) = \lambda_L \frac{\partial^2 T_L}{\partial y^2} \quad (8)$$

これらの偏微分方程式に関する  $y$  方向 (伝熱面に直角な方向) の境界条件および気液界面での接続条件は次のように与えられる。

$$y=0 \text{ (伝熱面):}$$

$$u_V = v_V = 0 \quad (9)$$

$$T_V = T_w \text{ (一定)} \quad (10)$$

$$y=\delta \text{ (気液界面):}$$

$$u_v = u_L = u_s \quad (11)$$

$$P_v = P_L \quad (12)$$

$$T_v = T_L = T_{sat} \quad (13)$$

$$\mu_v \frac{\partial u_v}{\partial y} \Big|_s = \mu_L \frac{\partial u_L}{\partial y} \Big|_s \quad (14)$$

$$-\lambda_v \frac{\partial T_v}{\partial y} \Big|_s = \ell \rho_v \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u_v dy - \lambda_L \frac{\partial T_L}{\partial y} \Big|_s \quad (15)$$

$y \rightarrow \infty$  (静止したサブクール液体) :

$$u_L = 0 \quad (16)$$

$$\rho_{L\infty} g - \frac{dP_L}{dy} = 0 \quad (17)$$

$$T_L = T_{\infty} \quad (18)$$

なお、伝熱面は有限であるから  $x$  方向 (伝熱面に平行な方向) に関する境界条件を設定する必要があるが、これは、上記の偏微分方程式を解く方法 (たとえば、有限差分法による数値解析法やプロファイル法など) に依存して異なるので、 $x$  方向の境界条件は次節で具体的に与える。

ここで、式(2)と(6)の右辺第1項の  $x$  方向の圧力勾配は、式(3)、(7)および(12)により、それぞれ、次のように書くことができる。

$$-\frac{\partial P_v}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta} (\rho_{L\infty} - \rho_v) g dy \quad (19)$$

$$-\frac{\partial P_L}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta+\Delta} (\rho_{L\infty} - \rho_L) g dy \quad (20)$$

本研究では物性値一定と仮定しているから、式(19)と(20)は、それぞれ、次のようになる。

$$-\frac{\partial P_v}{\partial x} \simeq -(\rho_L - \rho_v) g \frac{d\delta}{dx} \quad (21)$$

$$-\frac{\partial P_L}{\partial x} \simeq 0 \quad (22)$$

したがって、蒸気膜と液体境界層に関する運動方程式は、最終的に  $x$  方向のみが残り、それぞれ次式のようになる。

$$\rho_v \left( u_v \frac{\partial u_v}{\partial x} + v_v \frac{\partial u_v}{\partial y} \right) = -(\rho_L - \rho_v) g \frac{d\delta}{dx} + \mu_v \frac{\partial^2 u_v}{\partial y^2} \quad (23)$$

$$\rho_L \left( u_L \frac{\partial u_L}{\partial x} + v_L \frac{\partial u_L}{\partial y} \right) = \mu_L \frac{\partial^2 u_L}{\partial y^2} \quad (24)$$

なお、液体側での密度変化が無視できない場合には、式(22)の代わりに次式で計算する方がより現実的であると考えられるが、

$$-\frac{\partial P_L}{\partial x} \simeq -\rho_L g \beta_L \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\delta+\Delta} (T_L - T_{\infty}) dy \quad (25)$$

(ここに、 $\beta_L$ は液体の体膨張係数である)

本研究では、液体として大気圧程度の水を対象に考えているので、式(22)の簡便な近似を採用する。

式(24)から、液体境界層内の流動は、慣性力と粘性力によって決定される、つまり、接続条件として与えられる気液界面の速度によって誘起されることがわかる。

## 2.2 プロファイル法による近似解

前節で数学的に定式化した基礎式を厳密に解くことは困難であり、また、本研究の目的は、下向き面の膜沸騰熱伝達に及ぼす液体サブクール度の影響を定量的に評価できる因子を見出すことであるから、ここでは、この種の問題に対して対流伝熱特性の評価のために、しばしば採用されるプロファイル法により近似解を求める。

蒸気膜と液体境界層に関するエネルギー式、式(4)と(8)の境界層積分形である次式から出発する。

$$\ell \rho_v \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u_v dy = -\lambda_v \frac{\partial T_v}{\partial y} \Big|_s + \lambda_L \frac{\partial T_L}{\partial z} \Big|_0 \quad (26)$$

$$\rho_L c_{PL} \frac{d}{dx} \int_0^{\Delta} u_L (T_L - T_{\infty}) dz = -\lambda_L \frac{\partial T_L}{\partial z} \Big|_0 \quad (27)$$

ここに

$$z \equiv y - \delta \quad (28)$$

である。

式(26)は、気液界面でのエネルギー流束の連続の条件、式(15)と同一である。式(27)の導出に際しては、気液界面で蒸発した蒸気が液体境界層から持ち去る熱量は、液体がサブクールされている場合には小さいと考えて省略してある。したがって、式(27)は、厳密には、次式のように書かれるべきである。

$$\rho_L c_{PL} \frac{d}{dx} \int_0^{\Delta} u_L (T_L - T_{\infty}) dz + c_{PL} (T_{sat} - T_{\infty}) \rho_v \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u_v dy = -\lambda_L \frac{\partial T_L}{\partial z} \Big|_0 \quad (29)$$

なお、式(27)および(29)の導出には液体境界層の外縁で  $(\partial T_L / \partial z)_{\Delta} = 0$ 、の境界条件が考慮してある。

式(23)と(24)から蒸気膜厚さ  $\delta$  と液体境界層厚さ  $\Delta$  を  $x$  の関数として決定するためには、蒸気膜と液体境界層の内部での温度と速度の分布 (プロファイル) が必要である。速度  $u_v$ 、 $u_L$  と温度  $T_v$ 、 $T_L$  の分布形状は次のように仮定した。

### 蒸気膜内の速度分布

蒸気膜に関する運動方程式、式(23)の左辺の慣性項を省略した式を

$$y=0 : u_v = 0 \quad (30)$$

$$y=\delta : u_v = u_s \text{ (気液界面速度)} \quad (31)$$

の条件の下に積分すると次式が得られる。

$$u_v = \frac{A}{2} \delta^2 \left\{ \left( \frac{y}{\delta} \right)^2 - \left( \frac{y}{\delta} \right) \right\} + u_{\delta} \frac{y}{\delta} \quad (32)$$

ここに、 $A$  は次式で定義される  $x$  の関数である。

$$A \equiv \left\{ \frac{(\rho_L - \rho_V)}{\mu_V} \right\} g \frac{d\delta}{dx} \quad (33)$$

### 蒸気膜内の温度分布

蒸気膜内では対流の効果は小さく熱伝導のみで熱が流れると考えて、直線温度分布を適用すると次式が得られる。

$$T_V = T_w - \Delta T_{sat} \frac{y}{\delta} \quad (34)$$

ここに、 $T_w$ : 伝熱面温度 (一定)、 $\Delta T_{sat} \equiv T_w - T_{sat}$ : 過熱度である。

### 液体境界層内の速度分布と温度分布

液体境界層に関する運動方程式(24)とエネルギー式(8)とは、特に水平下向き面系に固有の項を含んでいない(つまり、通常の強制対流支配の膜沸騰の計算にあらわれる式と同一である)ので、次の境界条件を設定し、

$$z=0 \ (y=\delta) \quad : \ T_L = T_{sat}, \ u_L = u_{\delta} \quad (35)$$

$$z=\Delta \ (y=\delta+\Delta) \quad : \ T_L = T_{\infty}, \ u_L = 0 \quad (36)$$

$u_L$  と  $T_L$  を次のように直線で近似した。

$$u_L = u_{\delta} \left( 1 - \frac{z}{\Delta} \right) \quad (37)$$

$$T_L = T_{sat} - \Delta T_{sub} \frac{z}{\Delta} \quad (38)$$

ここに、 $\Delta T_{sub} \equiv T_{sat} - T_{\infty}$ : 液体のサブクール度、である。

気液界面速度  $u_{\delta}$  は、気液界面でのせん断応力の連続の条件、式(14)より、次のように定まる。

$$u_{\delta} = \frac{\left( -\frac{A}{2} \right) \delta \Delta}{\left( \frac{\Delta}{\delta} \right) + \left( \frac{\mu_L}{\mu_V} \right)} \quad (39)$$

以上の速度と温度を式(29)および式(27)に代入し、式(29)より  $u_{\delta}$  を消去するとそれぞれ次の微分方程式が得られる。

$$\frac{d}{dx} \left[ (-A\delta^3) \left\{ \frac{4 \left( \frac{\Delta}{\delta} \right) + \left( \frac{\mu_L}{\mu_V} \right)}{\left( \frac{\Delta}{\delta} \right) + \left( \frac{\mu_L}{\mu_V} \right)} \right\} \right] = 12 \left( \frac{\lambda_V \Delta T_{sat}}{\ell \rho_V} \right) \left\{ 1 - \left( \frac{\lambda_L \Delta T_{sub}}{\lambda_V \Delta T_{sat} \Delta} \right) \frac{\delta}{\Delta} \right\} \quad (40)$$

$$\frac{d}{dx} \left[ (-A\delta^3) \left\{ \frac{\left( \frac{\Delta}{\delta} \right)^2}{\left( \frac{\Delta}{\delta} \right) + \left( \frac{\mu_L}{\mu_V} \right)} \right\} \right] = 6 \left( \frac{\lambda_L}{c_{PL} \rho_L} \right) \frac{\delta}{\Delta} \frac{1}{\delta} \quad (41)$$

ここで、次の無次元数を導入すると

$$\bar{x} \equiv \frac{x}{L} \quad (42)$$

$$\tilde{\delta} \equiv \frac{\delta}{L} \quad (43)$$

$$\tilde{\Delta} \equiv \frac{\Delta}{L} \quad (44)$$

$$\zeta \equiv \frac{\Delta}{\delta} \equiv \frac{\tilde{\Delta}}{\tilde{\delta}} \quad (45)$$

$$Gr \equiv \frac{gL^3}{\nu_V^2} \left( \frac{\rho_L}{\rho_V} - 1 \right) \quad [\text{グラスホフ数}] \quad (46)$$

$$K \equiv \left( \frac{\rho_L}{\rho_V} \right) \quad [\text{密度比}] \quad (47)$$

$$R \equiv \left\{ \frac{\rho_V \mu_V}{\rho_L \mu_L} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad [\rho\mu\text{比}] \quad (48)$$

$$Sp \equiv \frac{c_{pV} \Delta T_{sat}}{Pr_V \ell} \quad [\text{無次元過熱度}] \quad (49)$$

$$Sc \equiv \frac{c_{pV} \Delta T_{sub}}{Pr_L \ell} \quad [\text{無次元サブクール度}] \quad (50)$$

式(40)と(41)はそれぞれ次のように無次元化される。

$$-\frac{d}{d\bar{x}} \left\{ \frac{1 + 4 R^2 K \zeta \left( \frac{d\tilde{\delta}^4}{d\bar{x}} \right)}{1 + R^2 K \zeta} \right\} = 48 \left( \frac{Sp}{Gr} \right) \left( 1 - \frac{Sc/Sp}{R^2 K \zeta} \right) \frac{1}{\tilde{\delta}} \quad (51)$$

$$-\frac{d}{d\bar{x}} \left\{ \frac{R^2 K \zeta^2 \left( \frac{d\tilde{\delta}^4}{d\bar{x}} \right)}{1 + R^2 K \zeta} \right\} = 24 \left( \frac{1}{Gr} \right) \left( \frac{1}{Pr_L R^2 K^2 \zeta} \right) \frac{1}{\tilde{\delta}} \quad (52)$$

式(51)と(52)の連立微分方程式を解析的に解くことは困難であるので、境界層厚さの比  $\zeta \equiv \Delta/\delta$  が一定の場合の解を求める。 $\zeta$  = 一定の仮定は、伝熱面中心 ( $\bar{x} = 0$ ) では対称性より  $\frac{d\delta}{dx} = \frac{d\Delta}{dx} = 0$  が成り立つので、少なくとも伝熱面中心付近では  $\zeta$  = 一定と近似できることを前提としている。しかし、 $0 < \bar{x} < 1$  で  $\zeta$  = 一定が成り立つかどうかは保証されていないので今後検討する必要があるが、ここでは、簡単のため  $\zeta$  = 一定と仮定して解析を進める。

[ $\zeta$  = 一定の場合の解]

$\zeta$  = 一定と仮定すると式(51)と(52)は、それぞれ、次式のようになる。

$$\frac{d}{d\bar{x}} \left( \frac{d\tilde{\delta}^4}{d\bar{x}} \right) = -B_1 \frac{1}{\tilde{\delta}} \quad (53)$$

$$\frac{d}{d\bar{x}} \left( \frac{d\tilde{\delta}^4}{d\bar{x}} \right) = -B_2 \frac{1}{\tilde{\delta}} \quad (54)$$

ここに

$$B_1 \equiv 48 \left( \frac{1 + R^2 K \zeta}{1 + 4 R^2 K \zeta} \right) \left\{ 1 - \frac{Sc/Sp}{R^2 K \zeta} \right\} \left( \frac{Sp}{Gr} \right) \quad (55)$$

$$B_2 \equiv 24 \left\{ \frac{1 + R^2 K \zeta}{(R^2 K \zeta)^3} \right\} \left( \frac{R^2}{Pr_L} \right) \left( \frac{1}{Gr} \right) \quad (56)$$

である。 $\tilde{\delta}$ の境界条件は、飽和液体の場合を参考にして次のように与える。

$$\tilde{x} = 0 : \frac{d\tilde{\delta}}{d\tilde{x}} = 0 \quad (57)$$

$$\tilde{x} = \pm 1 : \frac{d\tilde{\delta}}{d\tilde{x}} = -\infty \quad (58)$$

式(53)と(54)を式(57)の条件で解くと、次の解が形式的に得られる。

$$\tilde{x} = \sqrt{\frac{6}{B_i}} (\tilde{\delta}_0)^5 \int_{\tilde{\delta}}^1 \frac{Z^3}{\sqrt{1-Z^3}} dZ \quad (59)$$

ここに

$$Z = \frac{\tilde{\delta}}{\tilde{\delta}_0} \quad (60)$$

$$B_i = (B_1 \text{ または } B_2) \quad (61)$$

である。伝熱面中心 ( $\tilde{x} = 0$ ) での蒸気膜厚さ  $\tilde{\delta}_0$  は次のように決定される。式(59)より

$$\frac{d\tilde{\delta}}{d\tilde{x}} = -\sqrt{\frac{6}{B_i}} \sqrt{\frac{(\tilde{\delta}_0^3 - \tilde{\delta}^3)}{\tilde{\delta}^3}} \quad (62)$$

となるから、式(58)の条件を適用すると  $\tilde{x} = 1$  で  $\tilde{\delta} = \tilde{\delta}_L = 0$  とならなければならない。したがって、式(62)で、 $\tilde{x} = 1$  で  $\tilde{\delta} = 0$  とおくと、 $\tilde{\delta}_0$  が次のように定まる。

$$\tilde{\delta}_0 = \left[ \frac{B_i/6}{\left\{ \int_0^1 \frac{Z^3}{\sqrt{1-Z^3}} dZ \right\}^2} \right]^{\frac{1}{5}} \quad (63)$$

式(59)と(63)より蒸気膜厚さ  $\delta$  の  $x$  方向の分布が定まると、熱伝達特性は次のように計算される。

局所の伝熱面熱流束：

$$q_x \equiv -\lambda_V \frac{\partial T_V}{\partial y} \Big|_0 \quad (64)$$

熱伝達係数：

$$\text{局所値 } h_{co,x} \equiv \lambda_V \frac{1}{\Delta T_{sat}} \left[ -\frac{\partial T_V}{\partial y} \Big|_0 \right] = \frac{\lambda_V}{\delta} \quad (65)$$

$$\text{平均値 } \bar{h}_{co} \equiv \frac{1}{L} \int_0^L h_{co,x} dx = \frac{\lambda_V}{L} \int_0^1 \frac{1}{\delta} d\tilde{x} \quad (66)$$

平均ヌッセルト数  $\bar{Nu}_{co}$  を次のように定義すると、

$$\bar{Nu}_{co} \equiv \frac{\bar{h}_{co} L}{\lambda_V} \quad (67)$$

次式のように計算される。

$$\begin{aligned} \bar{Nu}_{co} &\equiv \int_0^1 \left( \frac{1}{\delta} \right) d\tilde{x} \\ &= \left( \frac{6}{B_i} \right)^{\frac{1}{5}} \frac{\int_0^1 \frac{Z^2}{\sqrt{(1-Z^3)}} dZ}{\left( \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{(1-Z^3)}} dZ \right)^{\frac{3}{5}}} \\ &= 0.94317 \left( \frac{6}{B_i} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (68) \end{aligned}$$

本研究は液体サブクール度の効果を定量的に評価することを目的としているので、 $B_i$  として液体境界層のエネルギー式から導かれる  $B_2$  を用いて以後の計算を行う。したがって、 $\bar{Nu}_{co}$  の表示式は次のようになる。

$$\bar{Nu}_{co} = 0.71479 \left\{ \frac{(R^2 K \zeta)^3}{(1 + R^2 K \zeta)} \frac{Sp Pr_L}{R^2} \right\}^{\frac{1}{5}} \left( \frac{Gr}{Sp} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (69)$$

ここで  $\zeta$  は未定であり、以下のように決定する。

$\zeta$  の大きさは式(53)と式(54)が同一であるための条件から得られる、つまり、 $B_1 = B_2$  とおくと、次の方程式が得られる。

$$\begin{aligned} (R^2 K \zeta)^3 - \left( \frac{Sc}{Sp} \right) (R^2 K \zeta)^2 - \left( \frac{2 R^2}{Sp Pr_L} \right) (R^2 K \zeta) \\ - \left( \frac{R^2}{2 Sp Pr_L} \right) = 0 \quad (70) \end{aligned}$$

式(70)は次の三次方程式となる。

$$f^3 + a_1 f^2 + a_2 f + a_3 = 0 \quad (71)$$

ここで

$$f = R^2 K \zeta \quad (72)$$

$$a_1 = -\frac{Sc}{Sp}, \quad a_2 = -\frac{2 R^2}{Sp Pr_L}, \quad a_3 = -\frac{R^2}{2 Sp Pr_L} \quad (73), (74), (75)$$

この三次方程式の物理的に意味のある根は次のようになる。

$$f = R^2 K \zeta = \beta J \quad (76)$$

ここに

$$\beta \equiv \left( \frac{R^2}{2 Sp Pr_L} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (77)$$

$$J \equiv \left( F_1 + \sqrt{F_2} \right)^{\frac{1}{3}} + \left( F_1 - \sqrt{F_2} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3 \beta} \left( \frac{Sc}{Sp} \right) \quad (78)$$

$$F_1 \equiv \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \left( \frac{Sc}{Sp} \right) + \left\{ \frac{1}{3 \beta} \left( \frac{Sc}{Sp} \right) \right\}^3 \quad (79)$$

$$\begin{aligned} F_2 \equiv \frac{1}{4} - \left( \frac{4}{3 \beta} \right)^3 + \frac{2}{3} \left( \frac{Sc}{Sp} \right) - \frac{1}{3} \left\{ \frac{2}{3} \left( \frac{Sc}{Sp} \right) \right\}^2 \\ + \left\{ \frac{1}{3 \beta} \left( \frac{Sc}{Sp} \right) \right\}^3 \quad (80) \end{aligned}$$

である。

以上より、平均ヌッセルト数は最終的に次のようになる。

$$\overline{Nu}_{co} \equiv 0.62226 \left( \frac{J^3}{1 + \beta J} \right)^{\frac{1}{5}} \left( \frac{Gr}{Sp} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (81)$$

ここに、 $\beta$ と $J$ は式(7), (7), および(7), (8)で与えられる。なお、液体のサブクール度が零、つまり飽和液体の場合と無限大の両極限の場合には、式(81)は次式のようになる。

[液体サブクール度が無限大の場合]

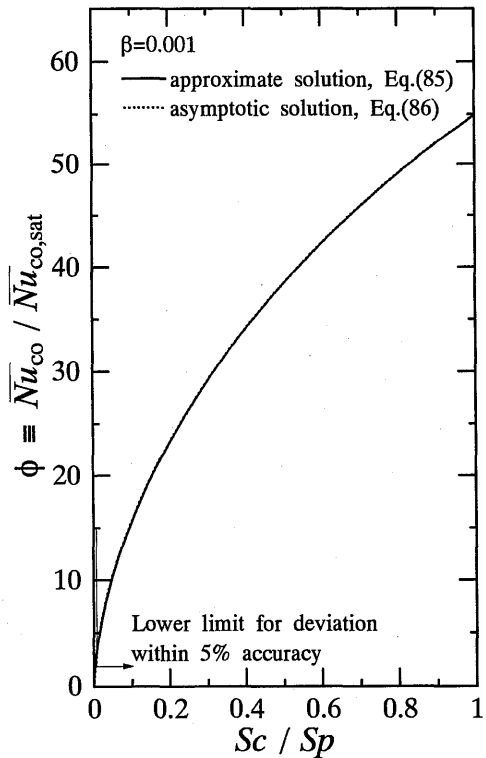
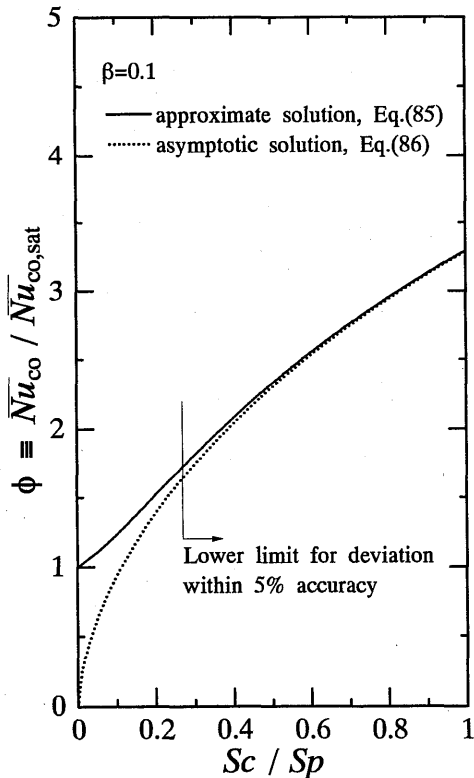
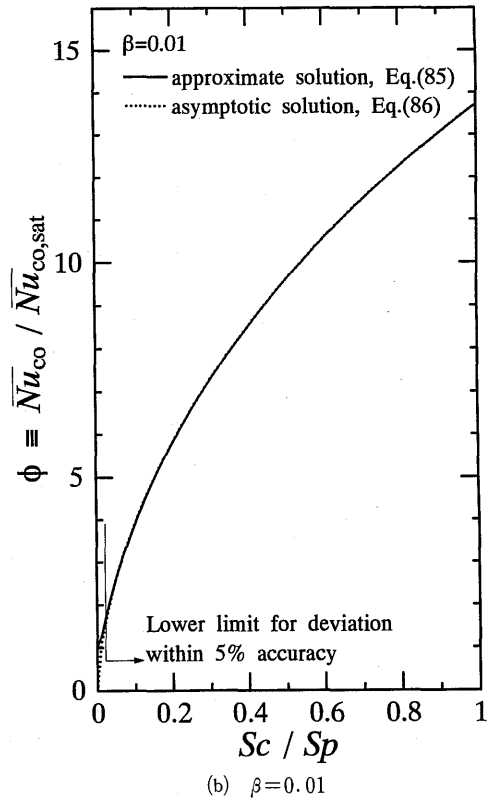
$$\overline{Nu}_{co}(Sc \rightarrow \infty) = 0.62226 \left\{ \frac{\left( \frac{Sc}{Sp} \right)^3}{1 + \frac{Sc}{Sp}} \cdot \frac{1}{\beta^3} \right\}^{\frac{1}{5}} \left( \frac{Gr}{Sp} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (82)$$

[液体サブクール度が零 (飽和液体) の場合]

$$\overline{Nu}_{co,sat} = 0.62226 \left( \frac{J_0^3}{1 + \beta J_0} \right)^{\frac{1}{5}} \left( \frac{Gr}{Sp} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (83)$$

ここに、 $J_0$ は式(7), (7), (8)において $Sc=0$ として求まる $J$ の値で次式で与えられる。

$$J_0 = \left[ \frac{1}{2} \left\{ 1 + \sqrt{1 - 4 \left( \frac{4}{3} \beta \right)^3} \right\} \right]^{\frac{1}{3}} + \left[ \frac{1}{2} \left\{ 1 - \sqrt{1 - 4 \left( \frac{4}{3} \beta \right)^3} \right\} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (84)$$



(a)  $\beta=0.1$

(c)  $\beta=0.001$

Fig. 2 Relationship between  $\phi$  and  $Sc/Sp$

以上より、有限の下向き水平面の膜沸騰熱伝達に及ぼす液体サブクール度の効果を定量的に評価するパラメータ $\phi$ を、式(81)と式(83)の比から、次のように定める。

$$\phi \equiv \frac{\overline{Nu}_{co}}{\overline{Nu}_{co,sat}} = \left\{ \left( \frac{J}{J_0} \right)^3 \left( \frac{1 + \beta J_0}{1 + \beta J} \right) \right\}^{\frac{1}{5}} \quad (85)$$

Fig. 2 に式(85)から計算される $\phi$ と $Sc/Sp$ の関係を、液体が大気圧水の場合を想定して、 $\beta=0.1, 0.01, 0.001$ の場合を示す。なお、図中の漸近解(破線)は、式(82)と(83)の比

$$\frac{\overline{Nu}_{co}(Sc \rightarrow \infty)}{\overline{Nu}_{co,sat}} = \left[ \frac{\left( \frac{Sc}{Sp} \right)^3}{\beta J_0} \cdot \frac{1 + \beta J_0}{1 + \left( \frac{Sc}{Sp} \right)} \right]^{\frac{1}{5}} \quad (86)$$

を示したもので、図中に示す垂直の細線より右側の領域では、式(86)の代わりに式(85)を用いてもその偏差は5%以内である。Fig. 2 より  $Sc/Sp$ 、つまり、液体のサブクール度が大きくなるにしたがい $\phi$ も大きくなる、つまり、平均ヌッセルト数が飽和液体の場合よりも大きくなるのがわかる。

### 3. 理論解と測定値との比較

第2章の理論解において得られたプロフィール法による簡単な近似解を現在までに報告されている実測値と比較する。この近似解は多くの仮定に基づいて得られた結果であり、今後、仮定の妥当性を検証していく必要があり現時点ではまだ十分ではないが、液体のサブクール度の効果を定量的にあらわす無次元パラメータ $\phi$ の表示式、式(85)を一応求めることができたので、 $\phi$ に関して理論と実験の比較検討を試みる。これまでに得られている測定値としては、定常状態での実験で得られた西尾ら<sup>4)</sup>のデータおよび著者ら<sup>9)</sup>が過渡状態(焼入れ実験)から定めた沸騰データがある。Fig. 3 は、横軸に $Sc/Sp$ 、縦軸に $\phi \equiv \overline{Nu}_{co} / \overline{Nu}_{co,sat}$ をとり、パラメータとして Fig. 2 の $\beta$ の代わりに過熱度 $\Delta T_{sat}$ を与えて理論と実験の比較を行ったものである。実線は、式(85)から計算される $\phi$ の値である。Fig. 4 は、 $\overline{Nu}_{co} / \overline{Nu}_{co,sat}$ の理論値を横軸、 $\overline{Nu}_{co} / \overline{Nu}_{co,sat}$ の測定値を縦軸にとって理論と実験の相関を調べたものである。これらの図から、理論値は実験値より常に大きく、その偏差は最大2倍程度みられるが、西尾らの定常データと著者らの過渡データとでは系統的な偏差はみられず実験値がほぼひとつかたまりになっている。つまり、 $\phi$ の近似解、式(85)の右辺の指数1/5を適切に調整すれば測定値を相関させることが可能であ

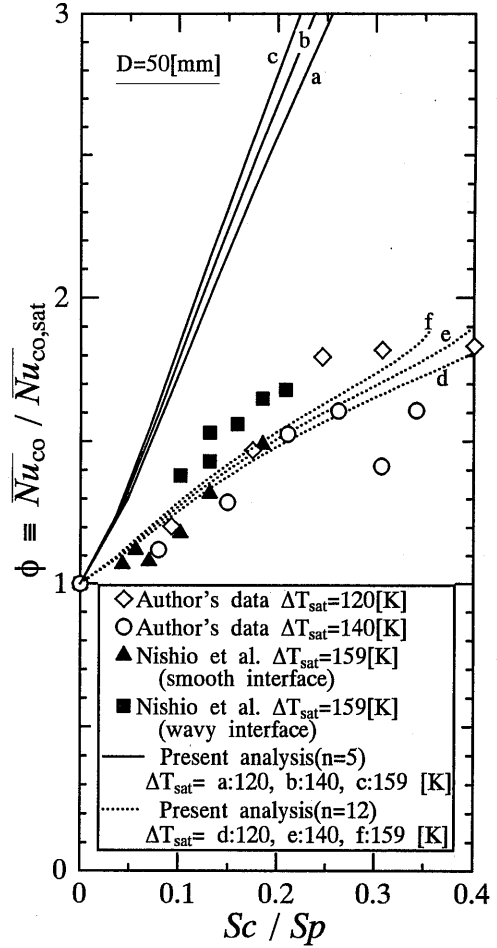


Fig. 3 Comparison of present analysis with experimental data

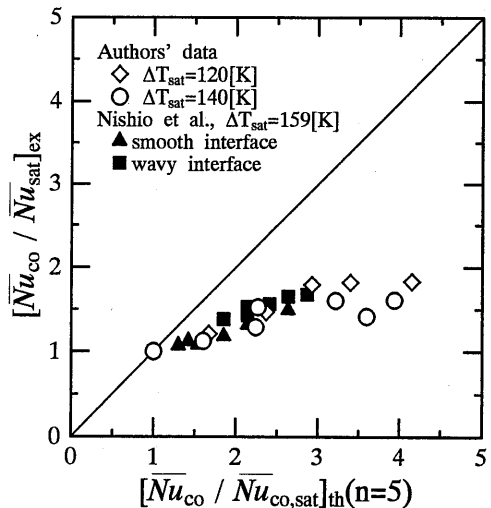


Fig. 4 Correlation of experimental data by present analysis ( $n=5$ )

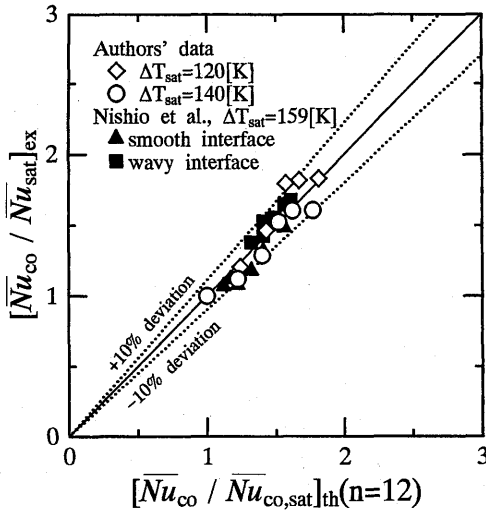


Fig. 5 Correlation of experimental data by modified analysis ( $n=12$ )

ることが示唆される。ちなみに、Fig. 3 の図中に示す破線は $\phi$ の近似解、式(8)の右辺の指数  $1/5$  を試みに  $1/12$  に変えて計算した結果であり、Fig. 5 は指数  $1/12$  を用いて再度、理論値（修正）と実験値との相関を調べたものである。これらの図から、 $\phi$ の式として、式(8)の右辺の指数を  $1/5$  から  $1/12$  へと変更した次式

$$\phi = \left\{ \left( \frac{J}{J_0} \right)^3 \left( \frac{1 + \beta J_0}{1 + \beta J} \right) \right\}^{1/12} \quad (87)$$

を採用すれば、本解析による理論は測定値を $\pm 10\%$ 程度の偏差で相関できることがわかる。現時点では測定値が少なく過熱度や伝熱面寸法の影響が十分に明確にされていないが、有限下向き水平面の膜沸騰熱伝達に及ぼす液体サブクール度の効果は、式(8)あるいは(87)の右辺で指数を  $1/n$  とおいた次式のパラメータにより、暫定的に見積ることが可能であると推定される。

$$\phi_{\text{modified}} = \left\{ \left( \frac{J}{J_0} \right)^3 \left( \frac{1 + \beta J_0}{1 + \beta J} \right) \right\}^{1/n} \quad (88)$$

ここに、本解析によれば  $n = 5$  であるが、現在までに報告されている測定値との比較から  $n = 12$  が推奨される。

#### 4. むすび

静止したサブクール液体中におかれた有限の下向き水平面からの対流膜沸騰熱伝達の定式化を行ない、サブクール度が膜沸騰熱伝達に及ぼす効果をあらわすパラメータの形式で表現し、理論的に式(8)のパラメータを見出した。さらに、現在までに報告されている測定値と本解析結果との比較検討に基づいて、液体サブクール度の効果をあらわす暫定的なパラメータ、式(87)を提案した。

今後、本解析で用いられた諸仮定の妥当性を検証し、理論をより精密にするとともに、著者が現在進めている実験でデータを蓄積し、有限下向き水平面からサブクールされた液体への膜沸騰熱伝達の一般的整理法を確立する必要があるだろう。

最後に、本研究の計算に際して、当時大学院生の中村一紀〔現、トヨタ自動車㈱〕の援助を受けたことを記して謝意を表する。

#### 参考文献

- 1) S. Ishigai et al.; International Development in Heat Transfer, ASME, Paper 26, (1961), 224.
- 2) N. Seki et al.; Trans. ASME, J. Heat Transfer, 100, (1978), 624.
- 3) R. F. Barron & A. R. Dergham; Advances in Cryogenic Engineering, 33, (1987), 355.
- 4) 西尾ほか2名; 日本機械学会論文集, 57. (1991), 1359.
- 5) Z. Guo & M. S. El-Genk; Int. J. Heat Mass Transfer 35, 9, (1992), 2109.
- 6) 茂地ほか3名; 日本機械学会論文集, 54, (1988), 1808.
- 7) T. Shigechi et al.; JSME Int. J, Series II, 32, (1989), 646.
- 8) T. Shigechi et al.; Proc. 6th Int. Symp. on Transport Phenomena in Thermal Engineering, Seoul, (1993), Vol. II, 341.
- 9) 山田ほか4名; 長崎大学工学部研究報告, 23, (1993), 131.