

管厚さを考慮した内部フィン付管の 温度助走区間層流強制対流熱伝達解析

金丸 邦康*・茂地 徹**
山田 昭**

Numerical Analysis on Laminar Forced Convective Heat Transfer in Thermal Entrance Region of Circular Tube with Internal Longitudinal Fins

by

Kuniyasu KANEMARU*, Toru SHIGECHI**
and Takashi YAMADA**

The laminar forced convective heat transfer is numerically analyzed in a circular tube with internal longitudinal fins, where the effect of the finite conductivity of the finned tube was taken into account in order to investigate the application of carbon steel tubes in heat exchangers. It is assumed that the velocity profiles are fully-developed at the inlet of the tube and that the heat flux at the outer wall is set to be uniform. Owing to the axial symmetry, the cross sectional area to be solved is limited to the circular sector which consists of two parts, fluid and finned tube regions. The governing equation for energy was analyzed by the implicit marching finite difference method after the velocity profiles were numerically obtained. First the numerical solutions in the thermal developing region obtained by the current method were compared with the numerical results based on the fully developed energy and momentum equations and good agreement between the former results far from the inlet and the latter was confirmed. For the wide range of geometrical parameters as well as the conductivity ratio of finned tube to fluid, the numerical calculations were carried out. It is found that the augmentation of the heat transfer is induced by a flow peak between the fins facing each other and that the optimal fin number at the thermal developing region in most cases agrees to that of the fully-developed case.

1. 緒 言

内部フィン付管はコンパクト熱交換器に広く使われている。その形状を持つ管内の流動および伝熱解析は層流で多くの研究者により解析されているが、多くの解析^{1)~9)}は、銅製伝熱管を前提としているため伝

熱管材の熱伝導率を無視して解析されてきた。最近この仮定の妥当性を検討する研究¹⁰⁾がある。著者らの研究も冷間引抜き鋼管の低い製造費に着目して、その伝熱管としての適応性を検討するものである。この状況では、フィンと管壁の熱伝導率が等しく有限である

平成5年9月30日受理

*共通講座・工業物理学 (Applied Physics Laboratory)

**機械システム工学科 (Department of Mechanical Systems Engineering)

とし、温度に関する境界条件としては伝熱管の外側で与える必要がある。

2. 数値解析

2.1 物理モデルと支配方程式

ここで、熱交換器における鋼管の応用を検討するために、極座標 (r, θ, x) を用いて、直円管内壁に複数の縦フィンを取り付け、伝熱管に冷却材を流したときの温度助走区間を、フィン高さ h 、フィン枚数 M 、フィン半角 β などの幾何形状とともに、管材の厚さ w や伝熱管および流体相の熱伝導率 (k_s, k_f) を考慮して数値解析する。以下のような仮定を考える。

- (1) 入口で流体の速度分布は十分発達している。
- (2) 温度境界条件として、伝熱管の外壁で均一加熱される。
- (3) 流体の入口温度は一定である。
- (4) 流体および管材内の軸方向の熱伝導は、断面内の熱伝導に比べ無視できる。
- (5) 縦フィンは、管内壁に軸対称に等ピッチで配置されている。
- (6) 流体および管材質の物性値は一定である。

Fig. 1 (b) に示されるように、流体と伝熱管（管部とフィン部）からなる扇状領域に対して、以下の運動量とエネルギーの支配方程式を得る。ここで、軸方向速度を u 、温度を t とする。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial \theta^2} = \begin{cases} \frac{u}{a_f} \cdot \frac{\partial t}{\partial x} & \text{(for fluid)} \\ 0 & \text{(for tube and fin)} \end{cases} \tag{2}$$

伝熱管の外側で境界条件は、

$$q_{r_{in+w}} = -k_s \frac{\partial t}{\partial r} \Big|_{r=r_{in+w}} \tag{3}$$

となる。扇形計算領域の半径に沿って、断熱条件や対称条件が設定されるが、紙面の都合で後で無次元式で示す。ここで、以下の無次元量を導入する。

$$\left. \begin{aligned} X &= \frac{x}{r_{in} P_e}, R = \frac{r}{r_{in}}, H = \frac{h}{r_{in}}, W = \frac{w}{r_{in}}, k^* = \frac{k_s}{k_f}, \\ P_e &= \frac{2 r_{in} \cdot u_{max}}{a_f}, U = \frac{u}{r_{in} \cdot \left(-\frac{dp}{dx}\right)}, T = \frac{t - t_0}{\frac{q_{in} \cdot r_{in}}{k_f}} \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

ここで、 t_0 は一様な入口温度で、 u_{max} は Hagen-Poiseuille 流れの最大速度である。単位長さ当りの管外壁での加熱量 Q を用いて、内壁での見かけの熱流束 q_{in} は、 $q_{in} = Q / (2 \pi r_{in})$ で与えられる。式(1)~(3)は、上記の無次元数(4)を用いて、以下のように変形される。

$$\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} = -1 \tag{5}$$

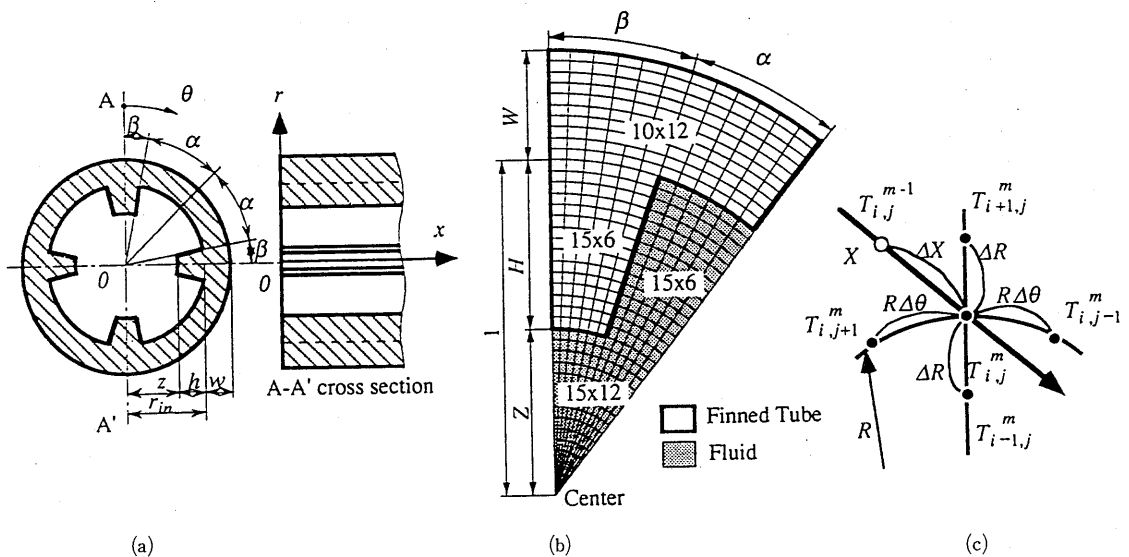


Fig. 1 Physical Model and Calculation Meshes

$$\frac{\partial^2 T}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial T}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = \begin{cases} 2U \frac{\partial T}{\partial X} \\ \text{(for fluid)} \\ 0 \\ \text{(for tube and fin)} \end{cases} \quad (6)$$

$$(1+W) \frac{\partial T}{\partial X} = \frac{k_f}{k_s} = -\frac{1}{k^*} \quad (7)$$

境界条件は以下ようになる。フィンの内壁と流体の境界で、

$$T_f = T_s, \quad @ \quad \begin{cases} 0 \leq \theta \leq \beta, R = 1 - H \\ \beta \leq \theta \leq \alpha + \beta, R = 1 \\ \theta = \beta, 1 - H \leq R \leq 1 \end{cases} \quad (8)$$

計算領域の半径境界に沿って、

$$\frac{\partial T_f}{\partial \theta} = 0, \quad @ \quad \begin{cases} \theta = 0, 0 \leq R \leq 1 - H \\ \theta = \alpha + \beta, 0 \leq R \leq 1 \end{cases} \quad (9)$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial \theta} = 0, \quad @ \quad \begin{cases} \theta = 0, 1 - H \leq R \leq 1 + W \\ \theta = \alpha + \beta, 1 \leq R \leq 1 + W \end{cases} \quad (10)$$

ここで、添字 f と s は、それぞれ流体相と伝熱管材質を表わす。

2.2 数値解法

本問題に対して、扇形の計算領域に Fig. 1 (b) に示すような計算メッシュが用いられた。すなわち、伝熱管の領域に対して、 (R, θ) に関して 10×12 個のサブ領域が、フィン領域とフィン側面流体に対して 6×12 個のサブ領域が、中心部流体に対して、 12×15 個のサブ領域が取られた。従って、両相の温度および流体速度に対する未知数の数は、それぞれ521と273となる。

最初に、運動量式(5)と境界条件を用いて、従来の差分式を用いて計算した。引き続き、このように得られた速度分布を式(6)の対流項に用いて、伝熱管部と流体相に対するエネルギー式が差分近似され、得られた連立1次方程式を陰的前進解法を用いて解いた。Fig. 1 (c) において、未知断面 $X + \Delta X$ での離散化された温度 $T_{ij}^n, T_{i+1,j}^n$ などは、つぎの差分式で表わされる。

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{\Delta R^2} + \frac{1}{2R\Delta R} \right] T_{i+1,j}^n + \left[\frac{1}{\Delta R^2} - \frac{1}{2R\Delta R} \right] T_{i-1,j}^n \\ & + \left[\frac{1}{R^2 \Delta \theta^2} \right] T_{ij+1}^n + \left[\frac{1}{R^2 \Delta \theta^2} \right] T_{ij-1}^n \\ & - 2 \left[\frac{1}{\Delta R^2} + \frac{1}{R^2 \Delta \theta^2} + \frac{U_{ij}}{\Delta X} \right] T_{ij}^n = \frac{-2U_{ij} \cdot T_{ij}^{n-1}}{\Delta X}, \quad (11) \end{aligned}$$

ここで、 T_{ij}^{n-1} は、断面 X での既知温度である。係数マトリックスは、計算容量を縮小し計算時間を短縮するために、バンド・マトリックスに変換された。本例では、全バンド幅が27に減少するため、約1/20にメモリーが減少し、計算速度は100倍速くなった。

本計算手法の精度を吟味するために、2種類の検討を行った。すなわち、フィン付管に対するヒート・バランスと平滑管における漸近ヌセルト数の検討である。

加熱開始点から X までのヒートバランスにより、次式を得るが、これは X 点での流体の混合平均温度 T_{fb} が、 X に比例することを示している。

$$T_{fb}(X) = \frac{\pi \cdot r_m^2}{A_f \cdot U_b} X, \quad (12)$$

ここで、 U_b は無次元平均速度である。一方、加熱開始点から X 離れた断面 A_f での流体の温度分布を積分して、以下の流体混合平均温度を得る。

$$T_{fb}(X) = \iint_{A_f} T_f UR dR d\theta \Big/ \iint_{A_f} UR dR d\theta \quad (13)$$

Fig. 2 は、式(12)と(13)の比較を、平滑管と $k^* = 500, H = 0.2, W = 0.2, \beta = 3^\circ$ のフィン付管に対して示しており、外壁温度の軸方向変化も図示している。この図から、100回前進を繰り返したことに対応する $X = 0.1$ の位置で、累積誤差が、フィン付管に対して約0.87%、また平滑管に対して1.8%であり、良い一致を示している。

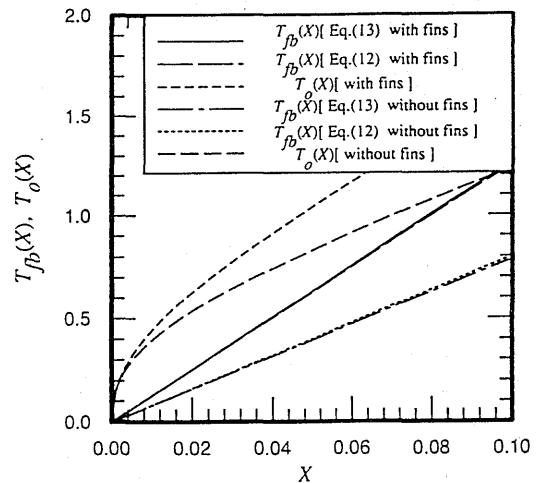


Fig. 2 Comparison of Mixed Mean Temperatures

本体系において、いくつかの熱伝達係数およびヌセルト数を定義することができる。まず、フィン付管の内壁での局所温度と局所熱流束を用いて、周方向局所熱伝達とそのヌセルト数が、以下のように定義できる：

$$h(\theta, X) = \frac{q(\theta, X)}{t_i(\theta, X) - t_{fo}(X)}$$

$$Nu(\theta, X) = \frac{h(\theta, X)(2r_{in})}{k_f} \quad (14)$$

この定義は、周方向変化を考慮する必要のない平滑管に由来より用いられ、この場合は、 $Nu_i(X)$ と書くことにする。

つぎに、管厚さを考慮し、以下の拡張ヌセルト数を定義することができる：

$$h^*(X) = \frac{q_{in}}{t_o(X) - t_{fb}(X)}$$

$$Nu^*(X) = \frac{h^*(X)(2r_{in})}{k_f} = \frac{2}{T_o(X) - T_{fb}(X)} \quad (15)$$

ここで、外壁での周方向平均温度 $T_o(X)$ が用いられている。

管厚さ $W=0.2$ のときの平滑管における層流強制対流熱伝達が、フィン付管と同様な計算メッシュで数値解析され、手法の妥当性が検討された。この場合、流体領域は半径 $1-H$ で分けられ、その二つの領域は、ともに半径方向に15分割されている。 H を変化させて、軸方向 $X=0.185$ でのヌセルト数を、Table 1 に示している。直円管に対する平均速度と漸近ヌセルト数の理論値がそれぞれ、 0.125 および $48/11=4.364$ であることに注意すると、 $k^*=500$ の場合 $H=0.4$ の結果がもっとも適切であることがわかる。一方、 $k^*=10$ に対する局所ヌセルト数は、管材の低い熱伝導率のために理論値よりも小さい。しかしながら、式(14)の定義を用いると、理論値に漸近しているのがわかる。以上の議論より、本解析の妥当性が示されたので、Table 2 に示すようなパラメータ範囲に対して数値計算がなされた。

3. 結果の検討

3.1 等温線

Fig. 3 (a)は、計算パラメータ $k^*=50$, $H=0.5$, $W=0.2$, $M=6$ および $\beta=3^\circ$ に対して、軸位置 $X=0.01$ および $X=0.1$ での等温線を示している。流体に対する管材の熱伝導率の比 $k^*=50$ は、概略、流体として水、伝熱管として炭素鋼の組み合わせに対応して

いる。これらの等温線は、下流に行くにしたがって相似的に変化しており、管中心部でほとんど同心円的であり、周方向の変化に関してはフィン近傍の流体温度

Table 1 Calculated Nusselt numbers of smooth tubes

(W=0.2, ΔX=0.001)					
k^*	H	U_b	$Nu^*(X)$	$Nu_i(X)$	X
10	0.2	0.12497	4.2268	4.3947	0.185
10	0.4	0.12499	4.2273	4.3953	0.185
10	0.6	0.12484	4.2212	4.3887	0.185
10	0.8	0.12459	4.2168	4.3839	0.185
500	0.2	0.12497	4.3912	4.3947	0.185
500	0.4	0.12499	4.3918	4.3953	0.185
500	0.6	0.12484	4.3852	4.3887	0.185
500	0.8	0.12459	4.3804	4.3839	0.185

Table 2 Calculation Parameter Ranges

W	: 0, 0.2, 0.5, 0.8
H	: 0, 0.2, 0.5, 0.8
β [°]	: 1.5, 3.0, 6.0
M	: 0~24
k^*	: 10, 50, 100, 500

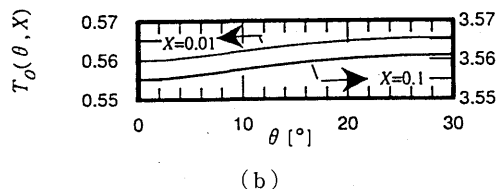
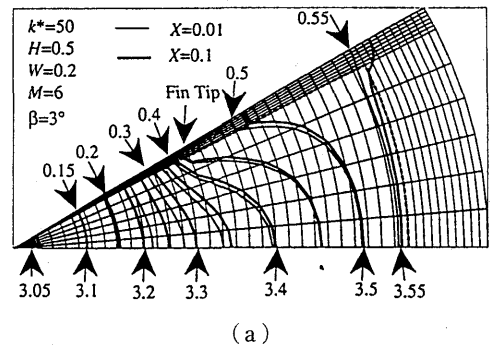


Fig. 3 Temperature Contours and Outer Wall Temperature Profiles at $k^*=50$, $H=0.5$, $W=0.2$, $M=6$ and $\beta=3^\circ$

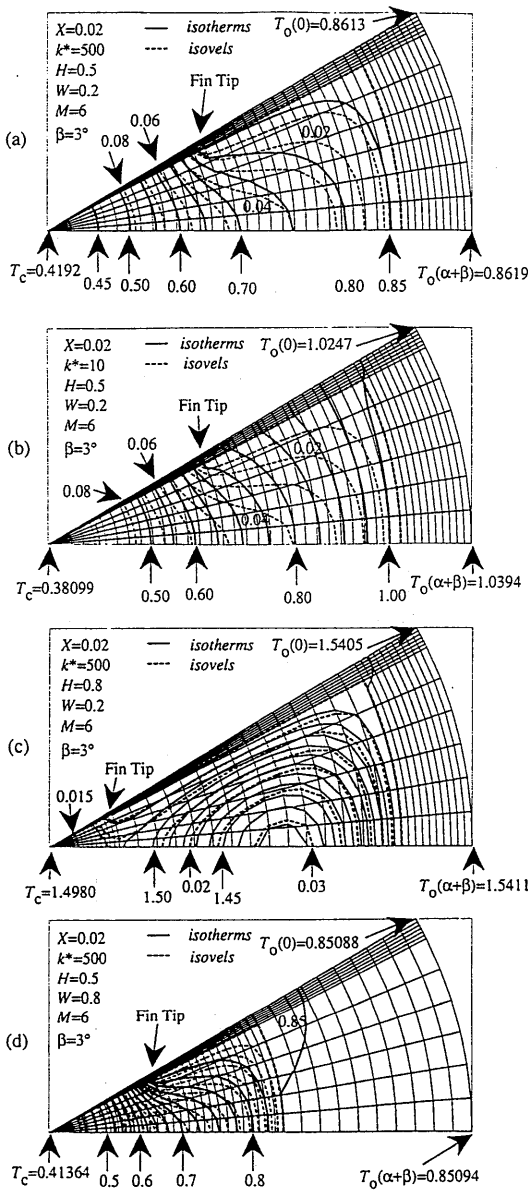


Fig. 4 Temperature and Velocity Contours
 (a) $k^*=500$, $H=0.5$, $W=0.2$, $M=6$ and $\beta=3^\circ$
 (b) $k^*=10$, $H=0.5$, $W=0.2$, $M=6$ and $\beta=3^\circ$
 (c) $k^*=500$, $H=0.8$, $W=0.2$, $M=6$ and $\beta=3^\circ$
 (d) $k^*=500$, $H=0.5$, $W=0.8$, $M=6$ and $\beta=3^\circ$

は同じ半径での隣接フィン管内部の流体温度よりも高い。また、フィン材質内の温度勾配はその長さ方向に、 $k^*=50$ の場合無視することができないことを示している。外壁温度の周方向温度分布を、Fig. 3 (b)に示す。フィン中心 ($\theta=0$) での温度は、対向する2フィンの中間位置 ($\theta=\alpha+\beta$) の温度よりも低いことは興味

深い。

一連の Figs. 4 (a)~(d)は、 $X=0.02$ での等温線と等速度線を、それぞれ実線と破線で示しており、同時に管中心と外壁の計算領域の両端での温度も記入している。Fig. 4 (a)には、 $k^*=500$, $H=0.5$, $W=0.2$, $M=6$ および $\beta=3^\circ$ に対する結果を比較の基準として選んで示している。ここで、この熱伝導率の比は、トランス油-炭素鋼、空気-ステンレス鋼などの組み合わせに対応している。本図から、フィンおよび管内の温度勾配がほとんど無視でき、外壁での温度分布は、 θ の増加とともに非常にわずかに増加していることがわかる。一方、フィン先端での流体温度勾配は大きい。破線で書かれた速度分布は、等温線と相似的に変化している。また、Fig. 4 (b)には $k^*=10$ で他のパラメータは同じにした場合の等値線を示す。この場合、等温線は流体相や管材の内部においてほとんど同心円的であり、 $\theta=\alpha+\beta$ の外壁温度は、 $\theta=0$ のそれよりかなり大きくなる。つぎに、Fig. 4 (c)は、 $X=0.02$ での等温線に対するフィン高さの影響を示している。ここで、計算パラメータとして、 $k^*=500$, $H=0.8$, $W=0.2$, $M=6$ および $\beta=3^\circ$ が選ばれている。この形状では、流路の中心部が非常に狭くなるため、速度分布が強く変形し、フィン中心部と同様に隣接2フィン間の中間にも速度ループが生じ、後者のループは、前者よりも大きい。それゆえ、フィンの間の温度ピークが、フィン中心位置のそれと比べて小さくなる。最後の Fig. 4 (d)は、管材の厚さ W の影響を示している。式(7)の定義より、 W の増加は、外壁での温度勾配の減少を意味する。 $W=0.8$ の場合の伝熱管内部の温度分布は、Fig. 4 (a)に比べ非常に平坦であり、これより得られるヌセルト数は、基準のものとはほとんど同じである。

3.2 拡張ヌセルト数

Fig. 5 には、 H や M のような形状パラメータの熱伝達に及ぼす影響を、式(4)で定義された拡張ヌセルト数を用いて示す。この検討に先立ち、本温度助走区間の漸近ヌセルト数が、十分に流体力学的にかつ熱的に発達したとした支配方程式より得られた結果と比較され、 $H=0.2$ に対して $X=0.2$ より下流で、 $H=0.8$ に対して $X=0.05$ より下流で1%の精度で一致するという結果を得た。Fig. 5 に示された曲線より、フィン枚数に関して最大値があること、およびこの最大値を与えるフィンの枚数は、フィン高さとともに多くなるのがわかる。また、 $k^*=500$ の場合、フィンの存在により熱伝達は大きく改善されることがわかる。 k^* が10と小さいとき $Nu^*(X)$ の M に関する傾向は同様で

あるが、 H の増加による伝熱促進効果は大きく期待できない。

Fig. 6 は、熱伝導率の比 k^* の局所ヌセルト数 $Nu^*(X)$ に及ぼす影響を、形状パラメータ $H=0.2, W=0.2, M=8$ および $\beta=3^\circ$ に対して示している。 k^* の増加により、ヌセルト数は増加し、 X の増加とともに、それぞれの漸近値に近づいている。この場合の結果は、 H が低いため伝熱促進効果は大きくない。

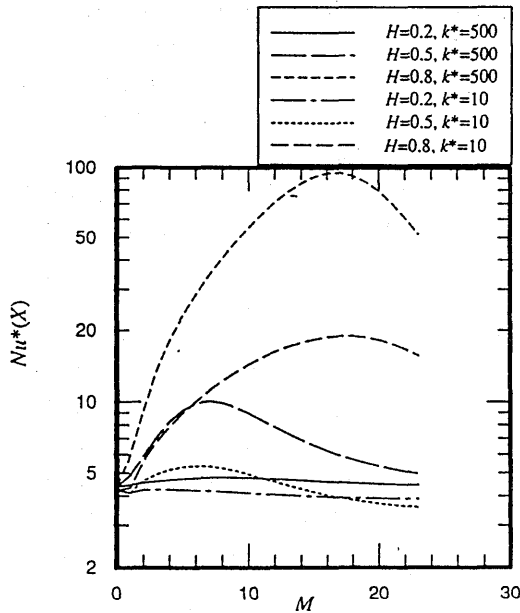


Fig. 5 Asymptotic Extended Nusselt Number against M (Effect of H and k^*)

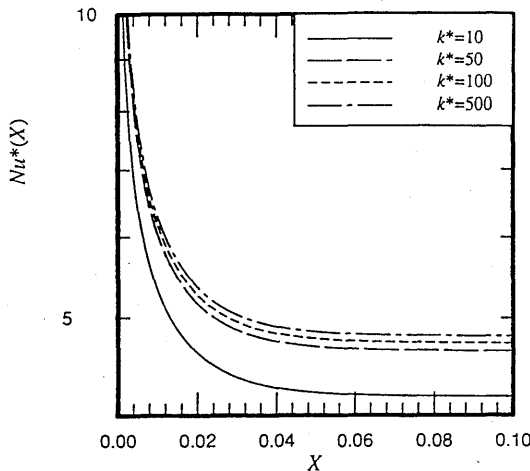


Fig. 6 Variations of Local Nusselt Number against X (Effect of k^* at $H=0.2, W=0.2, M=8$ and $\beta=3^\circ$)

フィン高さの熱伝達を影響を検討するために、Fig. 7 に $k^*=500, W=0.2, M=8$ および $\beta=3^\circ$ のパラメータに対して横軸に X を、縦軸に $Nu^*(X)$ を取り示した。Fig. 4 (c) で議論されたように、フィン高さが高いと、2つの隣合うフィンの中心軸上に速度ループが発生するので、フィン高さの増加は、熱伝達を大きく改善する。

最後に、Fig. 8 は、 M を変化させて、 $k^*=500, H=0.5, W=0.2$ および $\beta=3^\circ$ に対する $Nu^*(X)$ の変化を示している。本図の曲線から、すべての流路に渡って、フィン数の熱伝達に関する最適値が、6~8 あたりが存在することがわかり、この結果は、流体力学的におよび熱的に十分発達しているとした数値解析で得られた推奨値とはほぼ一致している。

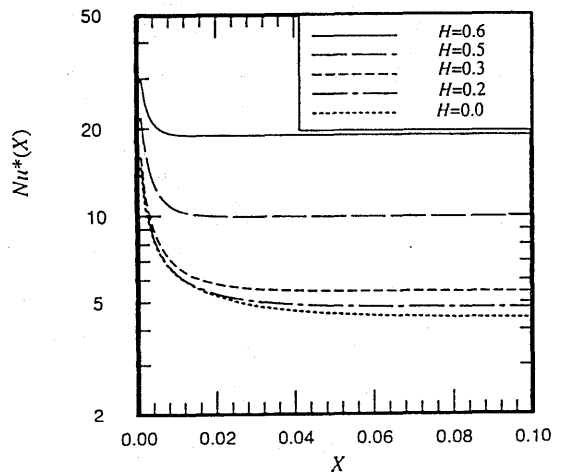


Fig. 7 Variations of Local Nusselt Number against X (Effect of H at $k^*=500, W=0.2, M=8$ and $\beta=3^\circ$)

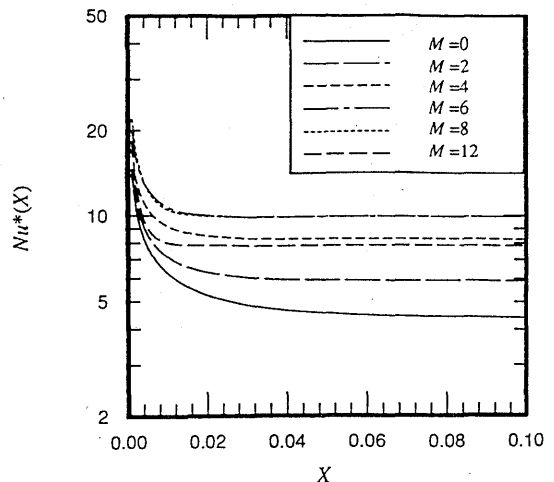


Fig. 8 Variations of Local Nusselt Number against X (Effect of M at $k^*=500, H=0.5, M=8$ and $\beta=3^\circ$)

4. 結 論

その内部に縦フィンを有する円管内層流強制対流熱伝達の温度助走区間が、伝熱管厚さを考慮して、陰の前進型差分法により数値解析された。本解析で得られた結果を要約すると、つぎようになる。

- (1) 温度助走区間解析において得られた漸近拡張ヌセルト数は、流体力学的に熱的に十分発達した場合の解析結果によく一致する。
- (2) 流体に対する伝熱管材の熱伝導率の比 k^* が10程度と小さいとき、隣り合う2つのフィンの中点の位置での外壁温度がフィン自体の中心の位置でのそれよりも、かなり高くなる。
- (3) フィン高さの増加は、2つのフィンの上に速度のピークを作り、このために熱伝達が大幅に改善される。
- (4) 熱伝導率の比が $k^*=500$ と大きいときは、管厚さの熱伝達に対する影響は無視できる。

参 考 文 献

- 1) Hu, H. M. & Chang, Y. P., 1973, Optimization of Finned Tubes for Heat Transfer in Laminar Flow, *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **95** (1973), pp. 332-338.
- 2) Masliyah, J. H. & Nandakumar, K., 1976, Heat Transfer in Internally Finned Tubes, *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **98**, pp.257-261.
- 3) Mirza, S. & Soliman, H. M., 1985, The Influence of Internal Fins on Mixed Convection inside Horizontal, Tubes, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, **12**, pp.191-200.
- 4) Rustum, I. M. & Soliman, H. M., 1988, Numerical Analysis of Laminar Forced Convection in the Entrance Region of Tubes with Longitudinal Internal Fins, *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **110**, 30-313.
- 5) Rustum, I. M. & Soliman, H. M., 1990, Numerical Analysis of Laminar Mixed Convection in the Horizontal Internally Finned Tubes, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **33**, pp. 1485-1496.
- 6) Soliman, H. M., 1981, The Effect of Fin Conductance on Laminar Heat Transfer Characteristics of Internally Finned Tubes, *Can J. Chem. Eng.*, **59**, 251-256.
- 7) Soliman, H. M., Chau, T. S. & Trupp, A. C., 1980, Analysis of Laminar Heat Transfer in Internally Finned Tubes with Uniform Outside Wall Temperature, *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **102**, pp. 598-604.
- 8) Soliman, H. M. & Feingold A., 1977, Analysis of Fully Developed Laminar Flow in Longitudinal Internally Finned Tubes, *Chem. Eng. J.*, **14**, pp. 119-128.
- 9) Tao, W-Q, 1987, Conjugated Laminar Forced Convective Heat Transfer from Internally Finned Tubes, *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **109**, pp. 791-795.
- 10) Kettner, I. J., Degani, D. & Gutfinger, C., 1991, Numerical Study of Laminar Heat Transfer in Finned Tubes, *Numerical Heat Transfer, Part A*, **20**, pp. 159-180.