# 内管が軸方向に動く偏心環状流路内の十分に

## 発達した層流熱伝達の数値解析

# (第2種境界条件の基本解)

### 桃 木 悟\* • 茂 地 徹\* Y. Lee\*\*

## Numerical Analysis on the Fully Developed Laminar Heat Transfer in an Eccentric Annulus with a Moving Core (Fundamental Solutions of the Second Kind Boundary Condition)

#### by

### Satoru MOMOKI\*, Toru SHIGECHI\* and Y. LEE\*\*

Fundamental solutions of the second kind boundary condition were obtained numerically by a finite difference method in the bipolar coordinates system for the hydrodynamically and thermally developed laminar flow in an eccentric annulus with an axially moving core. Heating conditions of the second kind are (1) on one wall, constant axial as well as peripheral wall heat flux is specified; (2) the other is insulated. The effects of the relative velocity of the core, the eccentricity of the annulus and the radius ratio on the temperature and Nusselt numbers have been investigated. It is shown that the peripheral non-uniformities of temperature are significantly increased with increasing eccentricity and that the resulting Nusselt numbers decrease with increasing values of the eccentricity.

#### 1.序 論

環状流路内の流動と伝熱の研究は、内管と外管がと もに静止(固定)している場合には高温ガス炉や二重 管熱交換器などの熱流動設計に関連して重要であるた め古くから数多くの研究<sup>1)</sup>が行われているが、一方、内 管のみが軸方向に動く場合は応用面での要請が少なく 研究も皆無であった。しかし、後者の場合でも、押し 出し・引き抜き・圧延などの金属やプラスチック材料 の製造過程での材質制御に関連する伝熱問題や長いト ンネル内を走行する列車の熱環境問題等への応用が見 込まれ、著者らは、最近、同心環状流路に対して流動・ 伝熱特性の基礎的な一連の理論解析を行い、いくつか の重要な知見を発表している2),3),4),5)。

一般に環状流路を公称で同心二重管と設計しても, 実際には,製造・組立・取り付け時の誤差や長時間使 用による変形および内管の運動等により必ず内管偏心 の問題が付随する.また,空間的な制約や偏心環状流 路の流動特性の利点を積極的に利用するため,設計上 予め内管を偏心させる場合もある.従って,流動・伝 熱特性に及ぼす内管偏心の影響を予め定量的に予測し ておくことが,装置の設計や試験および実験に際して 重要である.

本研究では,内管が軸方向に動く偏心環状流路内で 流体の速度場と温度場が十分に発達した層流熱伝達を

平成6年4月30日受理

<sup>\*</sup> 機械システム工学科 (Dept. of Mechanical Systems Engineering)

<sup>\*\*</sup> オタワ大学工学部(Fac. of Engineering, Univ. of Ottawa)

バイポーラ座標系で理論解析する。速度場は前報<sup>6</sup> で 得られた厳密解を使用し,熱的条件は第2種,つまり, 内管または外管の一方のみが一様に加熱され,他方の 表面は断熱されている場合,を対象とする。得られた 温度の数値解に基づいて流体および壁面の温度分布と ヌッセルト数に及ぼす内管の偏心率と相対速度の影響 を検討した結果について報告する。

#### 主要記号

a	温度伝導率
с	定数,式(7)
е	偏心量 (Fig. 2)
k	熱伝導率
Nu	ヌッセルト数,式(17)
q	熱流束
$R_{i}$	内管の外半径
Ro	外管の内半径
S	<i>c/Ro</i> ,式(7)
Т	温度
U	流体速度
$u_{\rm m}$	平均速度
U	内管速度
$U^*$	相対速度, <i>U</i> /um
(x,y)	直交座標系(Fig. 1)
z	軸座標
α	半径比, R <sub>1</sub> /R。
ε	偏心率, e/(R <sub>o</sub> -R <sub>i</sub> )
$(\xi,\eta)$	バイポーラ座標系(Fig. 2)
θ	無次元温度, $T/[q(R_0-R_i)/k]$
添字	
b	バルク
cr	臨界値
i -	内管の外表面
ii	外管断熱で内管表面が等熱流束で加熱され
	る場合の内管の外表面
0	外管の内表面
00	内管断熱で外管表面が等熱流束で加熱され
	る場合の外管の外表面
-	周方向平均

#### 2.解析

Fig.1に示す物理モデルを考える。解析に際して次の仮定をおく。

 非圧縮・物性値一定のニュートン流体の流れは 定常・層流で、流体力学的および熱的に十分発 達している。



- Fig. 1 Schematic of an eccentric annulus with a moving core.
  - 2. 体積力,粘性逸散および軸方向熱伝導は無視で きる.
  - 3. 内管は軸方向に速度一定で運動している。
- 2.1 エネルギー式

Fig.1に示す直交座標系におけるエネルギー式は以下のように書ける.

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{u}{a} \frac{dT_{\rm b}}{dz} \tag{1}$$

次の2種類の熱的境界条件を考える。

Case A [内壁の熱流束が一定で外壁が断熱されている 場合]:

$$-k \frac{\partial T}{\partial n_{\rm i}} = q_{\rm i}$$
 (at the inner wall) (2a)

$$-k\frac{\partial T}{\partial n_0} = 0$$
 (at the outer wall) (2b)

Case B [外壁の熱流束が一定で内壁が断熱されている場合]:

$$-k\frac{\partial T}{\partial n_1}=0$$
 (at the inner wall) (3a)

$$-k\frac{\partial T}{\partial n_0} = q_0$$
 (at the outer wall) (3b)

ここに、 $n_i$ (j=iまたはo)は内壁面または外壁面から流体への法線方向であり、熱流束  $q_i$ は壁面から流体への方向を正とする.

ここで,バルク温度 Tbを次のように定義する.

$$T_{\rm b} \equiv \frac{\iint_{A} u T dA}{\iint_{A} u dA} \tag{4}$$

 $dT_{\rm b}/dz$  は環状部のエネルギーバランスより次式で求まる.

$$\frac{dT_{\rm b}}{dz} = \frac{2aR_{\rm i}(q_{\rm j}/k)}{u_{\rm m}(R_{\rm o}^2 - R_{\rm i}^2)}$$
(5)

ここに, j=i は Case A の場合を, j=o は Case B の場 合を意味する.

Fig. 2 に示すようなバイポーラ座標系 ( $\xi$ , $\eta$ ) を導入 すると,偏心環状領域は長方形領域に変換される.直 交座標系とバイポーラ座標系の変換式は、次式で表わ せる.

$$x + iy = ic \operatorname{cot}\left(\frac{\xi + i\eta}{2}\right) \tag{6}$$

ここに, 直交座標系 (x,y) は Fig. 1 のようにとり, c は式(7)で与えられ, i は虚数単位である.  $c/R_{o}$ と $\eta$ およ  $び\eta_{o}$ について次の関係式が成立する $^{6}$ .

$$c/R_{o} \equiv S = \left[\frac{1+\alpha}{2\varepsilon}\right] \sqrt{(1-\varepsilon^{2})\left\{1-\left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\right)^{2}\varepsilon^{2}\right\}} \quad (7)$$

$$\eta_{i} = \ln\left\{ (S/\alpha) + \sqrt{(S/\alpha)^{2} + 1} \right\}$$
(8a)

$$\eta_{\rm o} = \ln \left\{ S + \sqrt{S^2 + 1} \right\} \tag{8b}$$

以上の関係式より,エネルギー式(1)はバイポーラ座標 系に対して次のように変換される.

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} = \frac{S^2}{(\cosh \eta - \cos \xi)^2} \frac{2F}{(1+\alpha)(1-\alpha)^2} \left(\frac{u}{u_{\rm m}}\right)$$
(9)

ここに,無次元温度 $\theta$ は $\theta$  =  $T/[q_i(R_o - R_i)/k](j=i$ また は o)であり, F は加熱条件によって以下のように与え られる.

境界条件は,(a) Case A:外管断熱で内管表面が等 熱流束で加熱される場合と(b) Case B:内管断熱で外 管表面が等熱流束で加熱される場合,の二種類の加熱



Fig. 2 Bipolar coordinates system  $(\xi, \eta)$ .

条件を設定し,温度の対称性を考慮すると次のように なる.

$$\frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{0,\pi} = 0 \qquad (\eta_0 \le \eta \le \eta_1)$$
 (10)

**Case A**: (ii)[ $\theta \equiv T/[q_i(R_o-R_i)/k], F=\alpha$ ]

$$\frac{\partial \theta}{\partial \eta}\Big|_{\eta_1} = \frac{S}{(\cosh \eta_1 - \cos \xi) (1 - \alpha)}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta}\Big|_{\eta_0} = 0 \quad (11a)$$

**Case B**: (00)[ $\theta \equiv T/[q_0(R_0 - R_i)/k], F = 1$ ]

$$\frac{\partial \theta}{\partial \eta}\Big|_{\eta_1} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \eta}\Big|_{\eta_0} = \frac{-S}{(\cosh \eta_0 - \cos \xi) (1-\alpha)}$$
(11b)

また, 無次元バルク温度のは次式で計算される.

$$\theta_{\rm b} = \frac{2S^2}{\pi (1-\alpha^2)} \int_0^{\eta_{\rm l}} \int_0^{\pi} \frac{(u/u_{\rm m})\theta}{(\cosh\eta - \cos\xi)^2} \, d\xi d\eta \quad (12)$$

なお,式(9),(12)中の無次元速度 u/umは,次式で与え られる<sup>6</sup>.

$$\frac{u}{u_{\rm m}} = \left[\frac{2(1-E^*U^*)}{M^*}\right]g(\xi,\eta) + \left[\frac{\eta-\eta_{\rm o}}{\eta_{\rm i}-\eta_{\rm o}}\right]U^* \quad (13)$$

ここに、 $U^*$ は内管の相対速度( $\equiv U/u_m$ )で、 $E^*$ 、 $M^*$ 、 $g(\xi,\eta)$ はそれぞれ次式で計算される.

$$E^{*} \equiv \frac{2S^{2}}{\pi(1-\alpha^{2})} \int_{\eta_{0}}^{\eta_{1}} \int_{0}^{\pi} \frac{[(\eta-\eta_{0})/(\eta_{1}-\eta_{0})]}{(\cosh\eta-\cos\xi)^{2}} d\xi d\eta$$

$$= \left[\frac{\alpha^{2}}{\alpha^{2}-1}\right] + \left[\frac{\varepsilon S}{1+\alpha}\right] \frac{1}{(\eta_{1}-\eta_{0})} \quad (0 < \alpha < 1) \quad (14)$$

$$M^{*} \equiv \frac{4S^{2}}{\pi(1-\alpha^{2})} \int_{\eta_{0}}^{\eta_{1}} \int_{0}^{\pi} \frac{g(\xi,\eta)}{(\cosh\eta-\cos\xi)^{2}} d\xi d\eta$$

$$= 1 + \alpha^{2} - \left[\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\right] 4\varepsilon^{2}S^{2}$$

$$\times \left[\frac{1}{\eta_{1}-\eta_{0}} + 2\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ne^{-n(\eta_{1}+\eta_{0})}}{\sinh n(\eta_{1}-\eta_{0})}\right]$$

$$(0 < \alpha < 1) \quad (15)$$

$$g(\xi,\eta) = 2(1-\alpha)\varepsilon S$$

$$\times \left[\frac{\eta_{1}-\eta}{\eta_{1}-\eta_{0}} - \frac{(\coth\eta - \coth\eta_{1})}{(\coth\eta_{0} - \coth\eta_{1})} \frac{\sinh\eta}{(\cosh\eta - \cos\xi)} + 2\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n\eta_{0}} \frac{\sinh n(\eta_{1}-\eta)}{\sinh n(\eta_{1}-\eta_{0})} \cos n\xi\right]$$
(16)

#### 2.2 ヌッセルト数

ヌッセルト数 Nu は,次のように計算される. 局所値:

$$Nu_{jj} \equiv [q_j/(T_{jj} - T_{bj})] \cdot 2(R_o - R_j)/k$$
$$= 2/(\theta_{jj} - \theta_{bj})$$
(17)

周方向平均值:

$$\overline{Nu_{jj}} \equiv 2/(\overline{\theta_{jj}} - \theta_{bj}) \tag{18}$$

$$\overline{\theta_{jj}} \equiv \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \theta_{jj} d\phi_j \tag{19}$$

ここに、 $\phi_i$  (j=i または o、 $0 \le \phi_i \le \pi$ ) はx軸あるいは  $\xi=0$ からの角度であり (Fig. 3 参照)、 $\xi(0 \le \xi \le \pi)$ 、 $\eta_i$ (j=i または o) に対して次の関係式が成立する.

$$\cos\phi_{j} = \frac{\cosh\eta_{i}\cos\xi - 1}{\cosh\eta_{i} - \cos\xi} \tag{20}$$

#### 2.3 数值計算

温度場の解は式(9)~(11)の楕円型偏微分方程式を SOR (Successive Over-Relaxation)法反復による有 限差分法で数値計算して求めた。差分格子点は、内管 が静止している場合 ( $U^*=0$ )の解<sup>1),7),8)</sup>と平均ヌッセ ルト数で10<sup>-3</sup>の精度まで一致するように、バイポーラ 座標系(直交曲線座標系)で( $\xi,\eta$ )方向に最低80×160 個を一様に配置した。また、式(12)と式(19)の積分は、 台形則で計算した。Table 1 に内管が静止している場 合 ( $U^*=0$ )の解について従来の研究との比較を示し ている。数値計算の精度は平均ヌッセルト数で評価す ると10<sup>-3</sup>のオーダーである。

Table 1 Comparison of the average Nusselt numbers  $\overline{Nu_{II}}$  and  $\overline{Nu_{00}}$  for the case of a stationary core ( $U^*=0$ ) with Trombetta's numerical results (Shah and London<sup>1)</sup>)

$U^* = 0$		Present	study	Trombetta			
α	ε	$\overline{Nu_{ii}}$	$Nu_{00}$	$\overline{Nu_{ii}}$	$\overline{Nu_{00}}$		
0.2	0.2	7.136	4.220	7.136	4.221		
	0.4	5.141	3.346	5.140	3.347		
	0.6	3.837	2.933	3.836	2.932		
	0.8	2.973	2.837	2.971	2.831		
	0.9	2.576	2.843	2.578	2.829		
0.5	0.2	3.218	2.645	3.218	2.645		
	0.4	1.552	1.353	1.552	1.353		
	0.6	1.005	0.9710	1.005	0.971		
	0.8	0.7515	0.8369	0.7516	0.837		
	0.9	0.6513	0.7935	0.6514	0.794		
0.8	0.2	0.5670	0.5310	0.5670	0.531		
	0.4	0.1927	0.1844	0.1927	0.184		
	0.6	0.1173	0.1164	0.1173	0.116		
	0.8	0.08807	0.09183	0.0881	0.092		
	0.9	0.07726	0.08306	0.0774	0.083		



のパラメータ範囲で行っている. なお,  $U_{cr}^{*}$ は,  $\epsilon = 0$ (同 心環状流路)の場合に摩擦係数 f が零, つまり(-dP/dz)=0となる  $U^{*}$ の値である(前報<sup>60</sup>参照).

#### 3.2 温度分布

Fig. 4~6は、内管のみが一様に加熱される場合 (Case A) と外管のみが一様に加熱される場合(Case B)の偏心環状流路の対称面上の流体の無次元温度と 無次元バルク温度の差 ( $\theta - \theta_0$ )の分布をそれぞれ、 $\alpha$ が0.2, 0.5, 0.8の場合について示したものである。内 管の偏心が増大するにつれて壁面温度の周方向分布の 不均一さが大きくなり、また、それぞれの図中には、 伝熱面の周方向平均無次元温度のと無次元バルク温度 θ<sub>b</sub>との差と伝熱面の最大無次元温度θ<sub>imax</sub>と無次元バ ルク温度 みとの差を示している.なお, 一 みはヌッセ ルト数の逆数の1/2である。図に示すように、壁面温度 の最大値が環状流路の最も狭い部分 ( $\xi = \pi$ ) で、Case A では内管表面側に, Case B では外管表面側にあら われるが、U\*が大きい程、その大きさは減少する。ま た, Case A, Case B のいずれの場合も, 偏心率εが増 加すると、環状流路の最も狭い部分の温度および周方 向の温度の偏りが増大する. さらにこれらの図は、U\* <0の場合には環状流路の広い部分において $\theta - \theta_0$ の 最小値が存在することも示している.

#### 3.3 ヌッセルト数

Table 2 にヌッセルト数の計算結果を示す.

Fig. 7 および 8 は,周方向平均ヌッセルト数 $\overline{Nu_{jj}}$ に 及ぼす偏心率 $\epsilon$ と内管の相対速度 $U^*$ の影響を,それぞ れ Case A と Case B の場合について示したものであ



Fig. 3 Definitions of  $r_j$  and  $\phi_j$  (j=i or j=o).



Fig. 4 Dimensionless temperature profiles in the plane of symmetry across the eccentric annular duct for a=0.2.

る. Fig. 4~6の温度分布の $\epsilon$ と  $U^*$ に関する傾向から 推測されるように、平均ヌッセルト数の大きさは Case A の場合には内管が偏心するにつれて小さくなり、内 管の相対速度  $U^*$ が大きくなると増大するが、Case B の場合には Fig. 8 に示すように平均ヌッセルト数は $\epsilon$  と U\*に関して単調な変化はしない。

Fig. 9 および10は、周方向平均ヌッセルト数の比  $\overline{Nu_{jj}}/\overline{Nu_{jj(\varepsilon=0)}}$ の偏心率 $\varepsilon$ に対する変化を、それぞれ Case A と Case B の場合について示したものである。  $\overline{Nu_{jj}}/\overline{Nu_{jj(\varepsilon=0)}}$ の値は、内管が偏心すると加熱条件



Fig. 5 Dimensionless temperature profiles in the plane of symmetry across the eccentric annular duct for a=0.5.

(Case A または Case B) に依らずおおむね小さくな り(ただし, Case B で  $U^* \leq 0$ の場合には,  $\alpha = 0.2$ や0.5 で減少して再び増加する傾向がある), その効果は $\alpha$ が 大きいほど大きくなる。また,  $\overline{Nu_{ij}}/\overline{Nu_{iji}}(\epsilon=0)$ の値は, 内管の相対速度 $U^*$ が増大した場合には加熱条件に依 らず常に増大することがわかる.

#### 4.結 論

内管が軸方向に動く偏心環状流路内の流体力学的お よび熱的に十分に発達した層流熱伝達の理論解を,第



(a) Case A

(b) Case B

Fig. 6 Dimensionless temperature profiles in the plane of symmetry across the eccentric annular duct for  $\alpha = 0.8$ .

2種の熱的境界条件に対して,バイポーラ座標系で有限差分法により数値的に求めた。得られた温度の数値 解から,流体温度,壁面温度およびヌッセルト数に及 ぼす内管の偏心率と相対速度の影響をパラメータの広 い範囲で検討した。流体と壁面の温度は内管の偏心に 著しく敏感で,偏心の度合が大きくなるにつれて流体 温度の分布と壁面温度の周方向不均一性が増大し、そ の結果、ヌッセルト数は減少するが、このような偏心 の効果は、特に、内管の相対速度が小さく半径比が大 きい場合に顕著にあらわれることが明らかとなった.

本研究の計算結果の整理に際して,当時大学院生の 去川淳一君,学部4年生の小林文武・築山英明両君の

Table 2 Numerical values of average Nusselt numbers,  $\overline{\textit{Nu}_{II}}$  and  $\overline{\textit{Nu}_{oo}}$ 

· · · ·				· · · ·	a=	0.2						
	$U^* = -2$ $U^* = -1$		U*=0		$U^* = +1$		$U^* = +2$		$U^* = +3$			
ε	$\overline{Nu_{ii}}$	$\overline{Nu_{oo}}$	$\overline{Nu_{ii}}$	$\overline{Nu_{00}}$	$\overline{Nu_{ii}}$	$\overline{Nu_{00}}$	$\overline{Nu_{ii}}$	$\overline{Nu_{oo}}$	$\overline{Nu_{ii}}$	$\overline{Nu_{oo}}$	$\overline{Nu_{ii}}$	$\overline{Nu_{oo}}$
0.0	6.938	5.982	7.667	5.446	8.499	4.883	9.447	4.334	10.53	3.825	11.75	3.368
0.01	6.933	5.971	7.663	5.440	8.495	4.879	9.444	4.332	10.53	3.824	11.75	3.368
0.05	6.812	5.779	7.550	5.334	8.393	4.829	9.356	4.312	10.46	3.819	11.71	3.367
0.1	6.466	5.266	7.223	5.037	8.095	4.682	9.100	4.254	10.25	3.803	11.57	3.364
0.15	5.979	4.623	6.752	4.632	7.655	4.468	8.709	4.165	9.931	3.778	11.33	3.360
0.2	5.439	3.999	6.215	4.200	7.136	4.220	8.230	4.056	9.521	3.745	11.02	3.354
0.3	4.431	3.044	5.165	3.448	6.067	3.732	7.180	3.814	8.545	3.666	10.20	3.336
0.4	3.660	2.474	4.316	2.934	5.141	3.346	6.186	3.592	7.514	3.579	9.191	3.312
0.5	3.118	2.165	3.686	2.628	4.408	3.086	5.335	3.418	6.535	3.495	8.090	3.282
0.6	2.738	2.020	3.223	2.471	3.837	2.933	4.623	3.294	5.643	3.417	6.972	3.246
0.7	2.461	1.985	2.867	2.415	3.375	2.858	4.015	3.210	4.833	3.346	5.884	3.205
0.8	2.239	2.026	2.570	2.431	2.973	2.837	3.468	3.153	4.081	3.275	4.845	3.156
0.9	2.028	2.126	2.280	2.493	2.576	2.843	2.926	3.101	3.341	3.194	3.833	3.089
0.95	1.899	2.189	2.107	2.529	2.345	2.841	2.619	3.063	2.935	3.135	3.297	3.036
a=0.5												
	$U^* = -2$		$U^* = -1$		$U^{*}=0$		U*=	=+1	U*=	=+2	U*=	+2.5
ε	$\overline{Nu_{ii}}$	$\overline{Nu_{oo}}$	$\overline{Nu_{II}}$	$\overline{Nu_{oo}}$	$\overline{Nu_{ii}}$	$\overline{Nu_{00}}$	$\overline{Nu_{ii}}$	$\overline{Nu_{00}}$	$\overline{Nu_{ii}}$	$\overline{Nu_{00}}$	$\overline{Nu_{ii}}$	$\overline{Nu_{00}}$
0.0	4.289	6.479	5.117	5.803	6.181	5.037	7.559	4.291	9.353	3.626	10.44	3.330
0.01	4.272	6.422	5.101	5.773	6.166	5.023	7.547	4.287	9.354	3.625	10.44	3.330
0.05	3.905	5.322	4.734	5.155	5.820	4.740	7.254	4.188	9.148	3.604	10.30	3.323
0.1	3.095	3.503	3.881	3.890	4.966	4.046	6.481	3.912	8.586	3.540	9.901	3.302
0.15	2.330	2.281	3.018	2.807	4.023	3.287	5.528	3.541	7.795	3.439	9.290	3.266
0.2	1.765	1.579	2.339	2.069	3.218	2.645	4.619	3.149	6.914	3.311	8.537	3.215
0.3	1.113	0.9189	1.507	1.277	2.142	1.801	3.234	2.469	5.253	3.007	6.874	3.073
0.4	0.8008	0.6529	1.087	0.9241	1.552	1.353	2.371	1.990	3.957	2.684	5.316	2.878
0.5	0.6392	0.5314	0.8602	0.7523	1.215	1.109	1.830	1.670	3.013	2.375	4.030	2.639
0.6	0.5489	0.4750	0.7270	0.6657	1.005	0.9710	1.471	1.452	2.325	2.091	3.033	2.370
0.7	0.4950	0.4532	0.6415	0.6240	0.8617	0.8892	1.212	1.294	1.810	1.830	2.273	2.081
0.8	0.4595	0.4523	0.5796	0.6074	0.7515	0.8369	1.007	1.167	1.406	1.584	1.690	1.782
0.9	0.4299	0.4638	0.5244	0.6023	0.6513	0.7935	0.8251	1.046	1.068	1.337	1.224	1.471
0.95	0.4114	0.4702	0.4915	0.5975	0.5945	0.7649	0.7285	0.9731	0.9034	1.198	1.010	1.297
<i>a</i> =0.8												
	$U^* = -2$ $U^* = -1$		1	U*=0		$U^* = +1$		$U^* = +2$				
ε	$\overline{Nu_{ii}}$	$\overline{Nu_{oo}}$	$\overline{Nu_{II}}$	$\overline{Nu_{oo}}$	$\overline{Nu_{II}}$	$\overline{Nu_{oo}}$	$\overline{Nu_{ii}}$	$\overline{Nu_{oo}}$	$\overline{Nu_{ii}}$	$\overline{Nu_{oo}}$		
0.0	3.507	6.808	4.377	6.089	5.578	5.237	7.270	4.404	9.675	3.669		
0.01	3.373	6.258	4.239	5.797	5.447	5.112	7.162	4.364	9.616	3.662		
0.05	1.766	2.140	2.423	2.705	3.485	3.259	5.286	3.585	8.385	3.498		
0.1	0.7214	0.7140	1.052	1.032	1.659	1.548	2.929	2.317	5.988	3.069		
0.15	0.3735	0.3489	0.5548	0.5226	0.9045	0.8448	1.704	1.478	4.057	2.549		
0.2	0.2305	0.2108	0.3442	0.3194	0.5670	0.5310	1.094	0.9987	2.796	2.026		
0.3	0.1206	0.1091	0.1795	0.1657	0.2948	0.2786	0.5679	0.5470	1.480	1.334		
0.4	0.08110	0.07371	0.1194	0.1109	0.1927	0.1844	0.3606	0.3583	0.8891	0.8926		
0.5	0.06333	0.05817	0.09167	0.08627	0.1442	0.1403	0.2582	0.2632	0.5827	0.6227		
0.6	0.05439	0.05073	0.07704	0.07375	0.1173	0.1164	0.1990	0.2077	0.4043	0.4496		
0.7	0.04969	0.04726	0.06853	0.06703	0.1003	0.1013	0.1600	0.1710	0.2904	0.3319		
0.8	0.04714	0.04594	0.06297	0.06319	0.08807	0.09183	0.1310	0.1436	0.2117	0.2470		
0.9	0.04540	0.04561	0.05832	0.06039	0.07726	0.08306	0.1062	0.1196	0.1525	0.1809		

援助を受けたことを記して謝意を表する。

#### 参考文献

1) Shah, R. K. and London, A. L., "Laminar Flow Forced Convection in Ducts", *Advances in Heat*  Transfer, Supplement 1, Academic Press, New York, 284-340 (1978).

2) Shigechi, T., Kawae, N. and Lee, Y., "Turbulent Fluid Flow and Heat Transfer in Concentric Annuli With Moving Cores", *Int. J. Heat* 



Fig. 7 Effect of the relative velocity  $U^*$  on the averaged Nusselt number  $\overline{Nu_{\text{H}}}$  (Case A) vs. the eccentricity  $\varepsilon$  for  $\alpha$ =0.2, 0.5 and 0.8.

Mass Transfer, 33, 2029-2037 (1990).

- Shigechi, T. and Lee, Y., "An Analysis on Fully Developed Laminar Fluid Flow and Heat Transfer in Concentric Annuli With Moving Cores", Int. J. Heat Mass Transfer, 34, 2593 -2601 (1991).
- 4) Lee, Y. and Shigechi, T., "Heat Transfer in Concentric Annuli With Moving Cores-Fully Developed Turbulent Flow With Arbitrarily Prescribed Heat Flux", *Int. J. Heat Mass Transfer*, **35**, 3488-3493 (1992).
- 5) Shigechi, T., Araki, K. and Lee, Y., "Laminar Heat Transfer in the Thermal Entrance Regions of Concentric Annuli With Moving Heated Cores", ASME Journal of Heat Transfer, 115, 1061-1064 (1993).
- 6) 茂地徹,桃木悟, Lee, Y., "内管が軸方向に動く偏



Fig. 8 Effect of the relative velocity  $U^*$  on the averaged Nusselt number  $\overline{Nu_{00}}$  (Case B) vs. the eccentricity  $\varepsilon$  for  $\alpha=0.2$ , 0.5 and 0.8.

心環状流路内の十分に発達した層流の厳密解",長 崎大学工学部研究報告,24,43,141-151 (1994).

- Trombetta, M. L., "Laminar Forced Convection in Eccentric Annuli", *Int. J. Heat Mass Transfer*, 14, 1161-1173 (1971).
- 8) 鈴木健二郎, Szmyd, J. S., 大塚弘雅, "偏心環状 流路における層流熱伝達", 機論(B), 56, 3445 -3450 (1990).



Fig. 9 Effect of the relative velocity  $U^*$  on the average Nusselt number ratio  $\overline{Nu_{\rm II}}/\overline{Nu_{\rm II}}_{\epsilon=0}$  (Case A) vs. the eccentricity  $\epsilon$  for  $\alpha=0.2$ , 0.5 and 0.8.



Fig. 10 Effect of the relative velocity  $U^*$  on the average Nusselt number ratio  $\overline{Nu_{\infty}}/\overline{Nu_{\infty}}_{c=0}$  (Case B) vs. the eccentricity  $\varepsilon$  for  $\alpha=0.2$ , 0.5 and 0.8.