

# 磁束オブザーバに基づく制御電流源駆動誘導電動機

## ベクトル制御系の解析

辻 峰 男\* ・ 李 漢 強\*\*  
小 淵 太 樹\*\*\* ・ 泉 勝 弘\*  
山 田 英 二\*

### Analysis of a Flux Observer Based Vector Control System of an Induction Motor Driven by Controlled Current Source

by

Mineo TSUJI\*, Hanqiang LI\*\*, Taiki KOBUCHI\*\*\*,  
Katsuhiko IZUMI\* and Eiji YAMADA\*

In order to improve the robustness against the parameter change, a flux observer based vector control system has been proposed in the literature. However, the relation between the conventional vector control and the observer based one is not evident, because the former is composed of the induction motor model in rotating reference frame and the stationary one is used in the latter. In this paper, a vector control system using the stationary reference frame model and an observer based vector control system using the rotating one are proposed and the relation between them are made clearly. Furthermore, the flux observer based vector control system is analyzed taking account of a PI speed controller. The trajectories of the poles and zeros of the speed transfer function are computed by a linear model and the transient characteristics are discussed.

#### 1. ま え が き

誘導電動機のベクトル制御は、トルクの瞬時制御を可能とし、実用化が進展している。しかし、制御に用いる二次抵抗の値が実際値と異なると、特性が劣化する問題点がある。これを改善するため磁束オブザーバに基づくベクトル制御系が提案されている<sup>1)</sup>。ところがこれまで、オブザーバとベクトル制御の関係について、あまり明確ではなかった。これは、オブザーバが主として静止座標系によって構成されているのに対して、ベクトル制御は回転座標系（滑り周波数制御形）として構成されているためである。そこで本論文では、

静止座標系での誘導機のモデルを用いたベクトル制御や回転座標系で表現したオブザーバに基づくベクトル制御系を示して、これらの関係を明確にする。ところで、筆者らは先に磁束オブザーバに基づくベクトル制御系の定常及び安定解析を行ったが、回転速度の変動は無視していた<sup>2)</sup>。本論文では、PI速度制御器を考慮した磁束オブザーバに基づくベクトル制御系の定常及び安定解析についても述べる。

#### 2. 磁束オブザーバとベクトル制御の関係

本論文においては、固定子電流を瞬時に制御できる

平成6年4月28日受理

\* 電気情報工学科 (Department of Electrical Engineering and Computer Science)

\*\* 大学院海洋生産科学研究科 (Graduate School of Marine Science and Engineering)

\*\*\* 電気情報工学専攻 (Graduate Student, Department of Electrical Engineering and Computer Science)



力電圧と電圧モデルによる演算値との誤差修正項を加えて磁束が演算される点が異なっている。Fig. 3の磁束オブザーバを用いてベクトル制御系を構成するには、演算した磁束の方向に基づいて  $d-q$  軸電流  $i_{sd}^*$ ,  $i_{sq}^*$  を流せばよい。このときのベクトル制御系を Fig. 4 に示す。Fig. 1の制御系に誤差修正項を加えたものが Fig. 4 である。Fig. 4で、 $\theta^*$ に同期して回転する  $d-q$  軸を考えると、 $\psi_{r0}^* = 0$  とおけば、(6)式は以下ようになる。

$$\begin{bmatrix} e_{sd}^* \\ e_{sq}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s^* + \sigma_r^* M'^{*2} / L_r^* + \sigma^* L_s p & * \\ \omega^* \sigma^* L_s^* & * \\ -\omega^* \sigma^* L_s^* & * \\ r_r^* + \sigma_r^* M'^{*2} / L_r^* + \sigma^* L_s p & * \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd}^* \\ i_{sq}^* \end{bmatrix} + \frac{M'^*}{L_r^*} \begin{bmatrix} -\sigma_r^* \\ \omega_r \end{bmatrix} \psi_{rd}^* \quad (8)$$

また、(7)式は、次式のように変換される。

$$p \begin{bmatrix} \psi_{rd}^* \\ \psi_{rq}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sigma_r^* & \omega^* - \omega_r \\ \omega_r - \omega^* & -\sigma_r^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^* \\ \psi_{rq}^* \end{bmatrix} + \sigma_r^* M'^* \begin{bmatrix} i_{sd}^* \\ i_{sq}^* \end{bmatrix} + K \begin{bmatrix} e_{sa}^* - e_{sd}^* \\ e_{sq}^* - e_{sq}^* \end{bmatrix} \quad (9)$$

(9)式で、 $\psi_{rq}^* = 0$  とおいて以下の式が得られる。

$$p \psi_{rd}^* = -\sigma_r^* \psi_{rd}^* + \sigma_r^* M'^* i_{sd}^* + K_1 (e_{sa}^* - e_{sd}^*) - K_2 (e_{sq}^* - e_{sq}^*) \quad (10)$$

$$\omega^* = \omega_r + \sigma_r^* M'^* i_{sq}^* / \psi_{rd}^* + K_2 (e_{sa}^* - e_{sd}^*) / \psi_{rd}^* + K_1 (e_{sq}^* - e_{sq}^*) / \psi_{rd}^* \quad (11)$$

(8), (10), (11)式によるベクトル制御系を Fig. 5 に示す。Fig. 4 と Fig. 5 は、静止座標系で構成するか回転

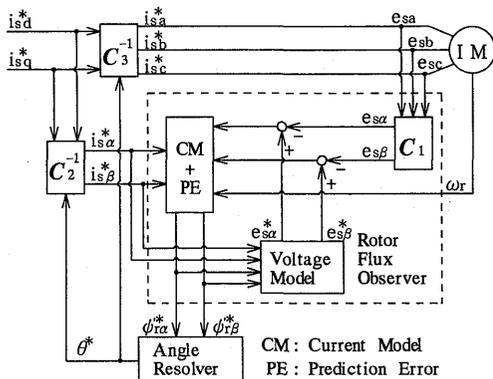


Fig. 4 Observer based vector control system (stationary reference frame).

座標系で構成するかの違いだけで、両者は等価である。Fig. 5 に、PI 速度制御器を付加すると Fig. 6 が得られる。本論文では、Fig. 6 の解析を行う。

### 3. パラメータ変動を考慮した解析

Fig. 6 のベクトル制御系について、一次抵抗や二次抵抗のパラメータ変化を考慮した解析法を提案する。

#### 3. 1 系の記述

解析に際し以下の仮定を設ける。

- (i) 電流制御は理想的で、瞬時に制御できる。
- (ii) 一次抵抗  $r_s$ , 二次抵抗  $r_r$  の変化のみ考慮し、他のパラメータはノミナル値とする。

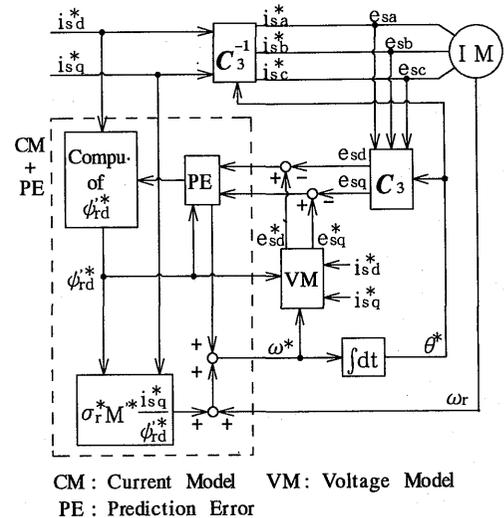


Fig. 5 Observer based vector control system (Rotating reference frame).

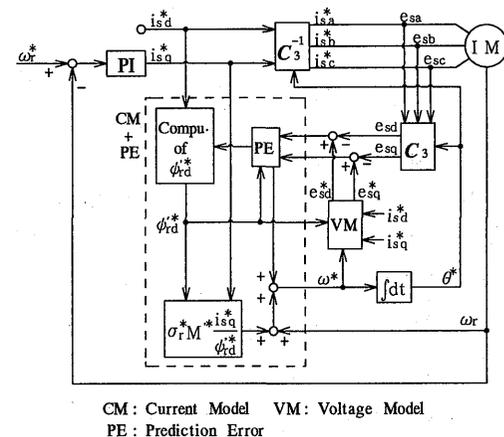


Fig. 6 Observer based vector control system with a speed controller.

PI 速度制御器について以下の式が得られる。

$$i_{sq}^* = K_p(\omega_r^* - \omega_r) + K_i e_s \quad (12)$$

$$p e_s = \omega_r^* - \omega_r \quad (13)$$

$\theta^*$ に同期して回転する座標系において、誘導機の式は次式で与えられる。

$$p \begin{bmatrix} \psi'_{rd} \\ \psi'_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sigma_r & \omega_r^* - \omega_r \\ \omega_r - \omega_r^* & -\sigma_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi'_{rd} \\ \psi'_{rq} \end{bmatrix} + \sigma_r M' \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} e_{sd} \\ e_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s + \sigma_r M'^2 / L'_r + \sigma L_s p & * \\ & \omega_r^* \sigma L_s \\ * & -\omega_r^* \sigma L_s \\ r_s + \sigma_r M'^2 / L'_r + \sigma L_s p & * \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} + \frac{M'}{L'_r} \begin{bmatrix} -\sigma_r & -\omega_r \\ \omega_r & -\sigma_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi'_{rd} \\ \psi'_{rq} \end{bmatrix} \quad (15)$$

(8), (15)式より, 仮定(i), (ii)を考慮して次式が得られる。

$$e_{sd}^* - e_{sd} = b i_{sd}^* - a(\sigma_r^* \psi'_{rd} - \sigma_r \psi'_{rd} - \omega_r \psi'_{rq}) \quad (16)$$

$$e_{sq}^* - e_{sq} = b i_{sq}^* + a(\omega_r \psi'_{rd} - \omega_r \psi'_{rd} + \sigma_r \psi'_{rq}) \quad (17)$$

ただし,

$$a = \frac{M'}{L'_r}$$

$$b = r_s^* - r_s + (\sigma_r^* - \sigma_r) \frac{M'^2}{L'_r}$$

また, 機械系の運動方程式は, 次式で与えられる。

$$p \omega_r = \frac{P^2 M'}{4 J L'_r} (i_{sq}^* \psi'_{rd} - i_{sd}^* \psi'_{rq}) - \frac{R_w}{J} \omega_r - \frac{P}{2 J} T_L \quad (18)$$

(10), (11), (12), (13), (14), (16), (17), (18)式により系が記述できたことになる。

### 3. 2 非線形応答の計算

$i_{sa}^*$ は一定と仮定し, 負荷トルク  $T_L$ や速度指令  $\omega_r^*$ の変化に対する過渡応答を Runge-Kutta 法により求める。状態変数  $x$ として

$$x = [\psi'_{rd}, \psi'_{rd}, \psi'_{rq}, \omega_r, e_s]^T \quad (19)$$

を選ぶ。Runge-Kutta 法を用いる場合には,  $p x$ が順序よく計算できればよく, 以下の手順で求まる。

1. (12)式より  $i_{sq}^*$ を計算する。
2. (16), (17)式より  $e_{sd}^* - e_{sd}$ ,  $e_{sq}^* - e_{sq}$ を計算する。

る。

3. (10)より  $p \psi_{sa}^*$ を計算する。
4. (14)式より  $p \psi'_{rd}$ ,  $p \psi'_{rq}$ を計算する。
5. (18)式より  $p \omega_r$ を計算する。
6. (13)式より  $p e_s$ を計算する。

### 3. 3 定常解析

定常状態では(10), (14)式で  $p=0$ とにおいて, 次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \sigma_r^* + a(K_1 \sigma_r^* + K_2 \omega_r) & -a(K_1 \sigma_r + K_2 \omega_r) \\ 0 & \sigma_r \\ 0 & \omega_r^* - \omega_r \\ \omega_r^* - \omega_r + a(K_2 \sigma_r^* - K_1 \omega_r) & a(K_1 \omega_r - K_2 \sigma_r) \\ a(-K_1 \omega_r + K_2 \sigma_r) & K_2 b \\ \omega_r - \omega_r^* & 0 \\ \sigma_r & -\sigma_r M' \\ a(-K_2 \omega_r - K_1 \sigma_r) & -\sigma_r^* M' - K_1 b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_{rd}^* \\ \psi'_{rd} \\ \psi'_{rq} \\ i_{sq}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_r^* M' + K_1 b \\ \sigma_r M' \\ 0 \\ K_2 b \end{bmatrix} i_{sd}^* \quad (20)$$

上式をクラウト法で解いて定常解を得る。

### 3. 4 線形モデル

$i_{sa}^*$ の変化はないものとして, 状態量の微小変動を考慮することにより線形モデルを導出する。(10), (14), (18)式より次式を得る。

$$p \Delta x_1 = A_1 \Delta x_1 + B_1 \Delta u_1 + B_2 \Delta u_2 + B_3 \Delta u_3 \quad (21)$$

ここで,

$$\Delta x_1 = [\Delta \psi'_{rd}, \Delta \psi'_{rd}, \Delta \psi'_{rq}, \Delta \omega_r]^T$$

$$\Delta u_1 = \Delta i_{sq}^*$$

$$\Delta u_2 = [\Delta \omega_r^*, \Delta e_{sd}^* - \Delta e_{sd}, \Delta e_{sq}^* - \Delta e_{sq}]^T$$

$$\Delta u_3 = \Delta T_L$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\sigma_r^* & 0 \\ 0 & -\sigma_r & * \\ 0 & \omega_r - \omega_r^* & * \\ 0 & P^2 M' i_{sq}^* / (4 J L'_r) \\ & 0 & 0 \\ * & \omega_r^* - \omega_r & -\psi'_{rq} \\ & -\sigma_r & \psi'_{rd} \\ & -P^2 M' i_{sd}^* / (4 J L'_r) & -R_w / J \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma_r M' \\ P^2 M' \phi'_{rd} / (4JL_r) \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -P / (2J) \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0 & K_1 & -K_2 \\ \phi'_{rq} & 0 & 0 \\ -\phi'_{rd} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

また, (11), (16), (17)式より, 次式が得られる.

$$\Delta u_2 = U_x \Delta x_1 + U_u \Delta u_1 \quad (22)$$

ここで,

$$U_x = \begin{bmatrix} c & a(K_2 \sigma_r - K_1 \omega_r) / \phi'_{rd} & * \\ -a \sigma_r^* & a \sigma_r & * \\ a \omega_r & -a \omega_r & * \\ a(K_2 \omega_r + K_1 \sigma_r) / \phi'_{rd} & d & * \\ * & a \omega_r & a \phi'_{rq} \\ * & a \sigma_r & a(\phi'_{rd}^* - \phi'_{rd}) \end{bmatrix}$$

$$U_u = \begin{bmatrix} (\sigma_r^* M' + K_1 b) / \phi'_{rd} \\ 0 \\ b \end{bmatrix}$$

$$c = \frac{\omega_r - \omega^* - K_2 a \sigma_r^* + K_1 a \omega_r}{\phi'_{rd}^*}$$

$$d = 1 + \frac{K_2 a \phi'_{rq} + K_1 a (\phi'_{rd}^* - \phi'_{rd})}{\phi'_{rd}^*}$$

(22)式を(21)式に代入すると, 次式を得る.

$$p \Delta x_1 = (A_1 + B_2 U_x) \Delta x_1 + (B_1 + B_2 U_u) \Delta u_1 + B_3 \Delta u_3 \quad (23)$$

これは, トルク電流指令を入力と考えた系の線形モデルである. PI速度制御器に関する(12), (13)式で, 状態量の微小変動を考えることにより次の線形モデルが得られる.

$$\Delta u_1 = c_1 \Delta x_1 + K_P \Delta r + K_I \Delta e_s \quad (24)$$

$$p \Delta e_s = c_2 \Delta x_1 + \Delta r \quad (25)$$

$$c_1 = [0 \ 0 \ 0 \ -K_P]$$

$$c_2 = [0 \ 0 \ 0 \ -1]$$

$$\Delta r = \Delta \omega_r^*$$

(23), (24), (25)式より, 次式が得られる.

$$p \Delta x = A \Delta x + B \Delta r + B_L \Delta u_3 \quad (26)$$

ここで,

$$\Delta x = [\Delta \phi_{rd}^*, \Delta \phi'_{rd}, \Delta \phi'_{rq}, \Delta \omega_r, \Delta e_s]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} A_1 + B_2 U_x + (B_1 + B_2 U_u) c_1 & * \\ c_2 & * \\ K_I (B_1 + B_2 U_u) & * \\ * & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} K_P (B_1 + B_2 U_u) \\ 1 \end{bmatrix}, B_L = \begin{bmatrix} B_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

また, 出力方程式は次式で与えられる.

$$\Delta y = C \Delta x \quad (27)$$

ただし,

$$\Delta y = \Delta \omega_r, C = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]$$

(26), (27)式より速度伝達関数  $\Delta \omega_r(s) / \Delta \omega_r^*(s)$  の極や零点が計算できる.

#### 4. 解析結果

解析に用いた誘導機のノミナル値は, 2.2kW,  $r_s = 0.662\Omega$ ,  $r'_r = 0.645\Omega$ ,  $L_s = L'_r = 0.086\text{H}$ ,  $M' = 0.082\text{H}$ ,  $J = 0.0617\text{kg}\cdot\text{m}^2$  (含直流機) である. Fig. 7~Fig. 10は, (26)式より求めた速度伝達関数  $\Delta \omega_r(s) / \Delta \omega_r^*(s)$  の極や零点の軌跡で, 一次および二次抵抗値をパラメータとして変化させている.

Fig. 7はオブザーバゲイン  $K_1 = K_2 = 0$  の従来形に相当し, Fig. 8~Fig. 10がオブザーバを用いた場合である. いずれの場合においても, パラメータ変化のない,  $r_s = r_s^*$ ,  $r'_r = r'_r^*$  の場合, 極  $p_1$ ,  $p_2$  と零点  $z_1$ ,  $z_2$  は完全

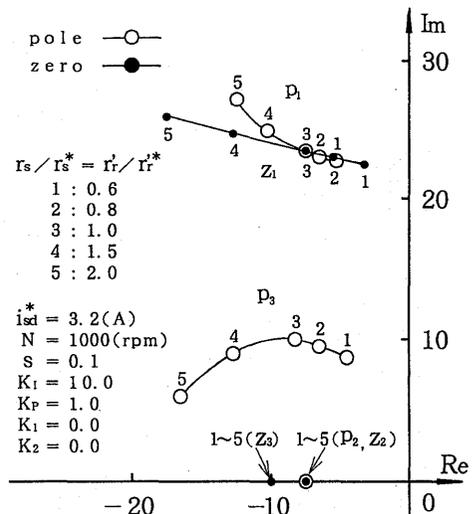


Fig. 7 Trajectories of poles and zeros.

に消去し、トルク伝達関数は定数となる。また、この場合の複素共役極  $p_1$  は次式で与えられる<sup>2)</sup>。

$$\lambda = -(\sigma_r + K_1 \frac{\sigma_r M'}{L_r'} + K_2 \frac{\omega_r M'}{L_r'}) \pm j(\omega^* - \omega_r + K_2 \frac{\sigma_r M'}{L_r'} - K_1 \frac{\omega_r M'}{L_r'}) \quad (28)$$

これらの極と零点は誘導電動機のベクトル制御に関するものである。一方、極  $p_3$  と零点  $z_3$  は、機械系の運動方程式とPI速度制御器に大きく関係している。従来のベクトル制御の場合、極  $p_2$  と零点  $z_2$  は互いに消去されているので、極  $p_1$ 、 $p_3$  と零点  $z_1$ 、 $z_3$  によって過渡特性が決まることになる。この場合、 $p_1$  は二次時定数とすべり周波数によってその値が決まるため、パラメータ変動時の動特性を変えることは不可能である。オブザーバを用いると、Fig. 8 に示すように、極  $p_1$  を自由に設定することができる。 $p_1$  の実部を小さくすることで、多少パラメータが変動しても、この根が過渡特性に及ぼす影響は無視できるようになる。これは、理想的なトルク制御が行われることを意味する。この結果、機械系の運動方程式とPI速度制御器だけで応答が決まることになり、大変に都合が良い。極  $p_3$  は、Fig. 7 では大きく変化するが、Fig. 8 ではほとんど変化せずパラメータ変動の影響をあまり受けない。

Fig. 9 は、慣性モーメントがノミナル値の1/2の場合である。Fig. 8 と比べると極  $p_3$  が大きく変化するだけで、ほかの極や零点はあまり変化していないことがわかる。Fig. 10 は、回転速度  $N=100\text{rpm}$  の場合である。 $K_1$ 、 $K_2$  を  $N=1000\text{rpm}$  の場合と同じ値にしているため、 $p_1$ 、 $z_1$  は

(28)式の極を中心に動くので、適当な位置に移動することが可能である。以上の結果、オブザーバの極は(28)式で設計できることが判明した。オブザーバゲインの選定に関しては、上記の他に定常トルク誤差や観測ノイズが安定性に及ぼす影響を考慮しなくてはならない。

Fig. 11, Fig. 12 は、速度指令  $N^*$  を50rpm ステップ変化させた場合の応答で、それぞれ線形モデルの応答波形、非線形モデルの応答波形である。応答波形を比較すると、良く一致していることから、非線形モデルから線形モデルの導出が正しく行われたことが確認される。

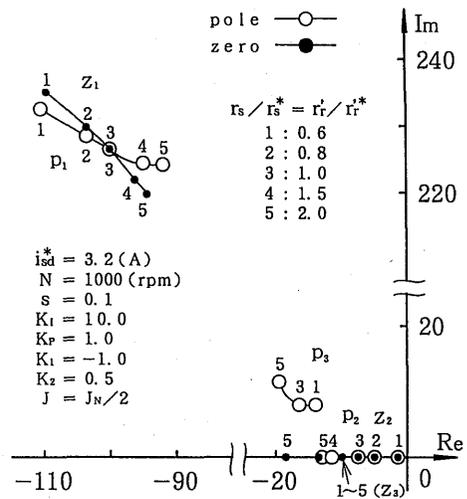


Fig. 9 Trajectories of poles and zeros.

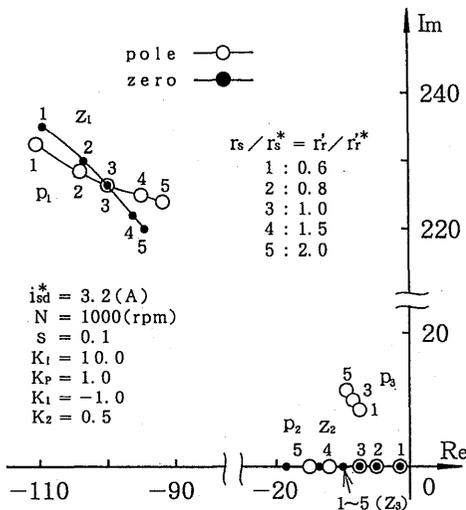


Fig. 8 Trajectories of poles and zeros.

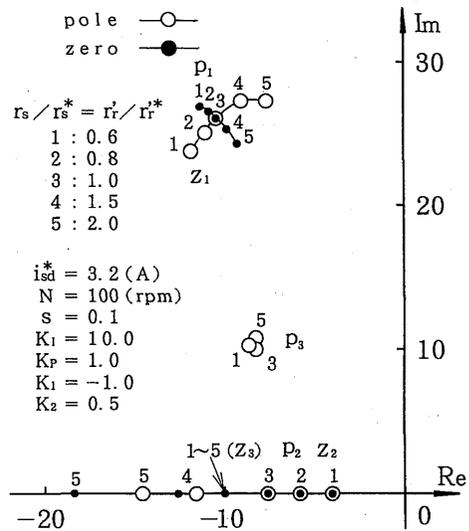


Fig. 10 Trajectories of poles and zeros.

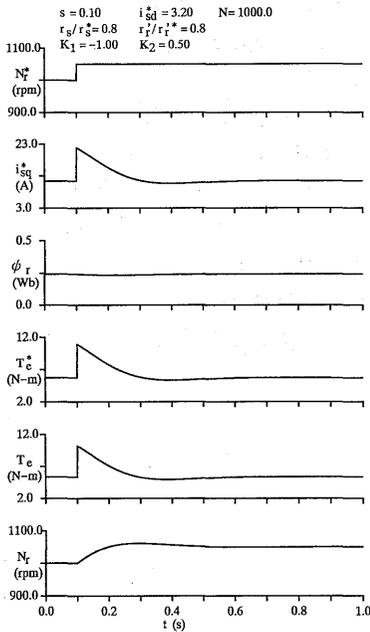


Fig. 11 Transient responses for the step change of speed command (liner model).

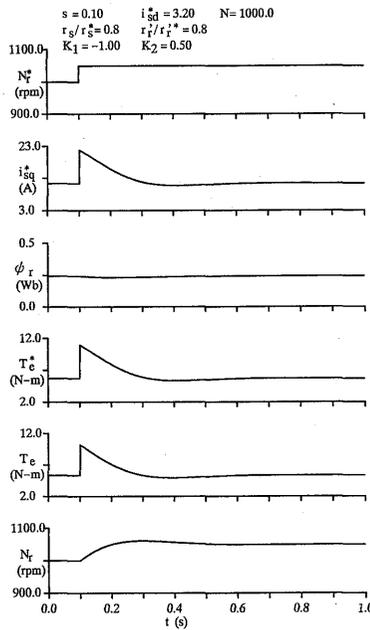


Fig. 12 Transient responses for the step change of speed command (nonliner model).

Fig. 13, Fig. 14 は、非線形モデルにおいて負荷トルクを  $5.0\text{N}\cdot\text{m}$  ステップ変化させた場合の応答である。Fig. 13, Fig. 14 はそれぞれ  $r_s/r_s^* = r_r'/r_r'^*$  が  $0.8$  及び  $1.2$  の場合で、一次及び二次抵抗がともに正しく推定さ

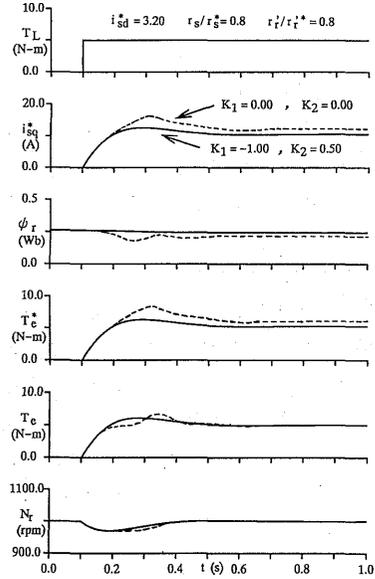


Fig. 13 Transient responses for the step change of load torque.

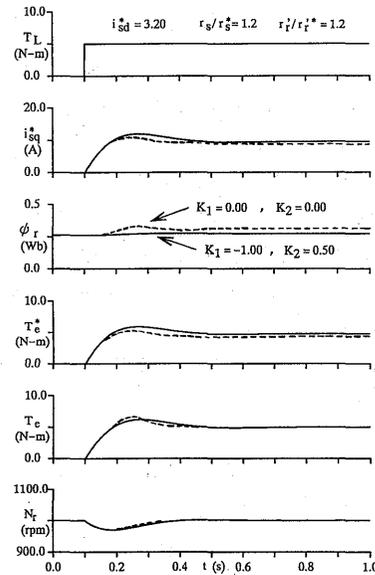


Fig. 14 Transient responses for the step change of load torque.

れていない場合の結果である。従来のベクトル制御 ( $K_1 = K_2 = 0.0$ ) においては、磁束の変動が大きく、回転数の応答が定常状態に早く整定したり、遅くまで整定しなかったりして、抵抗変化の影響を大きく受けることがわかる。一方、オブザーバ方式においては、電流、磁束、回転数の応答は Fig. 13 と Fig. 14 でほとん

ど一致し、抵抗の変化に対しロバストである。

## 5. あとがき

本論文をまとめると以下のようになる。

(1) 静止座標系でのベクトル制御系の構成を新たに示し、磁束オブザーバに基づくベクトル制御系と従来のベクトル制御との関係をより明確にすることができた。

(2) 速度制御器を含めた磁束オブザーバに基づくベクトル制御系の線形モデルを提案した。

(3) 解析の結果、誘導機のベクトル制御に起因する極はオブザーバによって自由に移動でき、機械系の極を考慮して速度制御器が設計できることが判明した。

(4) オブザーバに基づくベクトル制御系では、一次及び二次抵抗が変化しても、設計した速度の応答が得られることが明らかになった。

最後に本研究の図面作成に協力いただいた本学研究生の川藤善彦君に感謝する。また、本研究の一部は文部省科学研究費(一般研究 C)によったことを記し、謝意を表す。

## 参考文献

- 1) 掘・V. Cotter・茅：「誘導電動機の磁束オブザーバに関する制御理論的考察」, 電学論 B, 106, 11 (昭 61) pp. 1001-1008.
- 2) 辻・山田・泉・小山：「磁束オブザーバに基づく制御電流源駆動誘導機のベクトル制御」, 電学論 D, 113, 10 (平 5) pp. 1145-1153.
- 3) G. C Verghese and S. R. Sanders: "Observers for Faster Flux Estimation in Induction Machines", IEEE PESC'85 Rec. (1985) pp. 751-760.

## 付 録

$$C_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 0 & -\sqrt{3}/2 & \sqrt{3}/2 \\ 1 & -1/2 & -1/2 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} \cos \theta^* & \sin \theta^* \\ -\sin \theta^* & \cos \theta^* \end{bmatrix}$$

$$C_3 = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \sin \theta^* & \sin(\theta^* - 2\pi/3) & \sin(\theta^* - 4\pi/3) \\ \cos \theta^* & \cos(\theta^* - 2\pi/3) & \cos(\theta^* - 4\pi/3) \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

$r_s, r_r$ : 一次, 二次抵抗

$L_s, L_r$ : 一次, 二次自己インダクタンス

$M'$ : 相互インダクタンス

$\sigma = 1 - M'^2 / (L_s L_r)$ : 漏れ係数 (0.0909)

$\sigma_r = r_r' / L_r$ : 二次時定数の逆数 (7.5)

$P$ : 極数 (4)

$e_{s\alpha}, e_{s\beta}$ :  $\alpha$  軸,  $\beta$  軸の一次電圧 (静止)

$i_{s\alpha}, i_{s\beta}$ :  $\alpha$  軸,  $\beta$  軸の一次電流

$\phi'_{ra}, \phi'_{rb}$ :  $\alpha$  軸,  $\beta$  軸の二次鎖交磁束

$e_{sd}, e_{sq}$ :  $d$  軸,  $q$  軸の一次電圧 (回転)

$i_{sd}, i_{sq}$ :  $d$  軸,  $q$  軸の一次電流

$\phi'_{rd}, \phi'_{rq}$ :  $d$  軸,  $q$  軸の二次鎖交磁束

$\omega_r$ : 回転角速度 (電気角)

$T_e$ : 発生トルク

$p$ : 微分演算子 (=  $d/dt$ )

$\Delta$ : 微小変動量

$j$ : 虚数単位