

管路における不圧・被圧遷移流の数値解析

西 田 渉* ・ 野 口 正 人*
寺 尾 光 之** ・ 金 子 周 平**A Mathematical Computation of the Transition Flows
between Pressurized and Non-Pressurized Conditions
in Pipes

by

Wataru NISHIDA*, Masato NOGUCHI*, Mitsuyuki TERAOKA**
and Shuhei KANEKO**

The flow condition in pipe has to be ascertained hydraulically in order to attain effective outlet for stormwater through sewers in a sewerage network in urban areas. The transition flows between pressurized and non-pressurized conditions are calculated under two boundary types, namely, inundation of the basin and when water level at the downstream end rising. To calculate the transition flows, two models are used that is, the slot model and a new proposed model which we name it the exact model. Slot model can deal with the pressurized flow as well as the non-pressurized one by assuming the slot on pipe. The exact model describes the flow in the pipe without considering the hypothetical slot. Obtained results from these models show that the exact model can be used transient flow in pipes and the occurrence of the transition flows which influences on the drainage performance. Thus, plans for sewer systems are approached, considering the total management in the basins.

1. 序 論

近年、都市化の進展により雨水の流出形態が大きく変化してきた。都市化による地勢、地形の変化、不透水域の拡大が引き起こす降雨の総流出量、ピーク流量の増加や、ピーク流量発生までの時間の短縮などである。結果として、下水道整備が比較的進んでいる区域でも周辺の都市化の進展が著しい場合には浸水被害の発生が予想される。浸水防止策としては、貯留・遊水施設の造成や雨水の地下浸透施設の普及等が考えられるがこれらの施設による早急な対応は難しい。そこで管路の新設を含めた下水管路網による効率的な排水が考えられる。もちろんそのためには下水道の構造が流れに及ぼす影響を明確にし、下水道流の水理学的特性

を明らかにしておく必要がある。

下水管路流に関する研究はこれまでも盛んに行われてきている。下水道構造物の一つである管路の接続部分に関してはそこでの流れのエネルギー損失に関する研究^{1,2)}、また下水道が管路構造物であるために発生する管渠内の流れの遷移現象に関する研究^{3,4)}などが精力的に進められてきた。しかしこれまでの研究により下水道流のすべての水理現象が明らかにされたわけではない。

ところで管路流の数値解析モデルには、不圧状態での流れと被圧状態での流れをそれぞれの状態毎に別々の式で計算しているものが多い。しかしながら実際の現象は不圧・被圧の状態のいずれかであるかに依らず

平成6年4月28日受理

* 社会開発工学科 (Department of Civil Engineering)

** 大学院修士課程土木工学専攻 (Graduate Student, Department of Civil Engineering)

一組の基礎方程式系で表現される訳であり、解析を進める場合にもそれらのことを考慮した計算手法を採用することが好ましい。また解析手法としては Explicit 型が多く、数値解析上の利点の多い Implicit 型の適用例は少ない。

そこで本研究では、未だ未知の要素の多い下水道流における不圧・被圧遷移流を取り上げ、想定した2つのケースを対象に数値解析を行い、更に各現象を伴うような実際問題についての考察を行った。遷移流解析モデルには、一般的な簡易モデルであるスロットモデルと下水管路をそのままのかたちで表現して解く厳密モデルを用いることにし、両モデルの解析精度についての比較検討を行うことにした。数値解析手法は Implicit 型の有限差分法とし、Box scheme のひとつである Preissmann の4点法によることにした。

2. 管路遷移流の解析モデル

数値解析を実施する際に用いられた基礎方程式を以下に記す。式(1)が連続方程式、(2)が運動方程式(Saint Venant 方程式)である。これらの両方程式は流体力学的な基礎方程式を流水断面で体積分して得られるものであり、流れを1次元解析する際に広く用いられている。

$$\frac{\partial A}{\partial t} + A \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial A}{\partial x} - \int_{\sigma} q_e d\sigma = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(s_x - s_f) - \frac{1}{A} \int_{\sigma} (v_x - v) q_e d\sigma \quad (2)$$

ここに、 t : 時間変数、 x : 空間変数、 A : 流水断面積、 v : 断面平均流速、 g : 重力加速度、 q_e : 単位幅あたりの横流入量、 σ : 潤辺、 h : 水深、 s_x : 河床勾配、 s_f : 摩擦勾配、 v_x : 横流入量の流軸方向成分である。つぎに各遷移流解析モデルの概要について述べる。

2. 1 簡易モデル (スロットモデル) の概要

スロットモデルとは Fig. 1 に示すように、下水管の天井部分に管径と比較して十分小さい幅のスロットを仮想的に取り付けて下水管路流を解こうとするものである⁴⁻⁶⁾。この仮想スロットを取り付けることにより下水管路流は水深が管の高さよりも大きい場合についても自由表面を持つ流れとして取り扱われることになる。この仮定により不圧・被圧状態の流れに対する支配方程式は同一のもので良いことになる。スロット内部の流れについては、スロット部分も流水断面の一部と考

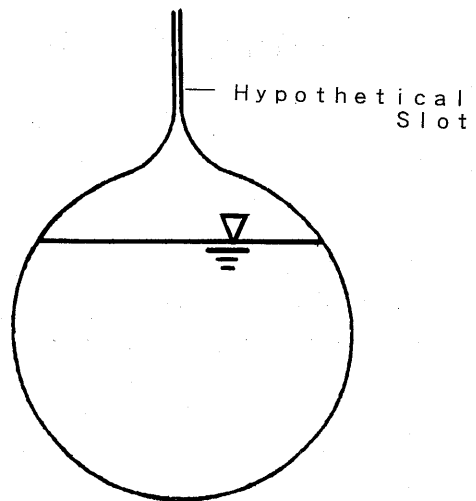


Fig. 1 The schematic view of slot model.

えているので管路部分の平均流速と同じ値を持つものとして取り扱われることになり、結局、遷移流解析を従来の開水路流れと同じ手法で行うことが可能となったが、スロット幅の決定には注意を払う必要がある。スロット幅が適切に評価されない場合、解析精度が落ちてしまうことが考えられるためである。とくに、水位の結果は洪水時の浸水区域の予測精度を大きく左右するものである。スロット幅の決定について渡辺らは下水管路への取り付け管の調圧効果を考慮したかたちで行い、更に見かけ上の摩擦効果を導入することを提案している⁹⁾。今回の解析条件については第3節で詳述されるが、本論のスロット幅は渡辺らの研究を参考にして0.1mとした。またスロット部分の流れに対しても管路内部と同様に壁面摩擦の効果を与えることにした。

2. 2 厳密モデルの概要

ここでいう厳密モデルとは、下水管路流れのモデル化をする上で簡易モデルのスロットのように仮想的なものを考えることなく遷移流を解こうとするモデルである⁷⁾。基礎方程式は式(1)、(2)と同じ形であるが、不圧・被圧流れの2つの状態を区別するための係数 λ を導入した。すなわち、被圧状態での流れは流水断面積が一定となるので、連続方程式の第一項と第三項は0になる。同様に Saint Venant 方程式の水深についても一定値となるので水深の代わりにピエゾ水頭を与えることになる。

$$\lambda \frac{\partial A}{\partial t} + A \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda v \frac{\partial A}{\partial x} - \int_{\sigma} q_e d\sigma = 0 \quad (3)$$

$$\lambda = \begin{cases} 1 : & \text{不圧状態} \\ 0 : & \text{被圧状態} \end{cases}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = g(s_x - s_f) - \frac{1}{A} \int_{\sigma} (v_x - v) q_c d\sigma \quad (4)$$

ここに、 h はピエゾ水頭から管路床の高さを差し引いたものであり、不圧状態では水深に一致する。ここでは、数値解析に有限差分法を用いているので、不圧・被圧の各状態の判定は計算領域内の各節点で計算毎に行われる。管路流の摩擦効果については、不圧状態と被圧状態で異なることが報告されているが⁹⁾、今回の計算では両状態について式(5)により評価できるものとした。

$$s_f = \frac{n^2 v |v|}{R^{4/3}} \quad (5)$$

2. 3 数値解析手法

数値解析手法には Implicit 型の有限差分法を採用することにした。一般に Implicit 型のものは Explicit 型のものに比べて計算の安定条件が緩く、計算時間間隔 (Δt) を比較的大きくとることができる。また計算状態が安定していて発散しにくく、解析結果の精度が良いといわれている。Preissmann の 4 点法は Implicit 型有限差分法の一つで、これまでも 1 次元の開水路非定常流の解析に広く適用され、多くの成果を上げてきている⁹⁾。式(6)、(7)、(8)は、Fig. 2 に示した差分格子を参考に離散化された結果である。

$$f = \phi \{ (1 - \theta) f_{j+1}^n + \theta f_{j+1}^{n+1} \} + (1 - \phi) \{ (1 - \theta) f_j^n + \theta f_j^{n+1} \} \quad (6)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\theta (f_{j+1}^{n+1} - f_{j+1}^n) + (1 - \theta) (f_{j+1}^n - f_j^n)}{\Delta x} \quad (7)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\phi (f_{j+1}^{n+1} - f_{j+1}^n) + (1 - \phi) (f_j^{n+1} - f_j^n)}{\Delta t} \quad (8)$$

ここに、 x : 空間変数、 Δx : 空間差分間隔、 t : 時間変数、 Δt : 時間差分間隔、 ϕ : 空間方向の重み係数 ($0 \leq \phi \leq 1$)、 θ : 時間方向の重み係数 ($0 \leq \theta \leq 1$) である。Preissmann の 4 点法による離散精度は、 ϕ と θ がともに 0.5 の時に Crank-Nicholson scheme に相当し Δt , Δx に関して 2 次の正確度で、それ以外の時には 1 次の正確度である。また計算の安定条件は、 θ が 0.5 以上の場合には無条件に安定条件を満たし、0.5 未満で条件付き安定となる¹⁰⁾。

このスキームを支配方程式(1)～(4)に適用すると連

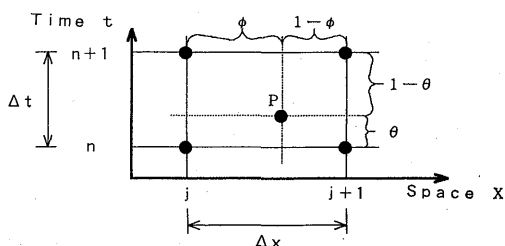


Fig. 2 The grid for Preissmann four point numerical scheme.

立非線形方程式となり、計算領域が $N+1$ 個に分割されている場合には上流端、下流端の各境界条件に関する方程式が付加され、全部で $2N$ 個の非線形連立方程式が解かれることになる。これらの連立非線形方程式を Newton-Raphson 法により解くことにした。この手法は、初期条件が収束半径内になかったり、解かれる方程式やその導関数が不連続であるときには計算が振動や発散を起こすことがあるため、計算開始時点には不圧状態である平常時のものを選んだ。また、計算で必要となる管路の幾何形状と水深との関係は最小二乗法を用いて断面の特性をよく表現できるような関数で近似することにした。

3. 数値解析の結果と考察

ここでは想定した 2 つの状況下での下水道の遷移流解析を前記のスロットモデルと厳密モデルを用いて行った。ただし、いずれの場合も管路の物理条件は以下のとおりである。

管路の内径 : 2.00m

〃 長さ : 975m

管路床勾配 : 1/500

空間差分間隔 (Δx) : 25m

時間差分間隔 (Δt) : 120sec

Manning の粗度係数はコンクリート壁に相当する $0.012 (\text{sec}/\text{m}^{1/3})$ とした。空間方向の重み係数 θ は 0.5 とし、時間方向の重み係数 ϕ は、開水路流れに対するこれまでの解析例を参考にして 0.53 とした。

初めに上流端条件を変化させ下流端条件を一定水位として計算を行った。Fig. 3 には上流端で与えた境界条件が示されている。本図から明らかなように、境界条件は流れの状態が不圧～被圧～不圧へと変化するように入力されている。

数値計算結果を Fig. 4 から Fig. 6 に示す。Fig. 4 と Fig. 5 は水位、流量、流速の計算結果の空間分布を示しており、Fig. 6 は管路の中央付近の節点である節点 $J=20$ での同物理量の結果の時間変化を示している。各

図には、スロットモデルと厳密モデルの計算結果が併記してある。計算のフローは、まず適当な初期条件を与えた後に定常な境界条件を与えて定常流の繰り返し計算を行い、つぎにこの繰り返し計算が収束条件を満足した時点での各値を初期状態とみなして境界条件を変化させて計算を行っている。そのため計算開始後 $t=6\text{min}$ に相当する Fig. 4 において流れは管路の全域で不圧状態となっており、水位、流速、流量の計算結果は空間方向にほぼ一様な値となっている。Fig. 5 は更に計算を進め上流端水位が最高となった時のもので、

管路内に不圧・被圧の両状態が存在している結果である。上流側で被圧状態となっているのは与えた上流端境界条件を考慮すると当然の結果といえる。下流側で不圧状態となっていることについても同様な考察がなされる。下流端付近で流速が増加しているのは下流端水位を一定として与えたため流水断面積が変化せず、流量の増分に対して流速が増加したためと考えられる。Fig. 3 と Fig. 6 とを対比してみると、管路中央付近での各水理量の変化の過程は上流端条件に大きく依存したものとされていることがわかる。被圧状態が発生す

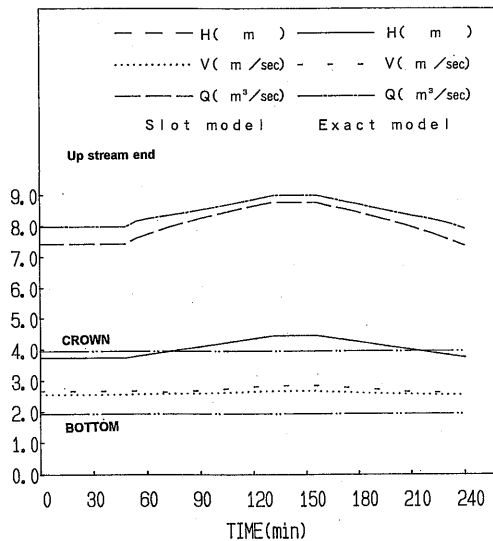


Fig. 3 The upstream boundary condition on case I.

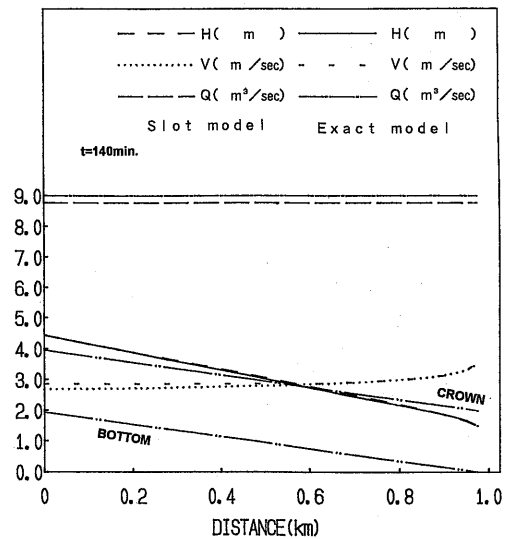


Fig. 5 The spatial distribution of each values along the pipe at $t=140\text{min}$.

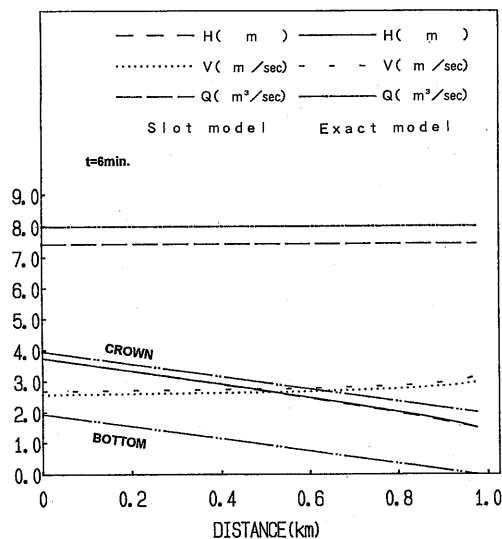


Fig. 4 The spatial distribution of each values along the pipe at $t=6\text{min}$.

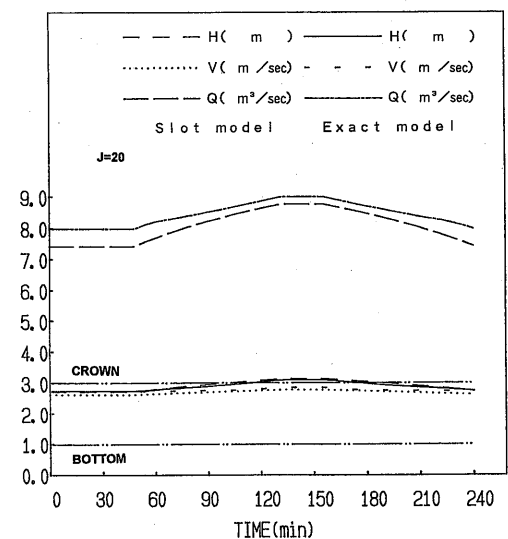


Fig. 6 The time variation at joint number 20.

るような節点では、管路断面の変化がスロットモデルでは微小、厳密モデルでは不変であるために流量の増加に比例して流速が増加している。Fig. 5 と Fig. 6 に記された流速と水位の計算結果についてみると、両モデルによる結果は同程度の値となっているものの、流量の結果はそれらと比べて差が大きいものとなった。原因としてはスロットモデルに対して数値解析の都合上、本管とスロットとを緩やかに擦り付けたものとなっていること、これに関連して両モデルの管路形状を表す関数に若干の違いがあったためと考えている。

ところで上流側の水位上昇が引き起こす不圧・被圧遷移状態は、実際の問題としては豪雨時に流域に浸水区域が発生したものに相当し、十分考えられる状態である。上の解析結果によると上流端の水位の変化により管路内の流量にも変化が生じており、上流の水位上昇で生じた水位差により管路流量も増加している。このことから上流端のみで水位の上昇があった場合には、下水管路の疎通能力に応じた流量の排水が行われるものと考えられ、効率的な下水管路を敷設することで流域内の浸水範囲は減ぜられるものと考えられる。

つぎに、下流端条件を変化させ上流端水位を一定にした場合の計算を行った。このような問題は、下水管の下流端に存在する河川の水位が潮位の変動や流域への降水が流入してくるなどの理由で変化した時の下水道流に与える影響を評価することに相当する。下流端境界条件は Fig. 7 に示すとおりで、先のケースと同様に不圧～被圧～不圧の順で変化するように与えられてい

る。上流端境界条件は一定水位(3.5m)を与えている。

数値解析結果を Fig. 8 から Fig. 10 に示す。先の結果の表示と同様に、Fig. 8 と Fig. 9 には水位、流速、流量の空間分布が、Fig. 10 には管路の中央付近の節点 $J=20$ での時間変化が示されており、またスロットモデルと厳密モデルによる計算結果が併記されている。計算のフローは先のケースと同じ要領で進められているため、計算開始後 6 分に相当する結果を示す Fig. 8 では、Fig. 4 と同様に下流端の水位が管路の天井に達し

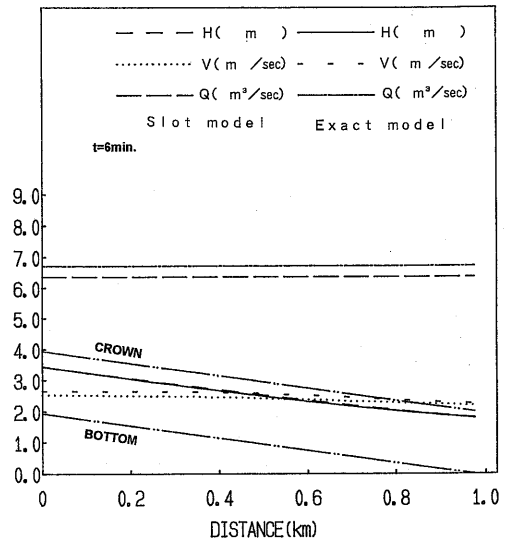


Fig. 8 The spatial distribution of each values along the pipe at $t=6\text{min}$.

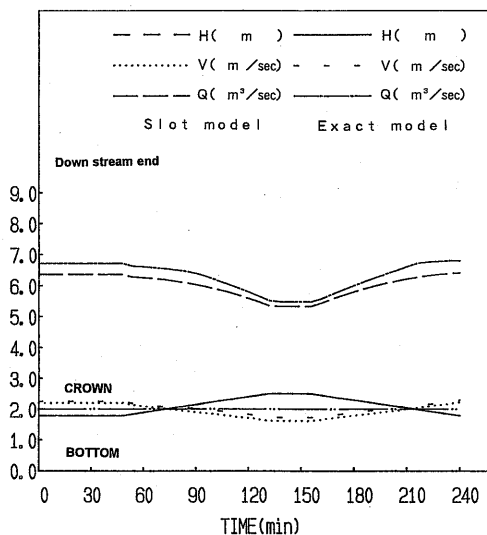


Fig. 7 The downstream boundary condition on case II.

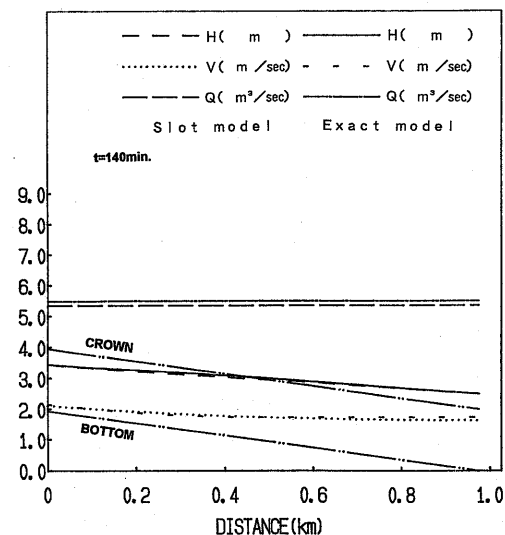


Fig. 9 The spatial distribution of each values along the pipe at $t=140\text{min}$.

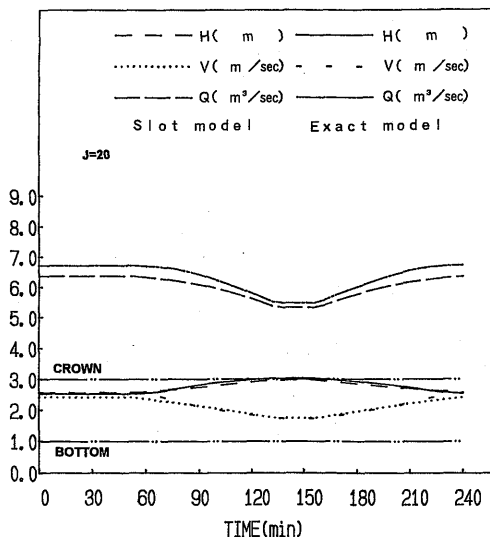


Fig. 10 The time variation at joint number 20.

ておらず全区間で不圧状態である。Fig. 9 は下流端水位が更に上昇して不圧・被圧の両方の状態が発生している時点での計算結果で、下流側で被圧状態、上流側で不圧状態となっている。この時の管内の流速が境界条件を定常状態とした結果と比べて全区間で減少しているのは、下流端水位が上昇して上流端との水位差が小さくなったためである。このことは、Fig. 7 と Fig. 10 を比較して下流端水位を上昇させ始めた $t=50\text{min}$ から最高位となる $t=130\text{min}$ まで次第に減少していることから分かる。スロットモデルと厳密モデルの結果の相違については Case-I と同様の考察がなされた。

Case-II の結果から下水道による効率的な雨水排除等を計画するには下流端に存在する受水域の水位を如何に制御するかが問題となることがわかり、下水道計画を単独に行うのではなく流域を包括的に取り扱っていくことが望ましい。

4. 結 論

本研究では下水道流における遷移流解析をスロットモデルと厳密モデルを用いて行い、更に各現象を伴うと考えられる実際問題についての考察を行った。その結果として、従来用いられてきたスロットモデルと今回の厳密モデルの解析結果に大きな差はなかったことで、管路流解析が仮想的な構造を考えることなく行えることが示された。「水理学」で良く知られた“1次元解析においては管路・開水路流れが統一的に理解される”ということを間接的に証明していると考えられる。本論で想定した2つの遷移流の解析結果から、不圧・

被圧状態の発生は上・下流端での流れの状態に大きく依存することが示され、流域内での浸水被害を軽減するためには系統的な雨水排除計画を元にして効果的な下水道敷設を行う必要がある。今後は本モデルの解析精度を上げるために水理実験との比較検討を行っていくと共に、都市域での雨水排除解析に役立てていきたいと考えている。

最後に、本研究を実施するにあたっては、西松建設株式会社技術研究所（栗原和夫所長）より研究助成を受けた。ここに記して、関係各位に深甚の謝意を表します。

参考文献

- 1) J. Marsalek (1984): "Head losses at sewer junction manholes", J. Hydraulic Eng., Proc. ASCE, Vol. 110, No. 8, pp. 11550-11554.
- 2) A. J. Johnston and Volker R. E. (1990): "Head losses at junction boxes", J. Hydraulic Eng., Proc. ASCE, Vol. 116, No. 3, pp. 326-341.
- 3) D. C. Wiggert (1972): "Transient flow in free surface, pressurized systems", J. Hydraulics Div., Proc. ASCE, Vol. 98, No. HY1, pp. 11-27.
- 4) C. C. S. Song, Cardle, J. A. and Leung K. S. (1983): "Transient mixed-flow models for storm sewers", J. Hydraulic Eng., Proc. ASCE, Vol. 109, No. 11, pp. 1487-1504.
- 5) A. B. Almeida, and Koelle, E. (1992): "Fluid Transients in Pipe Networks", Computational Mechanics Publ. & Elsevier, pp. 446-448.
- 6) 渡辺政広, 江藤剛治, 室田 明 (1989): "取り付け管の調圧効果を考慮した下水管路網内の遷移流解析", 土木学会論文集, 第411号/II, pp. 81-90.
- 7) 石川 大 (1992): "サーチャージ下水管路流の水理学的研究", 長崎大学大学院修士論文.
- 8) T. Nakamura, Noguchi, M., Ishikawa, F., Hatahara, H. (1991): "A laboratory investigation of laterally discharged sewer flows", Proc. Int'l. Symp. Environmental Hydraulics, Vol. 2, pp. 1535-1540.
- 9) Amain, M., Chu, H. L. (1975): "Implicit numerical modeling of unsteady flows", J. Hydraulics Div., Proc. ASCE, Vol. 101, No. HY6, pp. 717-721.
- 10) 大野 豊, 磯田和男 (1990): "数値計算ハンドブック", オーム社