

## 有限開口レンズによるレーザービーム回折界の界分布

佐賀 信裕\*・岩崎 昌平\*  
田中 和雅\*

## Field Distribution of Diffracted Laser Beam through a Finite Aperture Lens

by

Nobuhiro SAGA, Shohei IWASAKI and Kazumasa TANAKA

(Department of Electronics)

The diffraction field of a laser beam through a finite aperture lens is investigated. The transverse and the longitudinal field distributions vary depending on the focal length and the aperture radius of the lens. The variations of the field in the Fresnel region become noticeable as the observation point approaches the lens. The theoretical and the experimental results coincide within the experimental errors when the observation point is far from the lens but the difference between them becomes salient as it comes to the lens.

## 1. まえがき

光学系にはいろいろな有限開口の素子が用いられるが、光波の界の広がりに対してその開口が十分大きいとき、あるいは議論を近軸近似に限る場合はその開口の有限性の影響は無視出来る。しかし開口を光信号検波の雑音軽減装置に用いたり<sup>1)</sup>、あるいはレーザービームのスポットサイズが開口の大きさに対して無視出来ないときは開口によるビーム波回折のより厳密な取り扱いが必要となる。入射波としてレーザービームを考えた場合の開口による回折についてはこれまですでにいくつか報告されている<sup>2)</sup>。

本報告では有限な開口を持ったレンズがレーザービームにおよぼす影響を回折界の分布に着目して検討する。入射ビーム波はガウス分布した振幅と球面で近似される等位相面を持った基本モードを考え、回折界の伝搬軸上およびそれに垂直な面上での分布を理論的に求め実験結果と比較する。とくに伝搬軸上での回折界が極大、極小となる所での横軸分布などについて詳しく検

討する。

## 2. 有限開口レンズによるレーザービームの回折界

直線偏波した電磁界が  $z=0$  にある円形開口に入射したとき、回折界はキルヒホフ近似を用いればフレネル領域においては次式で与えられる<sup>3)</sup>。

$$U(r, \theta, z) = \frac{ik}{2\pi z} \exp(-ikz) \int_0^{a_1} \int_0^{2\pi} F(r_1, \theta_1, 0) \cdot \exp\left[-\frac{ik}{z}(r^2 + r_1^2 - 2rr_1 \cos(\theta - \theta_1))\right] r_1 dr_1 d\theta_1 \quad (1)$$

ここで  $F$  は直線偏波した入射波の成分、 $a_1$  は開口半径、 $k$  は  $\lambda$  を波長としたとき  $k=2\pi/\lambda$  で与えられる。

開口半径は波長  $\lambda$  より十分大きいとして議論はすべてスカラーで行なえるとする。有限開口レンズによる回折界は無限大の大きさを持った厚さ  $0$  のレンズとその直前または直後に置かれた有限開口の系による回折界と考えられる。焦点距離  $f$  の無限大レンズはよく知

昭和57年5月6日受理

\*電子工学科

られている様に、入射波に

$$\phi(r) = \frac{k}{2f} r^2 \quad (2)$$

だけ位相変位を与える。

いま入射波として次式で与えられるガウスビーム  $\psi_{00}(r, z)$  を考える<sup>4)</sup>。

$$\psi_{00}(r, z) = \frac{x}{\sqrt{\pi}} \exp\left\{-ik(z-z_s) - \frac{1}{2}x^2\sigma^2 r^2 + i \tan^{-1}\xi\right\} \quad (3)$$

ここで

$$\xi = \frac{2(z-z_s)}{kw_s^2}, \quad x = \frac{\sqrt{2}}{w_s\sqrt{1+\xi^2}}, \quad \sigma^2 = 1+i\xi \quad (4)$$

このビーム波はガウス分布した振幅と球面で近似される等位相面を持っている。またその伝搬軸は  $z$  軸で  $z = z_s$  に最小スポットサイズ  $w_s$  を持つ。

この入射波  $\psi_{00}(r, z)$  に対する有限開口レンズからの回折界は(2), (3)式を(1)式に代入し,  $\theta_1$  について積分すれば次のようになる。

$$U_{00}(r, z) = \frac{1}{a_1} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{iF}{a_1(1-M)} \exp\left\{-ik(z-z_s) + i \tan^{-1}\xi_1 - \frac{iFR^2}{2(1-M)}\right\} \int_0^1 R_1 \exp\left(-\frac{\tau_1^2}{a_1^2} R_1^2\right) J_0\left(\frac{FRR_1}{1-M}\right) dR_1 \quad (5)$$

ここで  $J_0$  は 0 次のベッセル関数,  $\xi_1$  はレンズの位置での  $\xi$  の値, また

$$R = \frac{r}{a_1}, \quad a_1 = \frac{w_1}{a_1}, \quad F = \frac{ka_1^2}{f}, \quad M = \frac{f-z}{f} \quad (6)$$

$$w_1 = w_s\sqrt{1+\xi_1^2}, \quad \tau_1^2 = 1+i\xi_1 + \frac{i\xi_1^2 FM}{2(1-M)}$$

である。フラウンホーファ領域での回折界は  $|M| \rightarrow \infty$  の極限として得られ, (6)式で定義されたパラメータのうち  $\tau_1^2$  を  $\tau_1^2 = 1+i\xi_1 - i\xi_1^2 F/2$  で置きかえるだけで良いことが容易に示される。

上式の積分は数値積分あるいはベッセル関数を級数に展開して項別積分することにより求めることが出来る。

ビーム波の基本モードは一般にその最小スポットサイズの位置すなわちビームウエイストの位置と, そこでのスポットサイズが与えられれば決る。これはレンズにより容易に変換出来, たとえば焦点距離  $f$  のレンズに入射したビーム波は, もしそれがレンズの位置にビームウエイストを持ち, そこでのスポットサイズが  $w_s$  であれば, 変換後のビームウエイストの位置は次式で与えられる<sup>5)</sup>。

$$\frac{z_0}{f} = \frac{P^2}{P^2+4}, \quad P = \frac{kw_s^2}{f} = F\alpha^2 \quad (7)$$

ただし  $\alpha = w_s/a_1$  である。

レンズの開口が無限大であれば変換されたビーム波もガウスビームとなり, そのビームウエイストの位置は(7)式で求められる。したがって有限開口レンズの場合, 回折界が最も絞られた位置と, (7)式で与えられる位置とに差が現われればそれがレンズ開口の有限性の効果であると考えられる。そこで回折界が最も絞られた位置の定義が必要となるが, それには次の二つが考えられる。第1にビーム波のスポットサイズの定義をそのまま拡張し, ある点  $z$  において回折界の横軸分布が中心軸上の値の  $1/e$  となる点を求め, その値が最小となる点  $z$  を最も回折界が絞られている所とする方法である。これは物理的に理解し易いが回折界はレンズからの距離  $z$  と共に複雑に変化することを考えると必ずしも最適の方法とは考えられない。

第2の方法は中心軸上の界分布を求め, それが最大となる点で上記の位置を定義するやり方である。レンズ開口が無限大であればこの二つの定義はもちろん同じ位置を与える。第2の方法では横軸分布の広がり最小となっている保障はないが, 数学的には非常に簡単に求まる。この二つの定義により回折界が最も絞られている点を求めると両者の間にはほとんど差がないことが数値計算の結果知られている<sup>6)</sup>。したがって本報告でも第2の定義による位置を回折界が最も絞られている点として考察する。

### 3. 実験および結果

本実験で用いたレーザ発振器は発振波長が 6328 Å の He-Ne レーザで, その共振器は曲率半径がそれぞれ 4 m (反射側), 無限大 (出力側) の反射鏡から成っている。周囲の温度等による出力の時間的変動を較正するためにその一部をモニターで測定する。検出器としては微小な穴のあいた黒い膜で被ったフォトダイオードを用い, これを伝搬軸およびそれに垂直な面上で移動させながら界分布を測定する。本実験の入射波としてはガウス分布した基本ビームモードを考えるので, 出力が正しくこの分布になっているかをまず確かめなければならない。この結果は数%の誤差の範囲内で出力の振幅がガウス分布していることが確認され, スポットサイズも同程度の誤差で理論値と一致することが確かめられた。

有限開口レンズとしては焦点距離  $f = 50$  cm と 30 cm の二種類のレンズと半径 0.488 mm の開口を組み合わせたものを用いた。これをレーザ発振器の出力側すなわちビームウエイストから 1.470 m の位置に置

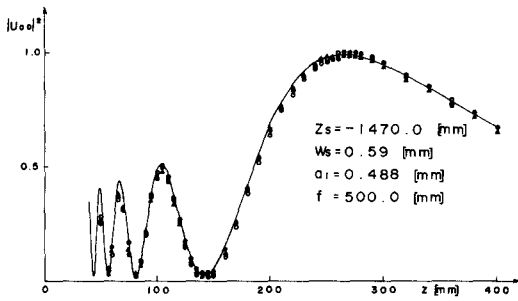


Fig. 1 Intensity distribution of a diffracted laser beam on the propagation axis. The solid line is the theoretical value. The maximum intensity is taken as unity.

く、以上の方法により測定した回折界を Fig. 1 および Fig. 2 (a)~(g)に示す。いずれの場合も実線は(5)式により求まる理論値を示す。Fig. 1 は伝搬軸上の界強度分布で、多くの極大値のうち、最も遠方にあるものが最大で、この点が回折界が最も絞られている点に対応する。Fig. 2 (a)はこの点での横軸分布で、(b)以下は観測点

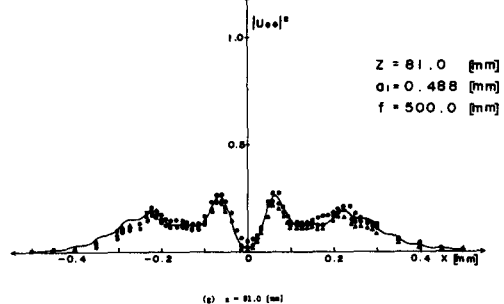
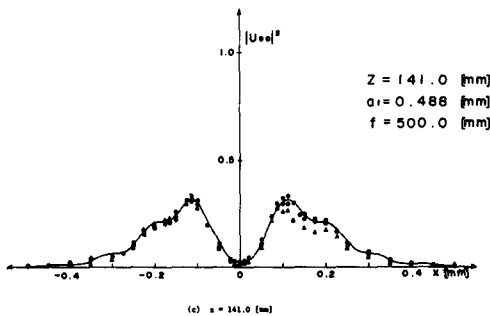
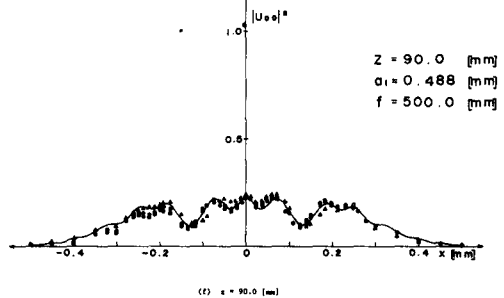
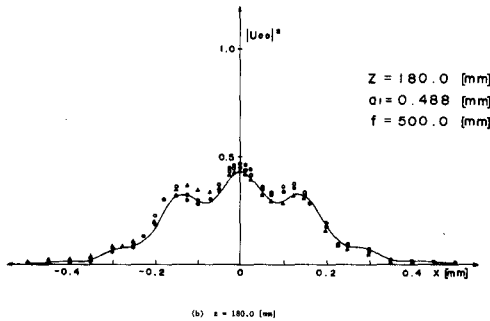
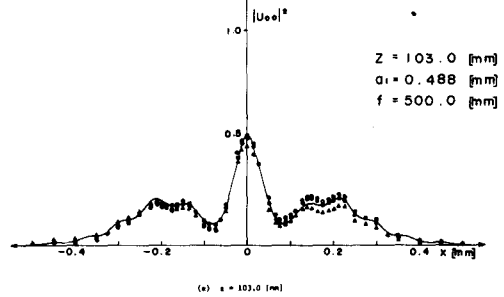
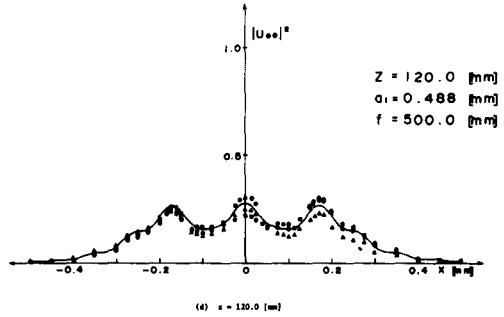
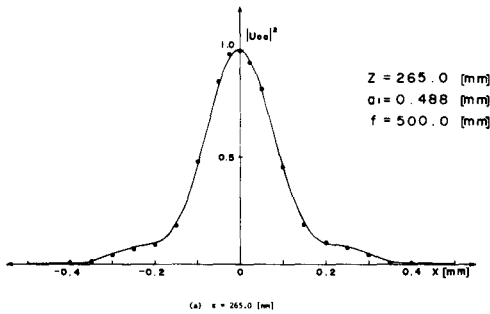


Fig. 2 Intensity distributions of a diffracted laser beam on transverse planes. The solid lines are theoretical values. The incident beam has the same parameters as that of Fig. 1.

が次第にレンズに近づいたときの極値およびそのほぼ中間の位置での横軸分布である。

図には  $f=50\text{ cm}$  の場合のみを示しているが、 $f=30\text{ cm}$  の場合も傾向はほとんど同じで、極大、極小の位置が全体としてレンズの方に近づくだけである。

#### 4. 検 討

伝搬軸上の界強度分布はレンズから遠方の領域では測定も比較的容易であるが、レンズに近づくにしたがって界の変動が激しくなり、誤差も大きくなる。極大点、極小点などは中心の位置を見つけやすいが、その間の領域では観測点が伝搬軸上にあるか否かを判断するのは横軸分布を測定してその左右対称性から中心点を求める方法によるしかない。このため入力ビーム波の対称性、横軸分布の対称性が重要となるが、Fig. 2 以下で示すようにこの条件は大体満足されている。観測点がさらにレンズに近づくとレンズの厚さが無視出来なくなり、極大、極小の位置およびそこの値が理論値からずれてくる。本実験ではレンズから5 cm 程度離れた点が測定の限界と思われる。

横軸分布については遠方領域では伝搬軸近傍は大体ガウス分布した曲線にのり、軸から離れるにしたがってガウス分布のまわりにゆっくりとした変動をする曲線が得られる。観測点が中心軸上の界分布における最遠方の極大点 ( $z=265.0\text{ mm}$ ) よりレンズに近くなると変動が激しくなり、軸上の値も極大、極小と大きく変化しているのがわかる。界強度が全体として小さくなるにつれて測定が難しくなり誤差も増える。この一つの原因は検出器として用いているフォトダイオードをおおっている薄膜の受光孔の大きさが無視出来なくなることによると思われる。すなわちこの微小孔の半径と横軸方向の界の変動が同程度になると観測値は平均されたものしか得られず、理論値と異なってくる。この受光孔をより小さくするとフォト電流が微小となり検出器に接続した電流計などの誤差が増加し、測定値の改良は期待出来ない。このためより高感度の光検出装置を用いる必要がある。

#### 5. むすび

有限開口レンズによるレーザビームの回折界の界分

布を実験的に求め、理論値と比較検討した。伝搬軸上あるいはそれに垂直な平面上での界分布は、レンズのごく近傍で激しく変動している領域を除いては実験値と理論値は実験誤差の範囲内で一致する。近傍領域ではより精密な測定装置を必要とする。回折界が最も絞られている点として中心軸上の界強度が最大となる位置を選んだが、この点での横軸分布は入射ビーム波のスポットサイズとレンズ開口半径が同じ大きさのものに対しては軸近傍ではほぼガウス分布しており、これがスポットサイズの定義の拡張としてビームの広がり定義し、それが最小となる点が界が最も絞られている所と定義する方法とほとんど差異を生じない原因と思われる。開口半径がスポットサイズよりかなり小さくなればこの二つの定義の間には差が生じることが予測されるが、このときは入射波のエネルギーがこの開口により大きく減少されるので実用的ではないと思われる。開口と無限大レンズを組み合わせたものを一つの素子として光学系に用いるような場合は本報告の界分布の実験、計算が有用であると思われる。

おわりに日頃御指導いただく九州大学・福光教授に感謝の意を表わす。またこの研究の実験、計算等を行なった卒論生の上原修、萱島修司、吉富徳典、本多正治、徳富厚の諸君にもあわせて感謝する。

なおこの研究の数値計算には長崎大学情報処理センターの FACOM M-180 IIAD を用いたことを付記する。

#### 参考文献

- 1) Kogelnik, H. and Yariv, A. : Proc. IEEE, **52**, pp. 165-172 (Feb. 1964).
- 2) Schell, R. G. and Tyras, G. : J. Opt. Soc. Am., **61**, pp. 31-36 (Jan. 1971).
- 3) Silver, S. : *Microwave Antenna Theory and Design*, McGraw-Hill, New York (1941).
- 4) Boyd, G. D. and Gordon, J. P. : Bell Syst. Tech. J., **40**, pp. 453-488 (March 1961).
- 5) Marcuse, D. : *Light Transmission Optics*, Van Nostrand Reinhold, New York (1972).
- 6) Saga, N., Tanaka, K. and Fukumitsu, O. : Appl. Opt., **20**, pp. 2827-2831 (Aug. 1981).