

# 円錐状の凸底面を有する有限垂直円柱まわりの プール飽和膜沸騰熱伝達の解析

豊田 香\*・茂地 徹\*\*  
山田たかし\*\*・桃木 悟\*\*\*

## An Analysis of Saturated Pool Film Boiling Heat Transfer around a Vertical Finite-Length Cylinder with a Convex Conical Bottom

by

Kaoru TOYODA\*, Toru SHIGECHI\*\*, Takashi YAMADA\*\* and Satoru MOMOKI\*\*\*

The film boiling heat transfer around a vertical finite-length cylinder to saturated liquid was analyzed by taking into account each convective heat transfer on the three surfaces (bottom, side and top) of isothermal cylinder. The bottom is convex and conical. The vapor-liquid interface for the conical bottom surface and vertical lateral surface of the cylinder are assumed to be smooth. The connection condition of the vapor film between the conical bottom and the vertical lateral surface is given by the continuity of vapor flow rate around the lower end of the vertical lateral surface. The analytical result was compared with that of the vertical finite-length cylinder with a convex hemispherical bottom.

**Key word** : Film boiling, Vertical cylinder, Conical bottom

### 1. まえがき

金属の焼入れ，材料の製造工程，原子炉緊急冷却等では，冷却過程の初期段階では物体温度が高いので伝熱面表面は蒸気膜で覆われ，有限物体まわりの膜沸騰が発生する．有限物体の冷却速度を予測したり，制御したりするためには膜沸騰による冷却機構を明らかにする必要があるが，発表されている数学的に取扱いが容易な垂直平板，水平円柱および球など単一面からの膜沸騰研究<sup>1-4)</sup>の成果では，有限物体まわりの蒸気膜の形状や面と面の接続条件などまだ知見が十分でなく，有限物体まわりの膜沸騰伝熱特性を適切に予測することは困難である．

本研究では，有限物体まわりの膜沸騰熱伝達特性の解明を目的として，円柱の底面と側面における気液界面が平滑であると見なせる場合の，円錐状の凸底面を有する有限垂直円柱まわりの飽和膜沸騰熱伝達に関す

る解析を行う．さらに有限物体まわりの膜沸騰熱伝達特性は，底面で発生した蒸気が伝熱面に沿って上昇するので伝熱面形状の影響を受けることが推測される．そこで，本解析結果と半球状の凸底面を有する有限垂直円柱に関する解析結果<sup>5)</sup>を，平均熱流束に関して比較検討した結果も報告する．

### 主要記号

$a$	温度伝導率
$f$	式(A. 15)参照 ( $\equiv r_g r^*$ )
$g$	重力加速度
$G_r$	グラスホフ数
$\bar{h}$	平均熱伝達係数
$H$	円柱側面(垂直部分)の長さ
$I$	物体形状に関する関数
$L$	円錐状の凸底面の高さおよび円柱の半径
$\ell$	蒸発潜熱

平成22年12月15日受理

\* 舞鶴工業高等専門学校 (Maizuru National College of Technology)

\*\* 機械システム工学科 (Department of Mechanical Systems Engineering)

\*\*\* 生産科学研究科 (Graduate School of Science and Technology)

$\dot{M}$	蒸気の質量流量
$N_u$	局所ヌッセルト数
$\bar{N}_u$	平均ヌッセルト数
$Pr$	プラントル数 ( $= \mu C_p / \lambda$ )
$Q$	総伝熱量
$q$	壁面熱流束
$r^*$	軸対称物体における中心軸からの距離
$r_g$	式 (A. 3) ( $\equiv \sqrt{1 - (dr^*/dx)^2}$ )
$S_T$	総伝熱面積
$Sp$	無次元過熱度
$T$	温度
$T_{sat}$	飽和温度
$T_W$	伝熱面温度
$\Delta T_{sat}$	伝熱面過熱度 ( $= T_W - T_{sat}$ )
$u$	$x$ 方向速度
$\bar{u}$	$x$ 方向平均速度
$v$	$y$ 方向速度
$x$	伝熱面に沿った座標
$y$	伝熱面に垂直な座標
$\lambda$	熱伝導率
$\delta$	蒸気膜厚さ
$\mu$	粘性係数
$\nu$	動粘性係数
$\rho$	密度

## 添え字

A	円錐状の凸底面
B	円柱の垂直部分
C	上向き水平面

## 2. 解析

図 1 に示すように、円錐状の凸底面 (高さ  $L$ , 底面の半径  $L$ ) を有する垂直円柱からの 2 次元定常膜沸騰を考える。円錐状の凸底面 (図 1 の (A) の部分)、垂直円柱の垂直面 (図 1 の (B) の部分) および上向き水平面 (図 1 の (C) の部分) の伝熱面表面温度  $T_W$  は一定で、周囲液体の温度は飽和温度  $T_{sat}$  である。放射伝熱は無視する。

## 2.1 全表面の伝熱量

円錐状の凸底面を有する有限垂直円柱全表面からの伝熱量  $Q$  を次式のように円錐状の凸底面からの伝熱量  $Q_A$ 、垂直面からの伝熱量  $Q_B$  および上向き水平面からの伝熱量  $Q_C$  の総和と定義する。

$$Q \equiv Q_A + Q_B + Q_C \quad (1)$$

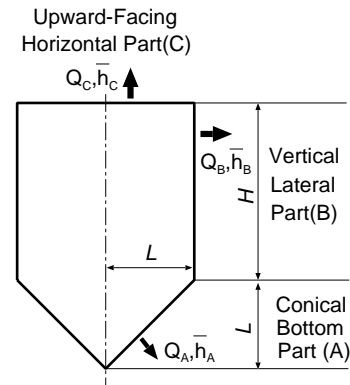


Fig. 1 Physical model

$$Q_A \equiv \bar{h}_A (T_W - T_{sat}) (2^{1/2} \pi L^2) \quad (2)$$

$$Q_B \equiv \bar{h}_B (T_W - T_{sat}) (2\pi LH) \quad (3)$$

$$Q_C \equiv \bar{h}_C (T_W - T_{sat}) (\pi L^2) \quad (4)$$

ここに、 $\bar{h}_A$ 、 $\bar{h}_B$ 、および  $\bar{h}_C$  はそれぞれ、円錐状の凸底面、垂直面、および上向き水平面のそれぞれの面積で平均化された熱伝達係数である。全伝熱面積平均の壁面熱流束  $q$  は次式で定義される。

$$q \equiv Q / S_T \quad (5)$$

円錐状の凸底面を有する有限垂直円柱の全伝熱面積  $S_T$  は次式で与えられる。

$$S_T \equiv (1 + 2^{1/2}) \pi L^2 + 2\pi LH \quad (6)$$

従って、全伝熱面積平均の壁面熱流束  $q$  は次式で与えられる。

$$q = \left[ \frac{2^{1/2} \bar{h}_A + 2 \left( \frac{H}{L} \right) \bar{h}_B + \bar{h}_C}{(1 + 2^{1/2}) + 2 \left( \frac{H}{L} \right)} \right] \Delta T_{sat} \quad (7)$$

## 2.2 各面の熱伝達係数の評価

各面での現象は、物理的には図 1 に示すように、それぞれ、円錐状の凸底面、垂直面、および上向き水平面から構成される有限垂直円柱からの膜沸騰としてモデル化される。円錐状の凸底面に関しては、軸対称物体の解析 (付録 A) を、垂直面と上向き水平面に関しては、Bromley のモデル<sup>6)</sup> と Berenson の解<sup>7)</sup> をそれぞれ適用する。

## 2.3 円錐状の凸底面の解析

軸対称物体の解析 (付録 A 参照) を円錐状の凸底面に適用する。物理モデルを図 2 に示す。

## 円錐状の凸底面を有する有限垂直円柱まわりのプール飽和膜沸騰熱伝達の解析

## 2.3.1 気液界面で蒸気にすべりが無い場合

: [CASE A-ns]

式 (A. 8) で示される気液界面で蒸気にすべりが無い場合 ([CASE A-ns]) に関して, 図 2 から次の関係が得られる.

$$r^* = \frac{L \sin \theta}{2^{1/2} \cos(\theta - \alpha)} \quad (8)$$

$$\alpha = \pi/4 \quad (9)$$

$$r_g = 2^{-1/2} \quad (10)$$

$$S_{TA} = 2^{1/2} \pi L^2 \quad (11)$$

式 (A. 16) で表わされる蒸気膜厚さの計算に必要な  $I$  は次の式 (12)~(22) から計算される.

$$I = \left( \frac{\int_0^x r^* f^{1/3} dx}{f^{4/3}} \right)^{1/4} \quad (12)$$

$$= 2^{1/8} L^{1/4} I_A \quad (13)$$

$$I_A = \left( \frac{\int_0^\theta \psi_4^{4/3} \phi d\theta}{\psi_4^{4/3}} \right)^{1/4} \quad (14)$$

$$dx = L \phi d\theta \quad (15)$$

$$f = r_g r^* = \frac{L}{2} \psi_4 \quad (16)$$

$$\phi = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\psi_1}{2} - \frac{\psi_2}{2^{1/2}} \right)^{-1/2} \cdot \left( \frac{\psi_3}{2} - 2^{1/2} (-\psi_4 + \psi_5) \right) \quad (17)$$

$$\psi_1 = \frac{1}{\cos^2(\theta - \pi/4)} \quad (18)$$

$$\psi_2 = \frac{2 \cos \theta}{\cos(\theta - \pi/4)} \quad (19)$$

$$\psi_3 = \frac{\sin(\theta - \pi/4)}{2 \cos^3(\theta - \pi/4)} \quad (20)$$

$$\psi_4 = \frac{\sin \theta}{\cos(\theta - \pi/4)} \quad (21)$$

$$\psi_5 = \frac{\sin(\theta - \pi/4) \cos \theta}{\cos^2(\theta - \pi/4)} \quad (22)$$

式 (13) を式 (A. 16) へ適用すれば, 円錐状の凸底面における蒸気膜厚さ  $\delta_A$  は次のように得られる.

$$\begin{aligned} \delta_A &= 2 \left( \frac{Sp}{Gr_A} L^3 \right)^{1/4} I \\ &= 2^{9/8} L \left( \frac{Sp}{Gr_A} \right)^{1/4} I_A \end{aligned} \quad (23)$$

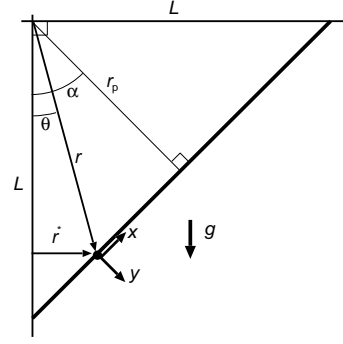


Fig. 2 Physical model for a conical bottom

ただし

$$Gr_A \equiv (gL^3/\nu_V^2)[(\rho_L/\rho_V) - 1] \quad (24)$$

$$Sp \equiv c_{pV} \Delta T_{sat} / (Pr_V \ell) \quad (25)$$

平均ヌッセルト数は次のように求まる.

$$\overline{Nu}_A \equiv \frac{\overline{h}_A L}{\lambda_V} = \frac{q}{\Delta T_{sat}} \frac{L}{\lambda_V} \quad (26)$$

$$\overline{Nu}_A \left( \frac{Sp}{Gr_A} \right)^{1/4} = 2^{-9/8} \int_0^{\pi/2} \frac{\psi_4}{I_A} \phi d\theta \quad (27)$$

式 (27) の右辺を計算すれば次のようになる.

$$\overline{Nu}_A \left( \frac{Sp}{Gr_A} \right)^{1/4} = 1.679571 \quad (28)$$

蒸気の質量流量の計算に必要な円錐状の凸底面の上端における蒸気膜厚さ  $\delta_{A,\pi/2}$  の値は次のように計算される.

$$\delta_{A,\pi/2} = 1.924391L \left( \frac{Sp}{Gr} \right)^{1/4} \quad (29)$$

角度  $\theta$  における蒸気の質量流量  $\dot{M}_A$  を次式で定義する.

$$\dot{M}_A \equiv \rho_V \bar{u} \delta_A 2\pi r^* \sin \theta \quad (30)$$

式 (A. 10) で与えられる平均速度  $\bar{u}$  を式 (30) に代入すると  $\dot{M}_A$  に関して次の関係が得られる.

$$\dot{M}_A \Big|_{\theta=\pi/2} = \frac{2^{1/2} \pi L \rho_V (\rho_L - \rho_V) g}{12 \mu_V} \delta_{A,\pi/2}^3 \quad (31)$$

## 2.3.2 気液界面で蒸気が完全にすべる場合

: [CASE A-s]

気液界面で蒸気にすべりが無い場合と同様の手順で次のように計算される.

$$\delta_A = 2^{5/8} L \left( \frac{Sp}{Gr} \right)^{1/4} I_A \quad (32)$$

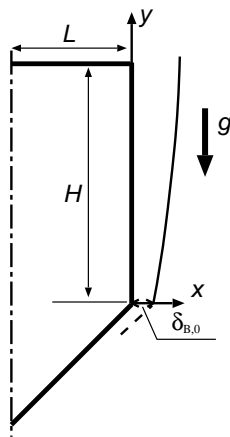


Fig. 3 Physical model of a vertical lateral surface

$$\delta_{A,\pi/2} = 1.360749L \left( \frac{Sp}{Gr} \right)^{1/4} \quad (33)$$

$$\overline{Nu}_A = 2^{-5/8} \int_0^{\pi/2} \frac{\psi_4}{I_A} \phi d\theta \quad (34)$$

$$\overline{Nu}_A \left( \frac{Sp}{Gr_A} \right)^{1/4} = 2.375272 \quad (35)$$

$$\dot{M}_A|_{\theta=\pi/2} = \frac{2^{1/2} \pi L \rho_V (\rho_L - \rho_V) g}{3\mu_V} \delta_{A,\pi/2}^3 \quad (36)$$

#### 2.4 円錐状の凸底面を有する垂直円柱の解析

膜沸騰により発生した蒸気膜が円錐状の凸底面の端部より流出して垂直面に沿って上昇するために垂直面の下端部で蒸気膜厚さが有限となる場合を、Bromleyの解法<sup>6)</sup>を参考にして解析する。なお、垂直円柱の場合、垂直面は平面ではなく周方向に曲率を有するが、ここでは曲率の影響を無視して平面として取り扱う。従って、円柱の直径が非常に小さい細線のような場合には本解析結果は適用できない。また、円柱高さの有限性、つまり垂直面の上端部での流動と伝熱に関する境界条件に関しては特別な考慮はせずに垂直面を半無限平面として取り扱う。物理モデルと座標系を図3に示すが、解析の仮定は軸対称物体の解析(付録A)と同じである。蒸気膜に関する運動方程式とエネルギー式は、それぞれ慣性項と対流項を省略すれば次のようになる。

$$0 = (\rho_L - \rho_V)g + \mu_V \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (37)$$

$$0 = \lambda_V \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (38)$$

境界条件は次のように与えられる。

$$y = 0 : u = 0 \quad (39)$$

$$T = T_W \quad (40)$$

$$y = \delta_B : T = T_{sat} \quad (41)$$

$$-\lambda_V \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{\delta_B} = \ell \frac{d}{dx_B} \left( \int_0^{\delta_B} \rho_V u dy \right) \quad (42)$$

気液界面 ( $y = \delta_B$ ) における速度  $u$  に関する境界条件を次のように設定する。

$$y = \delta_B : u = 0 \quad [\text{CASE B-ns}] \quad (43)$$

式(43)は、気液界面で蒸気のすべりが無い場合 (non-slip condition) に相当する。式(37)の運動方程式を境界条件式(39)と式(43)の下で解けば速度  $u$  が次のように得られる。

$$u = \frac{1}{2} \left[ \frac{(\rho_L - \rho_V)g}{\mu_V} \delta_B^2 \right] \left[ \frac{y}{\delta_B} - \left( \frac{y}{\delta_B} \right)^2 \right] \quad (44)$$

温度  $T$  に関しては、式(38)のエネルギー式を境界条件式(40)と式(41)の下で解けば次式が得られる。

$$T = T_W - \Delta T_{sat} \left( \frac{y}{\delta_B} \right) \quad (45)$$

式(42)に速度  $u$  と温度  $T$  を代入すると次の常微分方程式が得られる。

$$\frac{d\delta_B^4}{dx_B} = 16 \left[ \frac{\nu_V}{(\rho_L - \rho_V)g} \frac{\lambda_V \Delta T_{sat}}{\ell} \right] \quad (46)$$

ここで、次の無次元量を導入する。

$$\tilde{x}_B \equiv x_B/H \quad (47)$$

$$\tilde{\delta}_B \equiv (\delta_B/H) [Gr_B/Sp]^{1/4} \quad (48)$$

$$Gr_B \equiv (gH^3/\nu_V^2)[(\rho_L/\rho_V) - 1] \quad (49)$$

式(46)は次のようになる。

$$\frac{d\tilde{\delta}_B^4}{d\tilde{x}_B} = 16 \quad (50)$$

式(50)を次の初期条件(初期値  $\tilde{\delta}_{B,0}$  の値は後述の式(67)の条件から確定する)で解くと、

$$\tilde{x}_B = 0 : \tilde{\delta}_B = \tilde{\delta}_{B,0} \quad (51)$$

無次元蒸気膜厚さ  $\tilde{\delta}_B$  の厳密解は次のように得られる。

$$\tilde{\delta}_B = \left[ 16\tilde{x}_B + \tilde{\delta}_{B,0}^4 \right]^{1/4} = 2 \left[ \tilde{x}_B + \left( \tilde{\delta}_{B,0}/2 \right)^4 \right]^{1/4} \quad (52)$$

## 円錐状の凸底面を有する有限垂直円柱まわりのプール飽和膜沸騰熱伝達の解析

ここで、側面の下端部 ( $\tilde{x}_B = 0$ ) での無次元蒸気膜厚さ  $\tilde{\delta}_{B,0}$  は、後述するように垂直面と円錐状の凸底面が接続される部分での蒸気の質量流量の連続性により決定される。ヌッセルト数は次のように計算される。

局所ヌッセルト数：

$$Nu_B = \frac{h_B \cdot H}{\lambda_V} \quad (53)$$

$$h_B = \lambda_V \frac{1}{\Delta T_{\text{sat}}} \left[ -\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \right] = \frac{\lambda_V}{\delta_B} \quad (54)$$

$$Nu_B \equiv (1/\tilde{\delta}_B) [Gr_B/S p]^{1/4} \quad (55)$$

平均ヌッセルト数：

$$\overline{Nu}_B = \frac{\overline{h}_B \cdot H}{\lambda_V} \quad (56)$$

$$\overline{h}_B \equiv \frac{1}{H} \int_0^H h_B dx_B \quad (57)$$

$$\overline{Nu}_B \equiv \left[ \int_0^1 \frac{1}{\tilde{\delta}_B} d\tilde{x}_B \right] [Gr_B/S p]^{1/4} \quad (58)$$

[CASE B-ns]

$$\overline{Nu}_B \equiv \frac{2}{3} \left[ (1+B)^{3/4} - B^{3/4} \right] [Gr_B/S p]^{1/4} \quad (59)$$

$$B \equiv (\tilde{\delta}_{B,0}/2)^4 \quad (60)$$

ここに、 $B$  は垂直面の下端部 ( $\tilde{x}_B = 0$ ) における無次元蒸気膜厚さ  $\tilde{\delta}_{B,0}$  の大きさに依存する無次元パラメータで次のように決定される。単位幅あたりの蒸気の質量流量  $\dot{m}_B$  を次式で定義する。

$$\dot{m}_B \equiv \int_0^{\delta_B} \rho_V u dy \quad (61)$$

式 (44) の速度  $u$  を代入すると  $\dot{m}_B$  は次のようになる。

[CASE B-ns]

$$\dot{m}_B = \frac{1}{12} \left[ \frac{(\rho_L - \rho_V)g}{\nu_V} \right] \delta_B^3 \quad (62)$$

前述の通り、式 (43) の境界条件は気液界面で蒸気のすべりが無い場合 (non-slip condition) に相当する。いま、気液界面 ( $y = \delta_B$ ) における速度  $u$  に関する境界条件を次のように設定する。

$$y = \delta_B: \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \text{[CASE B-s]} \quad (63)$$

式 (63) の境界条件は気液界面で蒸気が完全にすべっている場合 (slip condition) に相当する。式 (63) を適用して、同様の手続きを用いると次のように計算される。

[CASE B-s]

$$\overline{Nu}_B \equiv \frac{2\sqrt{2}}{3} \left[ (1+B)^{3/4} - B^{3/4} \right] [Gr_B/S p]^{1/4} \quad (64)$$

$$B \equiv (\tilde{\delta}_{B,0}/\sqrt{2})^4 \quad (65)$$

$$\dot{m}_B = \frac{1}{3} \left[ \frac{(\rho_L - \rho_V)g}{\nu_V} \right] \delta_B^3 \quad (66)$$

円錐状の凸底面の端部 ( $\theta = \pi/2$ )、つまり垂直面の下端部 ( $\tilde{x}_B = 0$ ) において蒸気の質量流量の連続性から次式が成り立つ。

$$\dot{M}_A \Big|_{\theta=\pi/2} = \dot{m}_B \Big|_{\tilde{x}_B=0} \times 2\pi L \quad (67)$$

式 (67) に式 (30)[もしくは式 (36)] の  $\dot{M}_A$  と式 (62)[もしくは式 (66)] の  $\dot{m}_B$  を代入すれば [CASE A-ns] と [CASE B-ns] および [CASE A-s] と [CASE B-s] の組み合わせに対して垂直面の下端部における無次元蒸気膜厚さ  $\tilde{\delta}_{B,0}$  と無次元パラメータ  $B$  がそれぞれ次のように確定する。

[CASE A-ns + B-ns]

$$\tilde{\delta}_{B,0} = 1.714437 \left( \frac{L}{H} \right)^{1/4} \quad (68)$$

$L = 16\text{mm}$  および  $H = 32\text{mm}$  のときは以下の数値を得る。

$$\tilde{\delta}_{B,0} = 1.441664 \quad (69)$$

$$B = 0.269983 \quad (70)$$

[CASE A-s + B-s]

$$\tilde{\delta}_{B,0} = 1.212290 \left( \frac{L}{H} \right)^{1/4} \quad (71)$$

$L = 16\text{mm}$  および  $H = 32\text{mm}$  のときは次の数値を得る。

$$\tilde{\delta}_{B,0} = 1.019410 \quad (72)$$

$$B = 0.269983 \quad (73)$$

## 2.5 上向き水平面の解析

上向き水平面は直径  $2L$  の上向き水平面の円形伝熱面であるが、ここでは、近似的に、無限平面に対する次式の Berenson<sup>7)</sup> の解を適用して平均ヌッセルト数  $\overline{Nu}_C$  を評価する。

$$\overline{Nu}_C = 0.425 [Gr_C/S p]^{1/4} \quad (74)$$

ここに,

$$\overline{Nu}_C \equiv \frac{\overline{h}_C \left[ \frac{\sigma}{g(\rho_{LS} - \rho_{VS})} \right]^{1/2}}{\lambda_V} \quad (75)$$

$$Gr_C \equiv \frac{g \left[ \frac{\sigma}{g(\rho_{LS} - \rho_{VS})} \right]^{3/2}}{v_V^2} [(\rho_{LS}/\rho_V) - 1] \quad (76)$$

$\overline{Nu}_C$  と  $Gr_C$  の代表寸法としてラプラス定数 (Laplace constant)  $\sqrt{\sigma/g(\rho_{LS} - \rho_{VS})}$  が用いられているので,  $\overline{Nu}_C$  と  $Gr_C$  の計算には上向き水平面の直径  $2L$  は関係しない. なお  $\sqrt{\sigma/g(\rho_{LS} - \rho_{VS})}$  は気液界面の不安定性理論より導かれるもので臨界波長に關係する.

### 3. 結果と考察

#### 3.1 凸底面の伝熱量

図4は総伝熱量に関して, 直径32mm, 長さ16mmの円錐状の凸底面と半球状の凸底面を比較したものである. 円錐状の凸底面からの総伝熱量は式(28)を式(26)に適用して求まる平均熱流束に式(11)を乗じて計算している.  $\Delta T_{sat}$  が100Kから700Kの範囲において, 半球状の凸底面と比べて円錐状の凸底面は高い値を示す. 半球状の凸底面と比べて円錐状の凸底面は  $\Delta T_{sat} = 400K$  において, 気液界面で蒸気が完全にすべっている場合と気液界面で蒸気がすべらない場合の両方の場合でおおよそ2.0倍高くなる.

#### 3.2 円柱全体の平均熱流束

図5は円柱の直径32mm, 垂直面長さ32mm, 全長48mmと仮定したときの, 円錐状の凸底面を有する有限垂直円柱と半球状の凸底面を有する有限垂直円柱を全伝熱面積による平均熱流束で比較したものである.  $\Delta T_{sat}$  が100Kから700Kの範囲において, 半球状の凸底面と比べて円錐状の凸底面は高い値を示す. 半球状の凸底面と比べて円錐状の凸底面は  $\Delta T_{sat} = 400K$  において, 半球状の凸底面と比べて円錐状の凸底面は気液界面で蒸気が完全にすべっている場合と気液界面で蒸気がすべらない場合の両方の場合でおおよそ1.5倍高くなる.

### 4. むすび

軸対称物体の飽和膜沸騰解析を適用し, 底面と垂直面における気液界面が平滑である場合の円錐状の凸底面を有する有限垂直円柱まわりのプール飽和膜沸騰熱伝達の解析を行った. 底面形状の影響を調べるため半球状の底面を有する有限垂直円柱まわりの膜沸騰熱伝

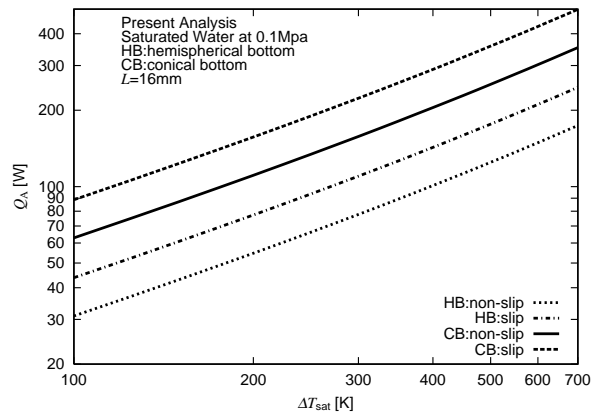


Fig. 4 Heat transfer rate from the bottom surface

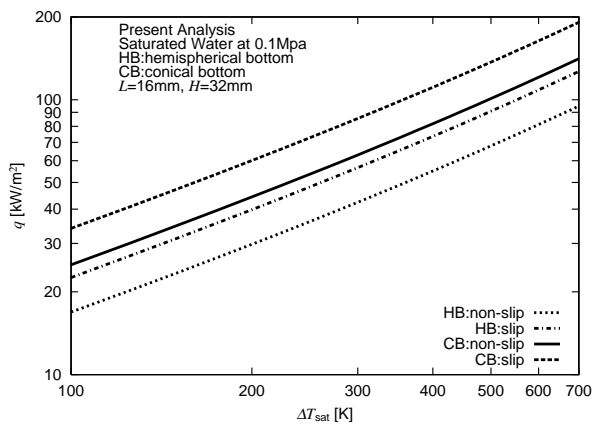


Fig. 5 Effect of the bottom shape on average wall heat flux

達の解析結果と底面からの総伝熱量と全伝熱面積による平均熱流束に関して比較を行い, 底面からの総伝熱量に関して円錐状の凸底面は半球状の凸底面よりおおよそ2.0倍高い値を示すこと, 全伝熱面積による平均熱流束に関して円錐状の凸底面を有する有限垂直円柱は半球状の凸底面を有する有限垂直円柱よりおおよそ1.5倍高い値を示すことを明らかにした.

#### 参考文献

- 1) 日本機械学会編: 新編伝熱工学の進展第一巻, 養賢堂, (1995), 3-116.
- 2) 日本機械学会編: 沸騰熱伝達と冷却, 日本工業出版, (1989), 128-143.
- 3) T. F. Irvine, Jr., J. P. Hartnett: Advances in HEAT TRANSFER, ACADEMIC PRESS, 5, (1968), 55-127.

## 円錐状の凸底面を有する有限垂直円柱まわりのプール飽和膜沸騰熱伝達の解析

- 4) T. F. Irvine, Jr., J. P. Hartnett: Advances in HEAT TRANSFER, ACADEMIC PRESS, **11**, (1975), 51-124.
- 5) 豊田ほか3名: 長崎大学工学部研究報告, **37**,69, (2007), 8-15.
- 6) L. A. Bromley: Heat Transfer in Stable Film Boiling, Chem. Eng. Prog., **46**, 5, (1950), 221-227.
- 7) P.J.Berenson: Film Boiling Heat Transfer From a Horizontal Surface, Trans. ASME, J. HeatTransfer, **83**, (1961), 351-358.

## 付録 A 軸対称物体の解析

図 A. 1 に示すように、軸対称物体からの定常膜沸騰を考える。中心軸からの距離および蒸気膜厚さをそれぞれ  $r^*$ ,  $\delta$  とする。

解析において以下のように仮定する。

- 気液界面はなめらかである
- 蒸気膜に関しては境界層近似が可能である
- 気液界面で発生した蒸気は伝熱面に沿って上昇する
- 蒸気の物性値は一定である
- 放射伝熱の影響を無視できる

蒸気膜に関する運動方程式とエネルギー式は、それぞれ慣性項と対流項を省略すれば次のように表せる。

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = -\frac{(\rho_L - \rho_V)gr_g}{\mu_V} \quad (\text{A. 1})$$

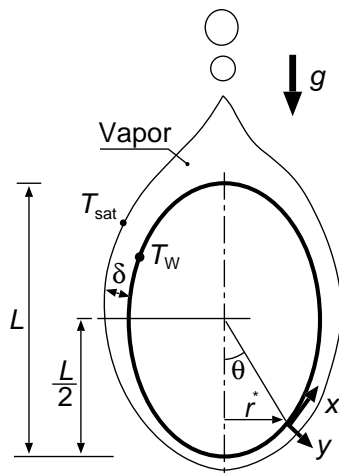


Fig. A. 1 Film boiling model from an axisymmetric body

$$a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{A. 2})$$

ここで、 $gr_g$  は重力加速度の  $x$  方向成分とし  $r_g$  を以下のように定義する。

$$r_g \equiv \left[ 1 - \left( \frac{dr^*}{dx} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{A. 3})$$

本解析では式 (A. 1) および式 (A. 2) に示すように、伝熱面に対し垂直方向に働く浮力の影響を無視し、伝熱面に対し垂直方向の温度変化のみを考慮している。伝熱面上および気液界面上で滑りがないと仮定すると、境界条件は次のように与えられる。

$$y = 0 \quad : u_V = 0 \quad (\text{A. 4})$$

$$T = T_W \quad (\text{A. 5})$$

$$y = \delta \quad : T = T_{\text{sat}} \quad (\text{A. 6})$$

$$-\lambda_V dS \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=\delta} = \ell dM_\delta \quad (\text{A. 7})$$

気液界面における速度  $u$  に関する境界条件を次のように設定する。

$$y = \delta : u = 0 \quad [\text{CASE ns}] \quad (\text{A. 8})$$

式 (A. 1) の運動方程式を境界条件式 (A. 4) と式 (A. 8) の下で解くと速度  $u$  が次のように得られる。

$$u = \frac{(\rho_L - \rho_V)gr_g}{2\mu_V} \delta^2 \left[ \frac{y}{\delta} - \left( \frac{y}{\delta} \right)^2 \right] \quad (\text{A. 9})$$

平均速度  $\bar{u}$  は次のように得られる。

$$\bar{u} = \frac{\delta^2(\rho_L - \rho_V)gr_g}{12\mu_V} \quad (\text{A. 10})$$

温度  $T$  に関しては、式 (A. 2) のエネルギー式を境界条件式 (A. 5) と式 (A. 6) の下で解けば次式が得られる。

$$T = T_W - \Delta T_{\text{sat}} \left( \frac{y}{\delta} \right) \quad (\text{A. 11})$$

図 A. 1 から次の関係が得られる。

$$dS = 2\pi r^* dx \quad (\text{A. 12})$$

$$dM_\delta = \rho_V \left( \frac{d}{dx} \right) [\bar{u} \delta 2\pi r^*] dx \quad (\text{A. 13})$$

式 (A. 12)、式 (A. 13) を適用して、式 (A. 10) と式 (A. 11) の微分形を気液界面でのエネルギー流束の連続性の式 (A. 7) に代入すると、蒸気膜厚さ  $\delta$  に関する次の微分方程式が得られる。

$$\frac{12\mu_V \lambda_V \Delta T_{\text{sat}}}{\rho_V (\rho_L - \rho_V) g \ell} = \frac{\delta}{r^*} \frac{d}{dx} [\delta^3 f] \quad (\text{A. 14})$$

ただし,

$$f \equiv r_g r^* \quad (\text{A. 15})$$

$\delta$  は  $x=0$  で有限であることを考慮して, 式 (A. 14) を  $\delta$  について解くと次式が得られる.

$$\delta = 2 \left( \frac{Sp}{Gr} L^3 \right)^{1/4} I \quad (\text{A. 16})$$

ここで,

$$I = \left( \frac{\int_0^x r^* f^{1/3} dx}{f^{4/3}} \right)^{1/4} \quad (\text{A. 17})$$

$$Gr \equiv (gL^3/\nu_v^2)[(\rho_L/\rho_v) - 1] \quad (\text{A. 18})$$

$$Sp \equiv c_{PV}\Delta T_{\text{sat}}/(Pr_v\ell) \quad (\text{A. 19})$$

局所ヌッセルト数は次のように得られる.

$$Nu \equiv \frac{hL}{\lambda_v} \quad (\text{A. 20})$$

$$h \equiv \lambda_v \frac{1}{\Delta T_{\text{sat}}} \left[ -\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \right] = \frac{\lambda_v}{\delta} \quad (\text{A. 21})$$

$$Nu = \frac{L}{\delta} = \frac{L^{1/4}}{2 \left( \frac{Sp}{Gr} \right)^{1/4} I} \quad (\text{A. 22})$$

伝熱面における熱流束の微分形は次のように得られる.

$$dq = \frac{q}{S} \Big|_{y=0} dS = -\lambda_v \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} 2\pi r^* dx \quad (\text{A. 23})$$

関数  $q_0$  を次のように定義する.

$$q_0 \equiv \frac{dq}{dx} \quad (\text{A. 24})$$

式 (A. 24) に式 (A. 23) を代入し, 式 (A. 11) を適用すると  $q_0$  に関して次の関係が得られる.

$$\begin{aligned} q_0 &= \frac{2\pi r^* \lambda_v \Delta T_{\text{sat}}}{\delta} \\ &= \frac{\pi r^* \lambda_v \Delta T_{\text{sat}}}{\left( \frac{Sp}{Gr} L^3 \right)^{1/4} I} \end{aligned} \quad (\text{A. 25})$$

取り除かれる総熱量  $Q$  は  $q_0$  を積分することで得られる.

$$Q = \frac{\pi \lambda_v \Delta T_{\text{sat}}}{\left( \frac{Sp}{Gr} L^3 \right)^{1/4}} \int_0^{x|\theta=\pi} \frac{r^*}{I} dx \quad (\text{A. 26})$$

全伝熱面積平均の壁面熱流束  $q$  は次式で定義される.

$$\begin{aligned} q &\equiv Q/S_T \\ &= \frac{\pi \lambda_v \Delta T_{\text{sat}}}{S_T \left( \frac{Sp}{Gr} L^3 \right)^{1/4}} \int_0^{x|\theta=\pi} \frac{r^*}{I} dx \end{aligned} \quad (\text{A. 27})$$

平均ヌッセルト数は次のように得られる.

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{\lambda_v} \quad (\text{A. 28})$$

$$\overline{Nu} = \frac{q}{\Delta T_{\text{sat}}} \frac{L}{\lambda_v} \quad (\text{A. 29})$$

$$= \frac{\pi L^{1/4}}{S_T \left( \frac{Sp}{Gr} \right)^{1/4}} \int_0^{x|\theta=\pi} \frac{r^*}{I} dx \quad (\text{A. 30})$$

前述の通り, 式 (A. 8) の境界条件は気液界面で蒸気のすべりが無い場合 (non-slip condition) に相当する. いま, 気液界面 ( $y = \delta$ ) における速度  $u$  に関する境界条件を次のように設定する.

$$y = \delta : \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad [\text{CASE s}] \quad (\text{A. 31})$$

式 (A. 31) の境界条件は気液界面で蒸気が完全にすべっている場合 (slip condition) に相当する. 式 (A. 31) を適用して, 同様の手続きを用いると次式を得る.

$$u = \frac{(\rho_L - \rho_v) g r_g}{2\mu_v} \delta^2 \left[ \frac{2y}{\delta} - \left( \frac{y}{\delta} \right)^2 \right] \quad (\text{A. 32})$$

$$\bar{u} = \frac{\delta^2 (\rho_L - \rho_v) g r_g}{3\mu_v} \quad (\text{A. 33})$$

$$\delta = 2^{1/2} \left( \frac{Sp}{Gr} L^3 \right)^{1/4} I \quad (\text{A. 34})$$

$$Nu = \frac{L^{1/4}}{2^{1/2} \left( \frac{Sp}{Gr} \right)^{1/4} I} \quad (\text{A. 35})$$

$$q = \frac{2^{1/2} \pi \lambda_v \Delta T_{\text{sat}}}{S_T \left( \frac{Sp}{Gr} L^3 \right)^{1/4}} \int_0^{x|\theta=\pi} \frac{r^*}{I} dx \quad (\text{A. 36})$$

$$\overline{Nu} = \frac{2^{1/2} \pi L^{1/4}}{S_T \left( \frac{Sp}{Gr} \right)^{1/4}} \int_0^{x|\theta=\pi} \frac{r^*}{I} dx \quad (\text{A. 37})$$