

組合せ応力をうける平滑材および切欠き材の 疲労限のクライテリオンの検討*

真 武 友 一** 今 井 康 文**

Fatigue Criterion for Notched and Unnotched Specimens under Combined Stress State

by

Tomokazu MATAKE and Yasufumi IMAI

(Faculty of Engineering, Nagasaki University, Nagasaki)

In the previous works, the criterion for the fatigue strength of unnotched specimens under combined stress was proposed and treated separately from that of notched specimens, but it has been found that the former criterion is a special case of the latter. It has been also found that as long as the torsional fatigue strength is determined carefully, the same criterion can be applied to the results of both fracture and nonfracture tests, although the criterion was originally proposed for the case where the fatigue strength is defined to be the stress below which no 0.1 mm slip-band cracks initiate. Slip-band cracks were found fractographically to correspond to the so-called stage I cracks. From several experimental results appeared in the literature, the criterion has been confirmed to be also applicable generally to the rolled steel products in spite of the fact that rolled metals possess inevitably the anisotropy due to rolling. Finally, it was concluded that the proposed criterion alone can be used successfully to estimate the fatigue strength under the combined stress state of bending and torsion, within experimental errors, for both ductile and brittle materials instead of using different empirical formulae which had been adopted previously.

(Received Mar. 14, 1980)

キー・ワード：組合せ応力，疲労，切欠き試験片，第1段階き裂

1 緒 言

機械の部材に作用する応力は、引圧、曲げ、ねじりなどの単純応力が多いが、部材の形状や作動の目的から、同位相の曲げ・ねじり応力を組合せた場合もはなはだ多い。単純応力によるこの100余年の間の疲労試験や研究は、膨大な数の成果となって集積されているが、実働状態に近い組合せ応力による研究や試験結果は世界的にみてもはなはだ少ない。これは単純応力試験に比べて組合せ応力試験は装置が特別なものになることや単純応力試験結果から組合せ応力状態を推定できる可能性があるからである。

実際に、種々な材料について、曲げおよびねじりの疲労限から、曲げ・ねじり¹⁾²⁾の組合せ応力状態の疲労限を推定するための実験式が提唱されている。これはいづれも延性材料に対しては4分の1だ円弧およびぜい性材料に対してはσ軸上に中心を有するだ円弧の式で

別々に実験式を与えている。

その後、曲げ・ねじりの応力組合せ状態の耐久限度³⁾や疲労強度に関する説が提唱された。また、軸応力とねじり応力を組合せた場合、Mises説⁴⁾⁵⁾に基づく等価応力⁶⁾を用いて整理することも報告されている。

切欠き材の組合せ応力試験に至っては遙かに少い。僅かに発表された報告²⁾⁷⁾⁸⁾も実際に使用されている部材の形状などで切欠き材としての系統的な研究ではない。

著者の一人は、平滑材の組合せ応力の疲労限のクライテリオン⁹⁾として最大せん断応力 τ_{\max} 面上に0.1 mmの微小き裂が発生する繰返し数を寿命の基準に選べば、この面上の垂直応力 σ_n は繰返される最大せん断応力と一定の関係にあることを述べた。すなわち、

$$\tau_{\max} = \tau_0 - a\sigma_n \quad (1)$$

(τ_0 = 両振りねじり疲労限, a = 正の常数)。また、この説に従えば、最大せん断応力面の方向は曲げ・ねじりの組合せ状態によって変化するから、試験材料は等方性であるべきことを提案し、ほぼ等方性と考えられ

* 原稿受理 昭和55年3月14日

** 正会員 長崎大学工学部 長崎市文教町

る平滑材を用いた結果は延性材, ぜい性材にかかわらず(1)式でよく表されることを示した. さらに, (1)式は簡単な変換によって Gough のぜい性材に対するだ円弧の式

$$\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2 + \left(2 - \frac{\sigma_0}{\tau_0}\right)\frac{\sigma}{\sigma_0} + \left(\frac{\sigma_0}{\tau_0} - 1\right)\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^2 = 1 \quad (2)$$

(σ_0, τ_0 =両振り曲げ, ねじり疲労限)と全く同一式になることを明らかにした.

また, 組合せ応力をうける切欠き材の疲労限についての著者のクライテリオンによると, 切欠き材の場合には, 平滑材の場合の注意に加えて形状係数の表し方および3軸応力状態にある切欠き底のすべり形を考慮する必要があります. また, 疲労強度を決める条件として切欠き底からある深さの平均の最大せん断応力 $\bar{\tau}_{max}$ とその作用面上の垂直応力 $\bar{\sigma}_n$ をとれば, 実験結果は

$$\bar{\tau}_{max} = \tau_0 - a\bar{\sigma}_n \quad (3)$$

で整理できることが明らかになった.

このように, 平滑材および切欠き材の各組合せ応力による疲労限については諸説が提唱されたが平滑材と切欠き材との関係は必ずしも明確でない. 本論文ではこの関係を明らかにするとともに, 他の説との関係についても述べる. また, 組合せ応力の諸説が圧延材料を用い圧延方向を軸とした試験片の破断・非破断による実験を根拠としているため, 圧延鋼材を用いて実験を行い, 圧延異方性の影響についても調査した.

2 平滑材と切欠き材の疲労限間の関係

等方性とみなされる延性およびぜい性の平滑材および切欠きをもつ延性材の組合せ応力の疲労限については, それぞれ(1)式, (3)式で実験結果が整理できることが明らかになった. これらの式は同形であるが平滑・

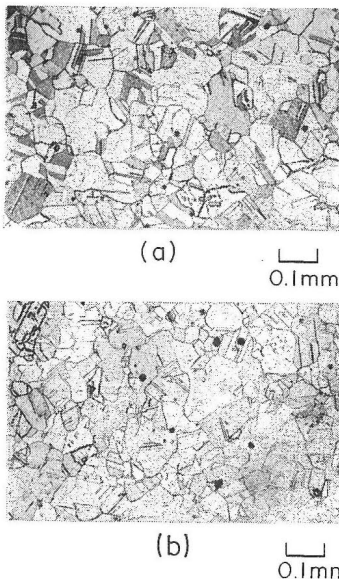


Fig. 1. Microphotograph of 7:3 brass.

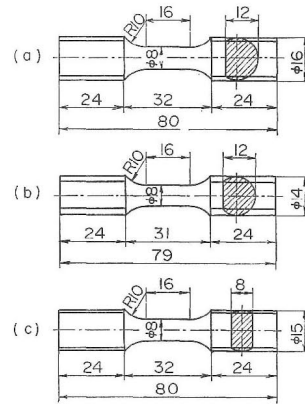


Fig. 2. Dimension of specimen.

切欠きの両材に統一して適用できるか否か不明である. このため切欠き試験片として用いたのと同じ材料の7:3黄銅を用いて両振りの組合せ応力による疲労試験を行った. 材料の組織写真および試験片形状を Fig. 1 および Fig. 2 に示す. 組合せ応力を発生させるため特殊つかみを用いて試験片軸を試験機軸と θ だけ傾けて取り付けた. 試験機はシエク型曲げねじり試験機 (4 kg · m) である. 疲労限は 2×10^7 回の応力繰返しに耐えて 0.1 mm の表面き裂が発生しない最大応力である. 応力組合せ角は $\theta = 0^\circ, 10^\circ, 22.5^\circ, 41^\circ$ および 90° の5とおりである.

疲労試験の結果を, Table I および Fig. 3 の $\bar{\tau}_{max} - \bar{\sigma}_n$ 線図に□印で示した. 同図には同一材料の切欠き試験片の結果も記入してある. $\bar{\tau}_{max}, \bar{\sigma}_n$ は表面の最大応力からの内方への応力こう配を考慮して, 平均結晶粒の半分 (24 μ) の深さについて平均した値であるが, 平滑材では応力こう配が切欠き材に比べてゆるやかで, 表面の τ_{max}, σ_n の値を用いても差支えない. この図からわかるように, 同一材料では切欠き材も平滑材も(3)式で表される直線によく一致している. したがって(1)式は(3)式の特別の場合と考えてよいことがわかる.

Table I. Fatigue strength of 7:3 brass (kg/mm²).

Stress state	θ°	τ_0	σ_0	τ_{max}	σ_n
Torsion	0	4.50	0	4.50	0
	10	4.43	1.56	4.50	0.78
Combined	22.5	3.70	3.06	4.00	1.53
	41	3.02	5.24	4.00	2.62
Bending	90	0	7.20	3.60	3.60

*1 69.2% Cu, 30.8% Zn; $\sigma_{0.2} = 10.3$ kg/mm², $\sigma_B = 32.7$ kg/mm², $\varphi = 63.9\%$, $\psi = 82.7\%$; 平均結晶粒度 48 μ

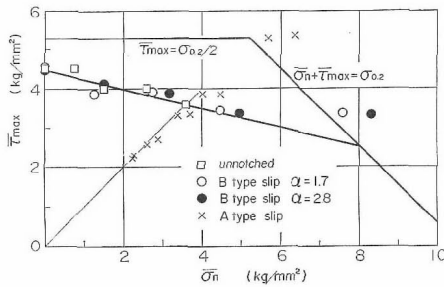


Fig. 3. $\bar{\tau}_{max}-\bar{\sigma}_n$ diagram for 7:3 brass.

3 従来の研究との関連

3.1 小野説

小野説では破損の引張側限界線は引張りともねじりの応力円の共通接線である。これは静応力の場合であるが、疲労の場合も同傾向にあると考えてよい。(1)式と限界線を比較したのが Fig. 4 で、小野説は破線、(1)

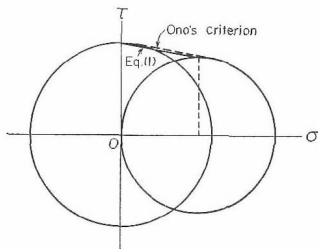


Fig. 4. Relation of Ono's criterion to Eq. (1).

式は実線で示した。この両者はねじりに比べて曲げの強度が小さい場合は離れるが、だいたい接近していることがわかる。

3.2 第一段階き裂との関係

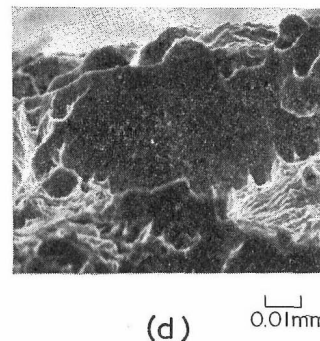
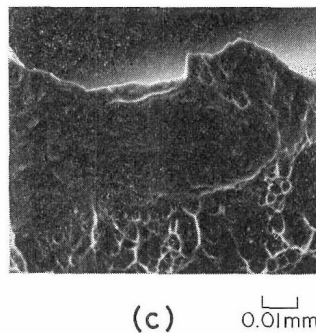
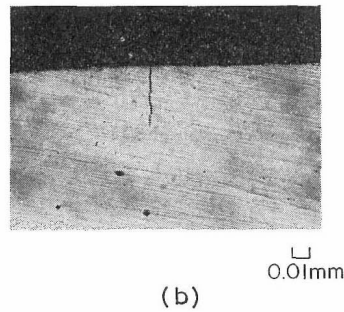
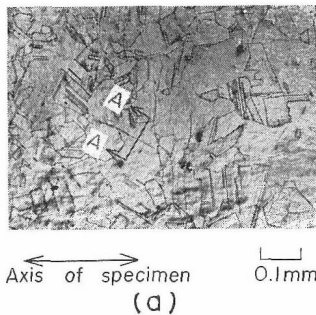
疲労き裂の進展には最大せん断応力の方向に進展する第一段階き裂と最大引張応力方向に垂直な方向に進展する第二段階き裂と巨視的な最終破断の過程の3段階に分類されている。疲労き裂の発生機構や初期進展の過程はフラクログラフィの研究によって急速に解明されており、これらの各段階の相互関係および第一段階き裂の定義などについて考察を加えた小林らの文献¹²⁾がある。そこで基準寿命と考えた0.1mmの表面き裂はこの過程のいずれに対応するのかを調査した。

Fig. 5 (a)(b)は前報(7:3黄銅)の平滑材の表面に発生した基準寿命のき裂とその横断面である。Fig. 5 (c)(d)は切欠き底に0.1mmの疲労き裂をもつ切欠き試験片を引張り破断させ、その破面を45°傾斜させて撮った走査型電顕の写真で、 $\alpha=1.7$ および $\alpha=2.8$ の両試験片とも0.1mmの微小き裂は無特徴なすべり型の破面であることがわかる。このように、0.1mmのき裂の発生の時期は第1段階き裂に相当するものと考えられる。

4 異方性に対する検討

4.1 圧延鋼材による研究

従来は強度の異方性の有無は考慮しないで実験が行



(a) No.7, $\alpha=1.0$, $\theta=10^\circ$, (b) A-A section in (a),
(c) No.16, $\alpha=1.7$, $\theta=22.5^\circ$, (d) No.83, $\alpha=2.8$, $\theta=41^\circ$.

Fig. 5. Slip-band cracks and fracture surfaces of 7:3 brass.

われ、実験式も延性・ぜい性の材料についてそれぞれの実験式が示されている。Findleyはこの異方性を考慮しようとしたが、実用化されるまでには至っていない。異方性はせん断応力よりも垂直応力に敏感であるから、 τ_{max} , σ_n あるいは $\bar{\tau}_{max}$, $\bar{\sigma}_n$ を含んだ(1)あるいは(3)式は異方性をもつと考えられる圧延材に対してどの程度適用できるかを調査する目的で圧延丸棒(S15C、直径 25 mm)を用いた組合せ応力の試験を行った。素材の異方性の程度は不明であるが、Fig. 6に示した横断面・縦断面の組織写真でわかるように、異方性は存在する。

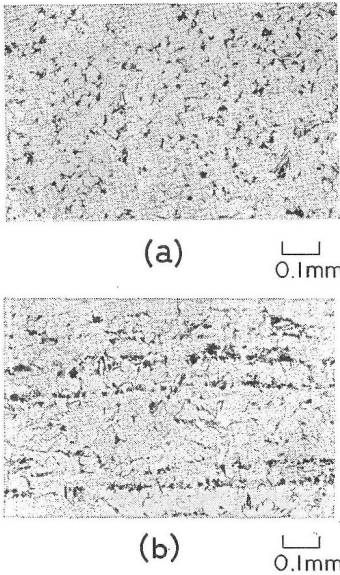


Fig. 6. Microphotograph of S15C.

試験片の形状 (Fig. 2) および使用した試験機は前節と同じである。組合せ角は $\theta=0^\circ, 22.5^\circ, 41^\circ$ および 90° の4とおりである。試験方法は従来の実験と比較するため破断・非破断としたが、 $\theta=0^\circ$ のねじりの場合はき裂が軸方向に長く進展するため、トルクが急激に減少したときを破断とみなした。

疲労試験の結果を Fig. 7 および Table II に示す。この疲労限を τ_{max} , σ_n の線図にプロットしたのが Fig. 8 である。図中の実線は(1)式で、実験結果によく適合していることがわかる。

4・2 西原らの研究

組合せ応力試験としてよく用いられている西原らの試験結果を $\tau_{max}-\sigma_n$ 線図にプロットしたのが Fig. 9 である。図中の実線は実験点を結んだのではなく、曲げとねじりの実験点を結んだ(1)式の直線である。熱処理の影響のある Ni-Cr 鋼と铸铁を除けば、だいたい

Table II. Fatigue strength of S15C (kg/mm²).

Stress state	θ°	τ	σ	τ_{max}	σ_n
		Torsion	0	11.7	0
Combined	22.5	9.5	7.9	10.3	3.9
	41	7.5	13.0	9.9	6.5
Bending	90	0	17.0	8.5	8.5

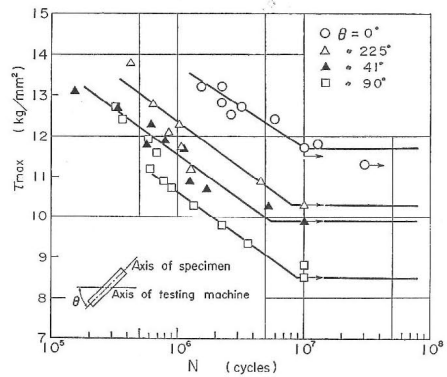


Fig. 7. S-N diagram of S15C.

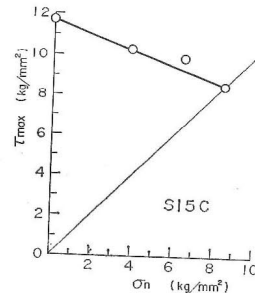


Fig. 8. $\tau_{max}-\sigma_n$ diagram.

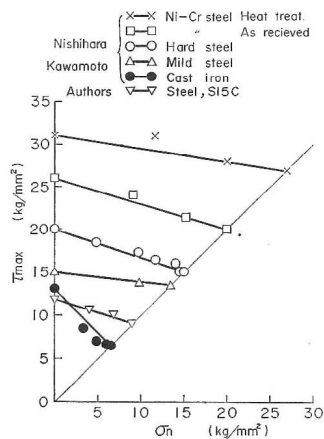


Fig. 9. $\tau_{max}-\sigma_n$ diagram.

(1)式の線に沿っている。

ねじりの試験では疲労限付近で発生するき裂は軸方

*2 0.17% C, 0.25% Si, 0.47% Mn, 0.007% P, 0.005% S
 $\sigma_{su}=26.2 \text{ kg/mm}^2, \sigma_B=38.5 \text{ kg/mm}^2, \phi=38.2\%, \psi=69.9\%$

向に向く場合が多く、軸方向のき裂はトルクやねじれ角に変化を与えにくいし、分離破断させるには大きなトルクを必要とする。報告によれば鋳鉄の破断面は他の材料より軸方向に長い破面を示しているの、ねじりの疲労限が高く評価されていると考えられる。ねじりの疲労限のみを低くとれば、鋳鉄の場合も(1)式の線で表されると思われる。

Fig.9 には Fig.8 の分も合せて記入したが、全般的に異方性をもつと考えられる圧延材も(1)式で表されることがわかる。

圧延による強度の異方性は垂直応力に対して顕著に現れるが、ねじり応力はどの方向から採取しても疲労限はほぼ同じで採取方向による影響がない。¹³⁾ 圧延材に対しても(1)式が適用されることは微小き裂の発生には異方性による垂直応力の影響の差があまりないためと考えられる。

4・3 1/4 だ円の式との関係

ぜい性材に対する Gough の(2)式が(1)式と同一であることは前に述べた。延性材に対して西原ら、¹⁾ Gough はともに、だ円

$$\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^2 = 1 \quad (4)$$

の1/4 だ円弧が実験値と合うと述べている。この式と(1)式の関係を検討するために、(4)式を τ_{max} , σ_n の項で表せば

$$\tau_{max}^2 + \left(4\frac{\tau_0^2}{\sigma_0^2} - 1\right)\sigma_n^2 = \tau_0^2 \quad (5)$$

となる。これも τ_{max} , σ_n 座標で原点を中心とするだ円の式である。この(4)式と(1)式を模型的に描いたのが Fig.10 で、 $\sigma-\tau$ 座標の1/4 だ円弧はここでは1/8 だ円弧となる。図からわかるように、両式は $\theta = 22.5^\circ$ 付近で最も離れる。延性材では $\tau_0/\sigma_0 = 1/\sqrt{3}$ 前後と考えられるから、 $\tau_0/\sigma_0 = 1/\sqrt{3}$ とすればこの両者の差は最大約3.5%である。これはだいたい実験のばらつきの範囲内にあり、Fig.9 で示したように良い一致をみている。

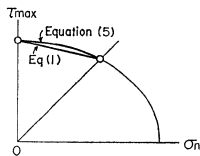


Fig. 10. Relation of Eq. (5) to Eq. (1).

5 結 言

以上の研究による主な結果から次のことがいえる。

(1) (3)式のクライテリオンでは、平滑材および切欠き材はよい一致をみることに、すなわち切欠き材の疲労限を平滑材の疲労限から推定できること。

(2) 従来、破断・非破断による平滑な延性材およびぜい性材の組合せ応力の疲労限に与えられていたそれぞれの実験式には、実験の誤差の範囲で、(1)あるいは(2)式の形に統一してまとめられること、

(3) したがって、ねじり試験の際多少の注意をはらえば、圧延材においても(3)式で表現できるであろうこと、すなわち、平均結晶粒度の半分の深さの応力こう配を平均した $\bar{\tau}_{max}-\sigma_n$ 線図上で、平滑材の曲げとねじりの疲労限の点を結ぶ直線から任意の応力組合せ状態における平滑材および切欠き材の疲労限を推定しうることが明らかになった。

(昭和54年11月7日 第13回疲労シンポジウムにて講演)

参 考 文 献

- 1) 西原利夫, 河本 実, 日本機械学会論文集, **7**, 1-85 (1941).
- 2) Gough, H. J., Proc. Inst. Mech. Engr., **160**, 417 (1949).
- 3) 中西不二夫, 日本機械学会論文集, **18**, 104; 97 (1952).
- 4) Stuhlen, F. B., and H. N., Cumming, Proc. ASTM, **54**, 822 (1954).
- 5) Findley, W. N., J. J. Coleman, and B. C. Hanley, Proc. Int. Conf. on Fatigue of Materials, 150 (1956).
- 6) 田中紘一, 松岡三郎, 西島 敏, 日本機械学会論文集, **45**, 195 (1979).
- 7) 河本 実, 田中道七, 伊吹幸彦, 尾島 明, 秋葉忠夫, 日本機械学会講演論文集, No.203, 41 (1969).
- 8) 河本 実, 尾島 明, 須山与八郎, 日本機械学会講演論文集, No.701, 21 (1971).
- 9) 眞武友一, 日本機械学会論文集, **42**, 1947 (1976).
- 10) 眞武友一, 今井康文, 日本機械学会論文集, **45**, 975 (1979).
- 11) 小野鑑正, 材料力学, 327 (1948) 丸善
- 12) 小林英男, 中沢 一, 機械の研究, **24**, 1471; 1609 (1972); **25**, 68; 307; 447; 581; 715; 825; 959; 1060; 1179; 1323; 1425; 1573 (1973); **26**, 93 (1974).
- 13) 眞武友一, 蒲原 明, 石橋 正, 九大工学集報, **36**, 171 (1963).