

多段歯車系の歯打ち現象における
駆動トルクの高次成分の影響*吉武 裕*¹, 西 佑太*², 大塚康平*²
田村尋徳*³, 原田 晃*⁴Effects of Higher Harmonics of Driving Torque
in Gear Rattle of Multi-Step Gear SystemYutaka YOSHITAKE*⁵, Yuta NISHI, Kohei OTUKA,
Hironori TAMURA and Akira HARADA*⁵ Graduate School of Science and Technology, Nagasaki University,
1-14 Bunkyo-machi, Nagasaki-shi, Nagasaki, 852-8521 Japan

Gear rattle of multi-step helical gear system is treated. Mesh stiffness variations and higher harmonics of driving torque are considered in the system. The effects of higher harmonics of driving torque are studied by numerical analysis. As a result, the followings were made clear. (1) In the resonance region of lower mode, when the frequency of driving torque is nearly equal to the one which is the natural frequency of higher mode divided by some integer, the response contains the higher mode and its amplitude of acceleration becomes large. However this phenomenon is not so affected by the higher harmonics of driving torque. (2) First harmonic of driving torque generates higher harmonic resonance and higher harmonic of driving torque generates the main resonance, hence the interaction of these two resonances makes the amplitude of the resonance large. (3) Because of interaction of higher harmonics of driving torque and mesh stiffness variation, resonances like gear noise occur with many side-bands in low frequency region, and the region of the rattles becomes wide. (4) Gear rattles in the case of small constant torque are almost chaos, and chaos by intermittency is recognized.

Key Words: Gear Rattle, Nonlinear Vibration, Parametric Excitation, Forced Vibration, Chaos and Fractal, Higher Harmonic Resonance

1. 緒 言

車の変速機に発生する振動の一つとして、アイドリング時やアクセルオフ時に発生する歯打ち現象があるが、この歯打ち現象の研究では歯面の接触と分離を表すがた特性の非線形効果のみを調べたもの^{(1)~(6)}が多く、実際の駆動系で存在するかみ合い剛性変動、トルク変動の高次成分、歯形誤差等の影響は調べられておらず、それらが歯打ちにどのような影響を及ぼすのか不明であった。

そこで、著者らは、まず、変速機の歯打ち現象の基礎的研究として一對のはずば歯車系についてかみ合い

剛性変動を考慮した数値解析を行い、トルク変動とかみ合い剛性変動の相互作用などの影響を明らかにし⁽⁷⁾、次に、多段はずば歯車系についてもかみ合い剛性変動の影響を調べるとともに、多段歯車系の歯打ちの特徴を明らかにした⁽⁸⁾。本報告では、実際の駆動系に存在するトルク変動の高次成分も考慮することが必要と考え、多段歯車系を対象にかみ合い剛性変動に加えてこれを考慮した解析を行い、その影響を明らかにする。

2. 理論解析

2.1 運動方程式の導出と無次元化 自動車の変速機の基本的モデルとして図1に示す三軸二段はずば歯車系を扱う。中間軸の質量を一段目の被動歯車と二段目の駆動歯車に振り分け、その剛性と減衰のみを考慮すると、この系のかみ合い時の角変位に関する運動方程式は次式となる。

$$I_1 \ddot{\theta}_1 + \{k_1(r_1\theta_1 - r_2\theta_2) + c_1(r_1\dot{\theta}_1 - r_2\dot{\theta}_2)\} r_1 = T_{i0} + T_a(t) \quad (1)$$

* 原稿受付 2009年9月4日。

¹ 正員, 長崎大学大学院生産科学研究科(☎852-8521 長崎市文教町1-14)。² 学生員, 長崎大学大学院生産科学研究科。³ 正員, (株)トヨタ自動車(☎471-8571 豊田市トヨタ町1)。⁴ 正員, 長崎大学工学部。

E-mail: yoshitak@nagasaki-u.ac.jp

$$I_2 \ddot{\theta}_2 - \{k_1(r_1\theta_1 - r_2\theta_2) + c_1(r_1\dot{\theta}_1 - r_2\dot{\theta}_2)\} r_2 + K_m(\theta_2 - \theta_3) + C_m(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3) = 0 \quad (2)$$

$$I_3 \ddot{\theta}_3 + \{k_2(r_3\theta_3 - r_4\theta_4) + c_2(r_3\dot{\theta}_3 - r_4\dot{\theta}_4)\} r_3 - K_m(\theta_2 - \theta_3) - C_m(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_3) = 0 \quad (3)$$

$$I_4 \ddot{\theta}_4 - \{k_2(r_3\theta_3 - r_4\theta_4) + c_2(r_3\dot{\theta}_3 - r_4\dot{\theta}_4)\} r_4 = -T_4 \quad (4)$$

ここに、入力の一一定トルクは最終段の負荷トルクで受けるとし、また、 i 段目の諸量を以下のように定義している($i=1,2$).

I_{2i-1}, I_{2i} : i 段目の駆動歯車, 被動歯車の慣性モーメント

$\theta_{2i-1}, \theta_{2i}$: i 段目の駆動歯車, 被動歯車の角変位

r_{2i-1}, r_{2i} : i 段目の駆動歯車, 被動歯車の基礎円半径

k_i, c_i : i 段目歯車対のかみ合い剛性と粘性減衰係数

K_m, C_m : 中間軸のねじり剛性と粘性減衰係数

$T_{10} + T_a(t)$: 入力トルク

$T_4 = T_{10} r_2 / r_1 \cdot r_4 / r_3$: 負荷トルク

式(1)~(4)の角変位に関する運動方程式を並進座標系に関する運動方程式に変換し、さらに相対変位の運動方程式に変形する。ただし、復元力については、かみ合い剛性 k_1, k_2 をかみ合い周期で変動する関数とするとともに次のがた関数 $G_1(y_1), G_2(y_3)$ を導入するが、粘性減衰係数 c_1, c_2 については文献⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾⁽⁸⁾に倣い一定値とするとともにがた関数も導入しない。

$$G_1(y_1) = \begin{cases} y_1 - d_1 & y_1 \geq d_1 \\ 0 & |y_1| \leq d_1 \\ y_1 + d_1 & y_1 \leq -d_1 \end{cases} \quad (5)$$

$$G_2(y_3) = \begin{cases} y_3 - d_2 & y_3 \geq d_2 \\ 0 & |y_3| \leq d_2 \\ y_3 + d_2 & y_3 \leq -d_2 \end{cases}$$

ここに、

$$x_i = r_i \theta_i \quad (i=1-4), \quad \alpha = r_2 / r_3$$

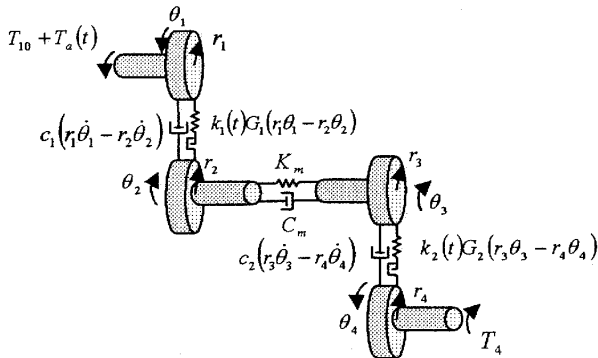


Fig.1 Two-stage gear system

$$y_1 = x_1 - x_2, \quad y_2 = x_2 - \alpha x_3, \quad y_3 = x_3 - x_4$$

さらに、一段目のバックラッシの半分の値 d_1 を用いて式(1)~(4)を無次元化すると、以下の無次元運動方程式が得られる。

$$\xi_1'' + 2\gamma_1 \xi_1' + \kappa_1(\tau) F_1(\xi_1) - \mu_{12} \eta_2 (2\gamma_m \xi_2' + \eta_2 \xi_2) = p_1(\tau) \quad (6)$$

$$\xi_2'' - \mu_{m1} (2\gamma_1 \xi_1' + \kappa_1(\tau) F_1(\xi_1)) - \alpha \eta_1 \mu_{m2} (2\gamma_2 \xi_3' + \eta_1 \kappa_2(\tau) F_2(\xi_3)) + \eta_2 (2\gamma_m \xi_2' + \eta_2 \xi_2) = 0 \quad (7)$$

$$\xi_3'' + \eta_1 (2\gamma_2 \xi_3' + \eta_1 \kappa_2(\tau) F_2(\xi_3)) - \frac{\mu_{11}}{\alpha} \eta_2 (2\gamma_m \xi_2' + \eta_2 \xi_2) = p_4(\tau) \quad (8)$$

$$F_1(\xi_1) = \begin{cases} \xi_1 - 1 & \xi_1 \geq 1 \\ 0 & |\xi_1| \leq 1 \\ \xi_1 + 1 & \xi_1 \leq -1 \end{cases} \quad (9)$$

$$F_2(\xi_3) = \begin{cases} \xi_3 - \delta & \xi_3 \geq \delta \\ 0 & |\xi_3| \leq \delta \\ \xi_3 + \delta & \xi_3 \leq -\delta \end{cases}, \quad \delta = \frac{d_2}{d_1}$$

ここに、

$$\xi_i = \frac{y_i}{d_i} \quad (i=1-3), \quad \tau = \omega_{01} t$$

$$\omega_{01} = \sqrt{\frac{\bar{k}_1}{M_1}}, \quad \omega_{02} = \sqrt{\frac{\bar{k}_2}{M_2}}, \quad \kappa_1 = \frac{k_1}{\bar{k}_1}, \quad \kappa_2 = \frac{k_2}{\bar{k}_2}$$

$$\omega_{03} = \sqrt{\frac{K_m}{I_s}}, \quad \cdot = \frac{d}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} = \cdot \times \omega_{01}$$

$$M_1 = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \quad M_2 = \frac{m_3 m_4}{m_3 + m_4}$$

$$I_s = \frac{I_2 I_3}{I_2 + I_3}, \quad \eta_1 = \frac{\omega_{02}}{\omega_{01}}, \quad \eta_2 = \frac{\omega_{03}}{\omega_{01}}$$

$$\mu_{11} = \frac{I_2}{I_2 + I_3}, \quad \mu_{12} = \frac{I_3}{I_2 + I_3}$$

$$\gamma_1 = \frac{c_1}{2M_1 \omega_{01}}, \quad \gamma_2 = \frac{c_2}{2M_2 \omega_{02}}, \quad \gamma_m = \frac{C_m}{2I_s \omega_{03}}$$

$$\mu_{m1} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}, \quad \mu_{m2} = \frac{m_4}{m_3 + m_4}$$

$$W_1(t) = \frac{1}{\eta_1} (T_{10} + T_a(t))$$

$$p_1(\tau) = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{1}{k_1 d_1} \cdot W_1(t), \quad W_4(t) = \frac{1}{r_4} T_4$$

$$p_4(\tau) = \frac{m_1 m_2}{m_4 (m_1 + m_2)} \cdot \frac{1}{k_1 d_1} \cdot W_4(t)$$

\bar{k}_i : i 段目のかみ合い剛性変動の平均値 ($i=1,2$)

2.2 はすば歯車のかみ合い剛性 本研究においても前報⁽⁸⁾同様に梅澤ら⁽⁹⁾のはすば歯車のかみ合い剛

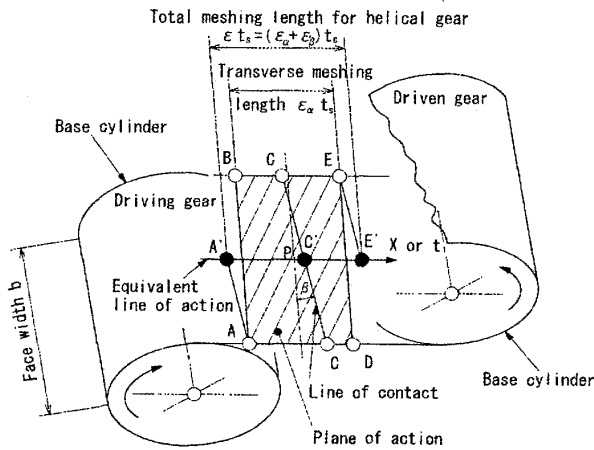


Fig.2 The plane and equivalent line of action for helical gears⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾

性の近似式を用いる。一对の歯のかみ合い時の剛性は次式で表される。

$$K(X) = K_p \exp(C_a |X|^3) \quad (10)$$

ここに、上式中の各変数はほぼ歯車の諸元によって決定されるもので次のように定義されている⁽⁹⁾。

K_p : ほぼバック対のピッチ点でのばね剛性
[N/ μm]

X : 図2に示す等価作用線 $A'E'$ 上のかみ合い位置の座標

C_a : 係数

図2にはほぼ歯車の一歯対の作用平面を斜線部の平面 $ABED$ で示している。図ではある時刻のかみ合い接触線を線 CC' で示しているが、ほぼ歯車の場合、接触線が歯車軸からねじれ角 β だけ傾いている。このことにより、ほぼ歯車のかみ合いは作用平面上の点 A から点接触が始まり、接触線が作用平面上を斜めに進行し、点 E にて点接触で終了する。本論文では梅澤ら⁽⁹⁾、蔡ら⁽¹⁰⁾にならい、ほぼ歯車対の作用平面上のかみ合いを回転方向のみの運動と見なし、歯幅中央の等価作用線上の問題に置き換えて考える。すなわち、かみ合いをこの等価作用線 $A'E'$ 上の座標 X または t で置き換え、かみ合いを等価的に点 A から始まり、接触線 CC' と等価作用線の交点 C' を通過して点 E で終わると考えて解析する。かみ合い率 ε を $I < \varepsilon < I+1$ (I : 整数) とすれば、かみ合い一周期中の i 段目のかみ合い剛性は式(10)を用いて次式で表される($i=1,2$)。

$$k_i(t) = K_i(t) + \dots + K_i(t+It_i) \quad (0 \leq t \leq It_i) \quad (11)$$

また、トルク変動の角振動数 ω と一段目と二段目の歯車のかみ合い剛性変動の角振動数 Ω_1, Ω_2 の関係は、一段目の駆動、被動、二段目の駆動、被動の各歯車の

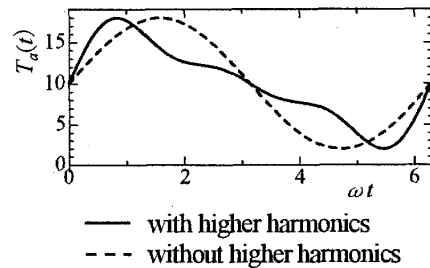


Fig.3 Waveforms of torque ($T_{10}=10 \text{ Nm}$, $T_{11}=8 \text{ Nm}$)

歯数をこの順に $Z_1 \sim Z_4$ で定義すると次式のようなになる。

$$\Omega_1 = \omega Z_1 / 2 \quad (12)$$

$$\Omega_2 = \omega Z_1 Z_3 / (2 Z_2) \quad (13)$$

2.3 トルク関数 4気筒エンジンの場合、トルク変動はクランクシャフト 1/2 回転の成分が支配的であるため従来の歯打ちの研究では、トルク変動関数として次式のような調和関数が用いられてきた。

$$T_a(t) = T_{11} \sin \omega t \quad (14)$$

しかしながら、実際の自動車のフライホイールからギヤボックスへ入力されるトルク変動は高次成分も多く含む⁽¹⁾⁽¹¹⁾。そこで S.Theodosiades ら⁽¹¹⁾にならい、トルク変動に大きく影響を与える 1 次、2 次、3 次成分を考慮した次式のトルク変動関数を用いることとする。

$$T_a(t) = T_{12} (\sin \omega t + 0.5 \sin 2\omega t + 0.25 \sin 3\omega t) \quad (15)$$

ここに、式(14)と式(15)の振幅が同じになるように T_{11} と T_{12} の比 ($\lambda = T_{12} / T_{11} = 0.72068$) を決めている。式(14)、(15)で表されるトルク関数の波形を図3に示している。実線はトルク変動の高次成分が有る場合、破線はトルク変動の高次成分が無い場合である。

3. 数値解析手法

本研究では、前報⁽⁸⁾同様、数値積分とニュートン法を組み合わせる周期解を効率よく求める手法であるシューティング法を用いて周期解を求める。非周期解はルンゲクッタギル法を用いて長時間数値積分することにより解を求める。

3.1 状態方程式 運動方程式を一階の連立常微分方程式に変形した状態方程式、および状態方程式に微小変分 η を導入した変分方程式は次のようになる。

$$\frac{dy}{dt} = f(y, t) \quad (16)$$

$$y' = (\xi_1, \xi_1', \xi_2, \xi_2', \xi_3, \xi_3') \quad , \quad f' = (f_1, \dots, f_6) \quad (17)$$

$$\frac{d\eta}{dt} = A(y)\eta \quad (18)$$

$$\eta = (\eta_1, \dots, \eta_6), \quad A(\mathbf{y}) = \frac{\partial f(\mathbf{y}, t)}{\partial \mathbf{y}} \quad (19)$$

3.2 周期解の導出 以下にシューティング法の概略を示す。解の周期条件は次式となる。

$$\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_0 = \mathbf{0} \quad (20)$$

ここに、 \mathbf{y}_0 は $t=0$ で仮定した初期値であり、それから一周期数値積分を行うことにより得られたものが \mathbf{y}_1 である。式(20)にニュートン法を適用すると次式を得る。

$$(\mathbf{B} - \mathbf{I}_n) \tilde{\mathbf{y}}_0 = -(\mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_0) \quad (21)$$

ここに、 \mathbf{B} は状態遷移行列であり、 $\tilde{\mathbf{y}}_0$ は次の繰り返しのための補正量である。得られた周期解の安定判別は行列 \mathbf{B} の固有値の絶対値が1よりも小ならば安定と判定する。

なお、歯の分離・接触の瞬間は数値積分のきざみを変化させ高精度で検出する。

4. 数値解析結果と考察

4.1 主共振 計算に用いた歯車系の各パラメータを表1に示している。この歯車の歯剛性変動は図4のようになる。また、かみ合い剛性変動の平均値を用いて求めた固有モードを図5に示している。ここに無次元固有角振動数 $\nu_i = \omega_i / \omega_{01} (i=1-3)$ は $\nu_1=0.645$, $\nu_2=1.011$, $\nu_3=4.597$ である。各要素の減衰比は $\gamma_1=0.05$, $\gamma_2=0.05$, $\gamma_3=0.002$ とした⁽¹²⁾。

歯打ちではトルクが小さいことを考慮して一定トルク T_{10} を10 Nm, 変動トルク $T_a(t)$ の振幅を8 Nm, 負荷トルク T_4 を11.142 Nmとしたときのトルク変動が1次成分のみの場合と高次成分まで含む場合の共振曲線を

それぞれ図6と図7に示す。横軸は変動トルクの無次元角振動数 $\nu = \omega / \omega_{01}$, 縦軸は各図の(a)では一段目歯車対の無次元加速度振幅 A_{1a} , 各図の(b)では二段目歯車対の無次元加速度振幅 A_{3a} である。安定解を実線, 不安定解を破線で示している。

図6, 図7の角振動数の範囲では, 1次と2次の固有角振動数付近に共振ピークが存在していることがわかる。それらの固有角振動数付近の共振ピークは左に大きく傾き, 漸軟バネ特性を示している。これは, 線形の固有振動数付近で加振され振幅が大きくなると歯面の分離が生じ, その結果, バックラッシュの範囲で歯面が分離している間はその歯対の剛性が零になるために, 1周期中の平均剛性, および, 固有振動数が振幅に応じて小さくなるためである。また, 多くの不安定振動の解が存在することからカオスの発生が考えられるが, これについては後述する。

図7の1次モードの主共振振幅を図6のそれと比較すると, 図7の1次モードの主共振振幅が図6の1/3程度と小さくなっており, 振幅の大きな領域も狭くなっている。これは, 両者の変動トルク振幅の値は変わらないものの, 前者は1次, 2次, 3次成分を合成したトルク変動の振幅であるため, 1次モードの主共振部に最も影響が大きいトルク変動の1次成分の振幅が後者に比較して相対的に小さい(1/3倍)ためである。2次モードについては, 前者の主共振振幅は後者に比較して1次モードの場合ほど小さくなっていないものの, 振幅の大きな領域は狭くなっている。

図6, 7の1次モードの主共振の漸軟型の共振曲線部分において, 例えば, $\nu \approx 0.5705$, $\nu \approx 0.6525$, $\nu \approx 0.7605$ で小さなピークが見られる。これは, 1次モードの主

Table 1 Parameters of helical gears with intermediate shaft

	1st gear		2nd gear	
	Driving	Driven	Driving	Driven
Number of teeth	36	38	36	38
Module[mm]	2			
Helix angle[deg]	30			
Pressure angle[deg]	20			
Pitch diameter	83.14	87.76	83.14	87.76
Face width[mm]	15			
Whole depth[mm]	4.5			
Total contact ratio	2.579			
Average of mesh stiffness[N/m]	2.496×10^8			
Inertia moment [kg·mm ²]	623.7	727.5	457.4	958
Damping ratio	0.05		0.05	
Stiffness of intermediate shaft[Nm/rad]	6.872×10^6			

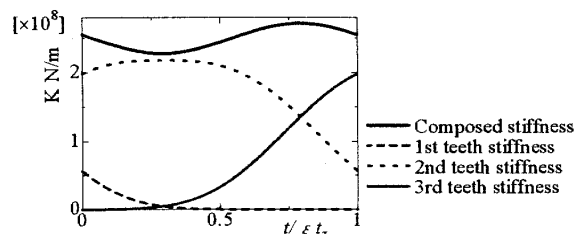


Fig.4 Composition of mesh stiffness

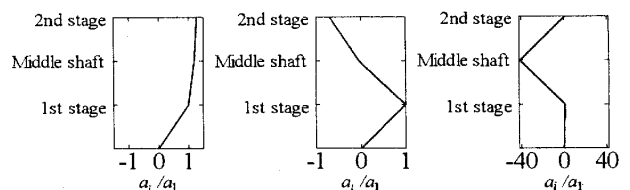
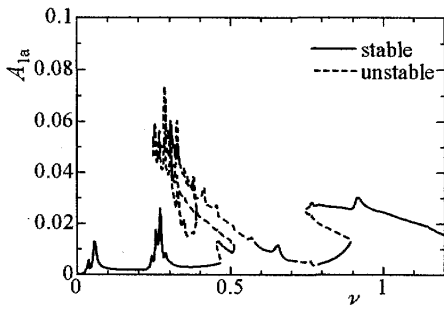
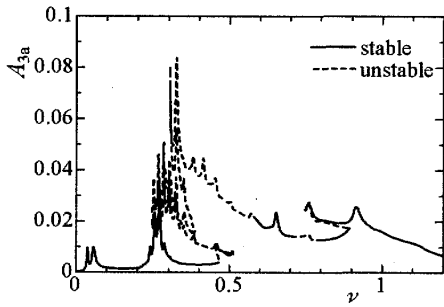


Fig.5 Natural modes



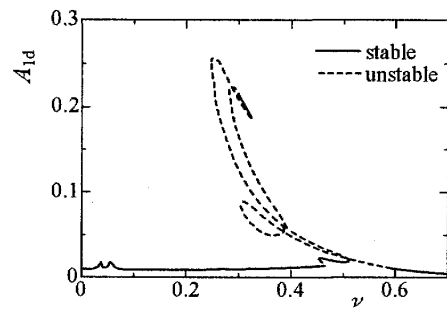
(a) 1st stage



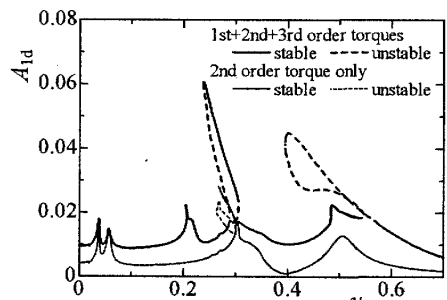
(b) 2nd stage

Fig.6 Resonance curve⁽⁸⁾

(Amp. of acceleration, without higher harmonics of torque)

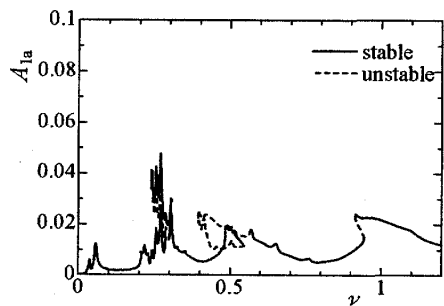


(a) Without higher harmonics of torque

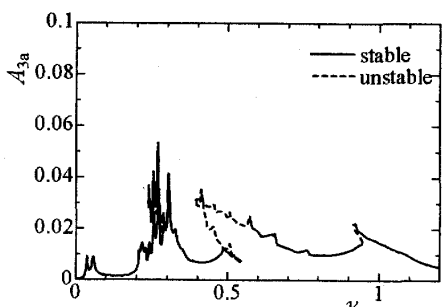


(b) With higher harmonics of torque

Fig.8 Resonance curve (Amp. of displacement)



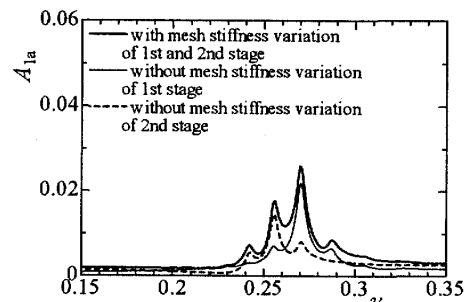
(a) 1st stage



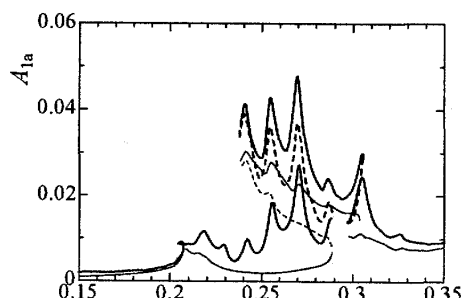
(b) 2nd stage

Fig.7 Resonance curve

(Amp. of acceleration, with higher harmonics of torque)



(a) Without higher harmonics of torque⁽⁸⁾



(b) With higher harmonics of torque

Fig.9 Resonance curve (Amp. of acceleration)

共振時にトルク変動の1次成分の振動数が3次モードの固有振動数の整数分の一(この例では各々1/8, 1/7, 1/6)とほぼ一致したために、3次モードも同時に生じ、それらの振動数においてのみ加速度振幅が大きくなったためである。この現象は、前報⁽⁸⁾では触れなかったが、非線形系によく見られる高調波共振の1つと考え

ることができる。一般的な高調波共振は次節でも述べるように外力の振動数が固有振動数の1/2や1/3に近いときに発生するのに対し、本研究では外力の振動数が3次モードの固有振動数の1/8, 1/7, 1/6に近くても

発生している。これは歯打ちが一種の衝突現象であり、極めて強い非線形をもつためである。同様な現象が梁の衝突振動においても確認されている⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾。図 6, 7 のこれらのピークを比較すると、あまり差がなく、トルク変動の高次成分の影響は少ないと言えるが、歯打ちの加速度振幅の増加は騒音レベルが高くなることにつながり、問題となると思われる。

4.2 高調波共振 トルク変動の高次成分が高調波共振に及ぼす影響を見るために、前述の図 6, 7 のような加速度振幅の小さなピークが目立たないように変位振幅で議論することとし、図 8(a), (b)にそれぞれ図 6(a), 7(a)に対応する一段目歯車対の変位振幅に関する共振曲線を示す。なお、図 8(b)ではトルク変動の 1 次から 3 次までの全ての成分を含む場合を太線で示しており、また、参考のために、トルク変動の 2 次成分のみが存在する場合の共振曲線を細線で示している。

まず、図 8(b)の 2 つの共振曲線にはいずれも $\nu \approx 0.32$ 付近から立ち上がり、左に傾いた共振ピークが見られるが、図 8(a)にはこのピークは存在しない。このことからトルク変動の 2 次成分により発生していることがわかる。このピークの立ち上がりの角振動数 $\nu \approx 0.32$ は 1 次モードの固有角振動数 $\nu_1 = 0.645$ のほぼ 1/2 であることから、トルク変動の 2 次成分による 1 次モードの主共振 (図 8(b)の細線) とは言えるが、図 8(b)のトルク変動の 1 次成分から 3 次成分までの全てを含む共振曲線 (図 8(b)の太線) のピークは、これの約 2 倍程度の大きな値となっており、トルク変動の 1 次成分による 1 次モードの 2 倍の高調波共振の影響を受けていると言える。次に、図 8(b)の 2 つの共振曲線にはいずれも $\nu \approx 0.50$ 付近から立ち上がり、わずかに左に傾いた共振ピークが見られる。図 8(a)にも同様のピークが存在している。この共振ピークの立ち上がりの角振動数 $\nu \approx 0.50$ は 2 次モードの固有角振動数 $\nu_2 = 1.011$ のほぼ 1/2 であることから、トルク変動の 2 次成分による 2 次モードの主共振 (図 8(b)の細線) と考えられるが、図 8(b)のトルク変動の 1 次成分から 3 次成分までの全てを含む共振曲線 (図 8(b)の太線) では、このピークはこれの 1.7 倍程度の大きな値となっており、トルク変動の 1 次成分による 2 次モードの 2 倍の高調波共振の影響を受けていると言える。同様に図 8(b)の $\nu \approx 0.21$ 付近の共振ピークは、トルク変動の 3 次成分による 1 次モードの主共振とトルク変動の 1 次成分による 1 次モードの 3 倍の高調波共振の相互作用によるものであると確認している。このように、歯打ちにおいては、トルク変動の高次成分による主共振と 1 次成分による高調波共振の相互作用により共振ピークが形成されて

いることがわかった。

4.3 かみ合い剛性変動による歯打ち 前報⁽⁸⁾で示したように、図 6, 7 の低振動数域に存在する $\nu = \omega/\omega_{01} \approx 0.038, 0.056, 0.255, 0.270$ 等のピークはかみ合い剛性変動の角振動数が固有角振動数と一致する、いわゆるギヤノイズの条件により発生する歯打ちである。ここでは、特に $\nu = 0.255, 0.270$ 付近の複数の共振ピークを対象にトルク変動の高次成分の影響を調べる。図 9 に一定トルク T_{10} を 10 Nm, 変動トルク $T_d(t)$ の振幅を 8 Nm, 負荷トルク T_4 を 11.142 Nm としたときの一段目歯車対の加速度共振曲線を示している。図 9(a), (b) はそれぞれトルク変動の高次成分が無い場合と高次成分が有る場合である。また、各図にはかみ合い剛性変動の一方、または両方を零としたものも示している。なお、図 9(a)では 1 次モードの主共振を省略して描いている。

図 9(a)からわかるように一段目と二段目のかみ合い剛性変動の一方しか考慮しない場合、一段目、あるいは二段目のかみ合い剛性変動の振動数が 3 次の固有振動数に一致する $\nu \approx 0.255$, あるいは $\nu \approx 0.270$ にやや大きなピークが存在し、その両側に、(かみ合い剛性変動の振動数 \pm トルク変動の振動数 = 3 次の固有振動数) で発生する小さなピークがそれぞれ存在していることがわかる (図 9(a)では実細線と破線のそれぞれの共振曲線に 3 つのピークが見られる。) これら両側のピークはサイドバンドと呼ばれており、歯車系では偏心誤差等により発生する⁽¹⁵⁾。本論文の歯車系では一段目の減速比が 36/38 と 1 からあまり離れていないため、図 9(a)のそれぞれのかみ合い振動数に関係する 3 つずつのピークのうち 2 つが重複し、かみ合い剛性変動が 2 つ存在しても結局、4 つのピークしか現れていない。一方、トルク変動の高次成分が存在する図 9(b)の共振曲線では、かみ合い剛性変動が 2 つ存在すると広い範囲で多くのピークが見られる。これは、トルク変動として 3 次成分まで考慮しているので、各かみ合い剛性変動について、サイドバンドは理論的には 6 つ存在し、7 つのピークが発生する可能性があるためである。このようにトルク変動に高次成分が存在すると、その影響によりサイドバンドが広くなり、さらに多段歯車系ゆえに、2 つのかみ合い剛性変動が存在するために、かみ合い剛性変動が原因の歯打ちの存在領域が広がるのが特徴である。なお、図 9(b)の多くのピークの半数程度で歯面分離が生じている。

4.4 カオス 図 10 に 1 次モードの主共振付近において不安定周期解が広く存在した $\nu = 0-0.6$ の分岐線図を一段目歯車対について示す。図 10(a)-(c)は変動

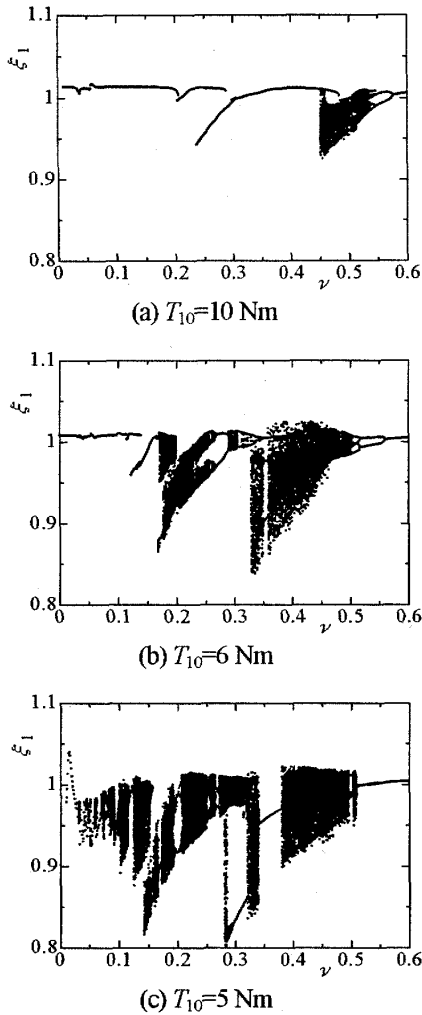


Fig. 10 Bifurcation diagram (1st stage, $T_{12}=8 \times \lambda$ Nm)

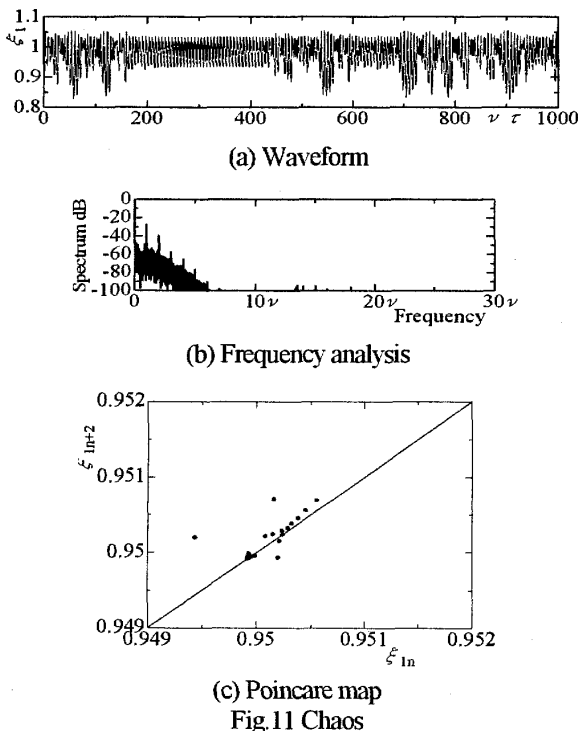


Fig. 11 Chaos (1st stage, $T_{10}=5$ Nm, $T_{12}=8 \times \lambda$ Nm, $\nu=0.338$)

トルク $T_a(t)$ の振幅を 8 Nm ($T_{12}=8 \times \lambda$ Nm) と固定し、一定トルクの値 T_{10} をそれぞれ 10 Nm, 6 Nm, 5Nm, 対応する負荷トルク T_4 の値をそれぞれ 11.142 Nm, 6.685 Nm, 5.571 Nm としたものである。一定トルクが小さくなると低振動数域でカオスの発生領域が広くなり、歯打ちは非常に広い振動数領域でカオスになってしまうことがわかる。カオスの一例として、図 11(a)-(c) にそれぞれ $\nu=0.338$ における一段目歯車対の変位波形、周波数分析結果、ポアンカレマップを示す。変位波形から間欠的に周期的な振動を行っていることがわかるが、この周期的な部分は、1/2 次分数調波に近い振動波形となっている。図 11(c) の 2 周期毎にとったポアンカレマップには、狭いチャネルが見られる。また、シューティング法から確認したカオス化する前後の周期解の特性乗数は -1 であった。以上からこのカオスは、ベルジェら⁽¹⁶⁾が言うところの間欠的に分数調波が優位になるタイプⅢのカオスと推察される。

5. 結 言

本研究の結果は以下のようにまとめられる。

- (1) 低次モードの共振領域において、トルク変動の振動数が高次モードの固有振動数の整数分の一になると、高次モードも発生し、加速度振幅が増加するが、トルク変動の高次成分の影響は少ない。
- (2) トルク変動の高次成分を考慮すると、トルク変動の高次成分による主共振とトルク変動の 1 次成分による高調波共振の相互作用のため共振ピークが大きくなる。
- (3) 高次成分を含む変動トルクとかみ合い剛性変動の相互作用の結果、ギャノイズの振動数の条件で発生する歯打ちは多くのサイドバンドを伴うようになり、その結果、広い振動数範囲で歯打ちが発生する。
- (4) 一定トルクが小さいときの歯打ちは、そのほとんどがカオスであり、間欠性のカオスも見られる。

文 献

- (1) Singh, R., Xie, H. and Comparin, R. J., Analysis of automotive neutral gear rattle, *Journal Sound and Vibration.*, Vol.131(2) (1989), pp.177-196.
- (2) Kahraman, A. and Singh, R., Non-linear dynamics of a spur gear pair, *Journal Sound and Vibration.*, Vol.142(1) (1990), pp.49-75.
- (3) Padmanabhan, C. and Singh, R., Spectral coupling issues in a two-degree-of-freedom system with clearance nonlinearities, *Journal Sound and Vibration.*, Vol.155(2) (1992), pp.209-230.

- (4) Hagiwara, F., Non-linear torsional vibration analysis of heavy traffic drive system, *Technical review of Hino Motors, Ltd.*, Vol.31(1983), pp.38-45.
- (5) Chikatani, Y. and Suehiro, A., Reduction of idling rattle noise in trucks, SAE911044, pp.49-56.
- (6) Yahata, S. and Umamoto, O., Subharmonic oscillation and idling rattle of manual transmission, *Transactions of Society of Automotive Engineers of Japan*, Vol.35(1)(2004), pp. 153-158.
- (7) Yoshitake, Y., Hamano, T., Tamura, H., Harada, A., and Kobayashi, A., Fundamental research on gear rattle (Effects of mesh stiffness variation and higher harmonics of driving torque), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Series C, Vol.74, No.745(2008), pp.2137-2144.
- (8) Yoshitake, Y., Hamano, T., Tamura, H., Shinkawa, K., Harada, A., and Kobayashi, A., Gear rattle of multi-step gear system, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Series C, Vol.75, No.750(2009), pp.287-294.
- (9) Umezawa, K., Suzuki, T. and Sato, T., Vibration on power transmission helical gears (Approximate equation of stiffness), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Series C, Vol.51, No.469(1985), pp. 2316-2323 (in Japanese).
- (10) Cai, Y., Simulation on the rotational vibration of helical gears considered tooth separation : (1st Report, A new stiffness function of helical involute tooth pair), *Journal of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Series C, Vol. 62 , No.594 (1996), pp.705-712.
- (11) Theodossiades, S., Tangasawi, O., Rahnejat, H., Gear Teeth Impacts in Hydrodynamic Conjunctions Promoting Idle Gear Rattle, *Journal of Sound and Vibration*, 303(2007), pp.632-658..
- (12) Furumoto, T. , Fujiwara, Y., Sato, M. and Saiki, K., Analysis of vibration in gear-shaft-bearing system of an automatic transmission, *Lecture papers of Society of Automotive Engineers of Japan*, No.09-02(2002), 20024821,1-5.
- (13) Yoshitake, Y. Harada, A., Kouya, K., Tasaka, H., Ogino, H., and Yokomine M., Periodic solutions and chaos in impact vibration of beam, *Proceedings of the Dynamics and Design Conference, Japan Society of Mechanical Engineers*, No.04-5(2004-9), 602.
- (14) Maruyama, S., Kato, T., Nagai, K. and Yamaguchi, T., Experiments on chaotic vibrations of a cantilevered beam under vibroimpact, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Series C, Vol.72, No.719(2006), pp.2073-2079.
- (15) Nishida, N. and Maruki, Y., The characteristic of noise spectrum of gears with eccentric errors, *Journal of the Japan Society of Precision Engineering*, Vol47, No.4(1981), pp.471-476.
- (16) Berge, p., Pomeau, Y. and Vidal, C., Aizawa, Y.(translator), *Order in chaos*, p.239, Sangyotosyo (1985).