## 弱面を含む自然斜面の逐時破壊現象の有限要素解析

伊勢田 哲 也\* 棚 橋 由 彦\*

The Finite Element Analysis For The Successive Failures In Natural Slopes Containing A Weakness Plane.

by

# Tetsuya ISEDA Yoshihiko TANAHASHI

(Civil Engineering)

The primary purpose of the present paper is to investigate the development of a local failure in slope and the transitional deformation to collapse, which cannot be analysed by the clasical stability analyses of slopes.

In this paper, such a finite element analysis is proposed that cross anisotropic materials (i. e. transversely isotropic ones) simulate the soil materials after yield which reduced thier stiffness anisotropically to the direction of the plane of both slide and tensile rupture. And we apply it to the slope containing the very soft clay layer which parallels the surface of slope partially.

The following conclusions have been drawn from the numerical analyses.

- 1) A local failure usually initiate at the discontinuities (i.e. the edge of the weakness plane).
- 2) Soil materials are weakened by a number of small tensile cracks along the bed, before a slope collapse occurs along the rainforced plane.
- 3) The displacement has an inclination to become larger nonlineally, with the development of a local failure.

As the result of calculating the safety factor Nf, applying the clascal stability analysis to the model analysed by the finite element method, we recognised it rather dangerous to apply it easely to natural slopes, becouse it can take no account of a local failure that caused by the stress concentration depends on the discontinuities.

## 1. まえがき

従来の Coulomb (1773) に端を発する剛体の極限 での釣り合い条件による安定解析や, Rankine(1856) に端を発するすべり全断面塑性域を仮定した安定解析 <sup>1)</sup>では,破壊の上限 (Upper bound) を与えるのみ で,過渡的な変形状態や,局部的な破壊の発達を把え ることは不可能である.

一方現実の自然斜面はその構成材料が均質であるこ

とはむしろ稀であり、様々な弱点を含んでいるものと 考えられる.特に斜面内部に軟弱な粘土層を含む場合 や、破砕帯の貫入や、節理の発達が著るしい場合な ど、いわゆる弱面が存在すると、その不連続部分にか なりの応力集中が生じている.

降雨などによる材料の強度低下や,地震,風化,ま た人為的な堀削による応力集中の増大などなんらかの 外的要因が加われば,応力集中部分において局部的な 破壊が発生し,その部分での剛性低下により再配分さ れた応力系が新たな破壊を促がしながら破壊が進行す る,いわゆる逐時破壊現象が生じるものと考えられ

\* 土木工学科

る.現に既応の自然斜面の破壊の状態の観察から、そのすべり面は均質な土質の中でのすべりでなく、異質のものの境界面で発生している場合が多いとの報告<sup>2)</sup> もある.それ故非均質な自然斜面に従来の安定解析を 適用するのは、斜面構成材料の非均質に起因する応力 集中部分での局部的な破壊の発達を無視する点で危険 でさえある.したがって破壊までの過渡的な変形や局 部的な破壊の発達を把握した上での新しい安定解析の 開発が斜面崩壊の予測とも関連して急務であると考え る.

このような見地から筆者らはその第1段階として, 非均質な斜面内部の逐時破壊の現象とそれに伴う過渡 的な変形挙動(これは斜面崩壊の予知に直接役に立つ と思われる)を把握すべく,比較的浅い所に地表面と 平行に部分的に超軟弱粘土層を含む土質斜面を例にと り,すべり破壊,引張破壊も含めて降伏後の要素をそ のすべり面方向あるいは破断面方向に異方性の発達し た材料とみなす有限要素解析を行なった.

2. 解析の条件

#### 2-1. 解析モデル

Fig.1のように直角座標をとった縦横比1:10の矩 形モデルを要素数292,節点数187の3角形3節点要素 (i.e. C. S. T: Constant Strain Triangle)に分割 し,すべり底面(弱面)の条件は節点拘束条件で表現 した.すなわちすべり底面が超軟弱粘土層をなす場合



Fig 1. A example of the models analysed

には,その部分に含まれる節点の y の方向の変位のみ を拘束し (u≈0,v=0),底面が堅固な基盤に接する場 合には x,y 両方向の変位を拘束した(u=0,v=0).Fig. 1 は拘束条件号の場合で,白三角形は移動支点,黒三 角形は固定支点を用いたことを示す.

モデルは z 方向に平面ひずみ状態にあるものとし, 表面力はなく物体力のみ作用するものとした ( $\gamma=1$ . 6 t/m<sup>3</sup>). ここに物体力は各三角形の自重を 3 節点に 等配分した等価節点力に換算した荷重ベクトルで与え られる. なお応力は全応力表示を用い, Fig.1 に示し た方向の応力成分を正と約束する. したがって変位成 分 u,v,物体力成分  $\bar{x},\bar{y}$  は x,y 軸の負の向きが正 となる.

#### 2-2.破壊規準

土中応力の大部分は圧縮応力であるとの認識と、そ の実験技術の難しさから土の引張破壊に関する研究は 数える程しかない<sup>3)</sup>.

例えば,破壊規準として Mohr-Coulomb 則を採用 した場合,引張域まで意味のあるものとみなした例が 多いがこれは次の理由から不都合である.

土の1軸引張試験を行えば、最大引張応力の方向と ほぼ直角な面で破断する<sup>3)</sup>. これは  $\sigma - \tau$  平面上の破 壊包絡線  $\tau = f(\sigma)$  が引張域で  $\sigma$  軸に直角に交わるこ とを意味する .すなわち  $\tau = f(\sigma)$  は (2-1) 式を 満足せねばならない.

$$\frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}\sigma}\Big)_{\sigma=\sigma_0 < 0} = \infty$$
(2-1)

ただしのは引張強度

また土や岩石などの材料では平均応力(静水圧成分) が破壊に寄与することは周知の事実である<sup>4)</sup>. すなわ ち $\tau=f(\sigma)$ は(2-2)式を満足せねばならない.

$$\left(\frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}\sigma}\right)_{\sigma>0}$$
 >0 (2-2)

筆者らの扱った解析例のように,弱面を含む自然斜 面の場合,引張応力下の土の挙動を無視することはで きないから(2-1),(2-2)式を満足する破壊包絡 線として,筆者らは便宜上 Mohr-Coulomb 則の引張 域部分を円弧で修正した破壊規準を採用した.(Fig.2)



Fig 2. The failure criterion adopted and the failure index R

## 2-3. 破壊近接度と応力一ひずみ挙動

各要素がどれだけ破壊に近づいているから示す指数 として破壊近接度Rなる値を導入した<sup>5)6)</sup>.

Fig.2 より  $\sigma_m$ -ctanØ は P 点の  $\sigma$  座標の値であり,  $\sigma_m$ -ctanØ  $\geq 0$  の要素 (応力円 C<sub>1</sub>) は終極的にはす べり破壊が予想され,  $\sigma_m$ -ctan Ø  $\leq 0$  の要素 (応力

土の3軸試験を行うと、Fig.3(7)に示すように側



Fig 3. Stress-strain relationship for sand from triaxial test.

いま Fig.3 の不変量表示のため、3軸状態(σ<sub>2</sub>= σ<sub>3</sub>)における八面体応力を考えると、簡単な計算の後、 以下の式を得る.

$$\sigma_{oct} = p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$$
 (2-6)

$$\tau_{\rm oct} = \sqrt{2} q/3 = \sqrt{2} (\sigma_1 - \sigma_3)/3$$
 (2-7)

$$r_{oct} = 2\sqrt{\frac{2}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)/(\sigma_1 + 2\sigma_3)}$$
(2-8)  
$$r_{oct} = 2\sqrt{\frac{2}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)/3} = \sqrt{\frac{2}{2}(3\varepsilon_1 - \varepsilon_3)}$$

$$\Delta V/V)/3$$
 (2-9)

$$\therefore \ \varepsilon_1 - \varepsilon_3 = 3\gamma_{\text{oct}}/2\sqrt{2} = (3\varepsilon_1 - \triangle p/p)/2(2-10)$$

ただし 
$$\sigma_{\text{oct}}$$
:八面体直応力  
 $\tau_{\text{oct}}$ :八面体セン断応力

$$\gamma_{\text{oct}}$$
 :八面体セン断ひずみ  
 $\mathbf{q}$  ;=( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) : 軸差応力

△V/V:ダイレタンシー



(2-8), (2-10) 両式を用い, Fig.3 を応力比 q/p と  $(\epsilon_1 - \epsilon_3)$  で整理すると多少ばらつくが Fig.4 に示すように1本の双曲線で近似できる. Fig.4 より 求まる双曲線の変曲点からひずみが急に増大するとみ なし, この点を仮に降伏点と名付け,任意の要素の応 力がこの降伏点を越えれば剛性が低下すると考える. この降伏点に対応する応力円を  $\sigma - \tau$  平面上にプロッ トすれば, 成壊包絡線の内部に降伏包絡線とでも呼ぶ べき曲線を得る.

ここでは実験的な裏付けが少なく多少問題があるが 文献(7)のデータから降伏包絡線を直線と仮定(Fig. 5) Rの値として0.7を用いることにした.





#### 2-4. 解析したモデルの条件

解析したモデルの条件は次の3例である. 解析例① 拘束条件 ½, 傾斜角 30°, c=0.30kg/cm<sup>2</sup>, ø=0° 解析例② 拘束条件 ½, 傾斜角 30°,c=0.20kg/cm<sup>2</sup>, ø=30° 解析例③ 拘束条件 ½~½, 傾斜角 30°,c=0.25kg/cm<sup>2</sup>, ø=30° なお連立1次方程式の解法は Chollesky の平方根

法を用い,計算には九州大学大型計算機センター FA COM 230-60 を使用した.

### 3. 解析方法

今回解析に用いた有限要素法に関してはその成書<sup>9)</sup> 10) も多いので詳細は省略し,筆者らの解析方法の特 徴的な部分についてのみふれる.

 最初全要素に初期の弾性定数 E<sub>0</sub>, ν<sub>0</sub>, G<sub>0</sub>(=E<sub>0</sub>/ 2(1+ν<sub>0</sub>))を与え応力ひずみマトリックス **D**<sub>iso</sub>

$$\mathbf{D}_{\rm iso} = \frac{\mathbf{E}_0}{(1+\nu_0)(1-2\nu_0)} \left( \begin{array}{c} 1-\nu_0 & \nu_0 & 0 \\ 1-\nu_0 & 0 \\ \\ SYM & (1-2\nu_0)/2 \end{array} \right) (3-1)$$

を用いて全体剛性マトリックスを作成し、各要素 の応力成分を計算する. 材料の強度定数 c,  $\phi$  を 種々仮定し、各々の c,  $\phi$  に対して  $\sigma_m$ -ctan $\phi$ の値, 破壊近接度 Rの値, および (3-2), (3 -3) 式より潜在すべり面が x 軸と反時計廻りに なす角  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  を計算し、全要素中, 2~3 個 の要素だけが、  $|R\geq 1$  となるような c,  $\phi$  を決定 する (step 0 と呼ぶ.)

$$\sigma_{\mathbf{x}} - \sigma_{\mathbf{y}} \ge 0 \ \mathcal{O} \ge \stackrel{}{\approx} : \frac{\beta_1}{\beta_2} \bigg\} = \tan^{-1} \left[ \frac{\tau_{\mathbf{x}\mathbf{y}}}{\sigma_1 - \sigma_{\mathbf{y}}} \right]$$
$$\pm \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-2)$$
$$\sigma_{\mathbf{x}} - \sigma_{\mathbf{y}} < 0 \ \mathcal{O} \ge \stackrel{}{\approx} : \frac{\beta_1}{\beta_2} \bigg\} = \tan^{-1} \left[ \frac{\sigma_{\mathbf{y}} - \sigma_2}{\tau_{\mathbf{x}\mathbf{y}}} \right]$$
$$\pm \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \quad (3-3)$$

2) 降伏した要素 (1>R $\geq$ 0.7), あるいは破壊した 要素 (R $\geq$ 1)をすべり面内で等方な面内等方性材 料 (Transeversely Isotropic, Cross Anisotropic Material) とみなし、表1に示した物性値 に従って要素の剛性マトリックスを後に示す  $D_{an}$ (3-6)式で置換し、全体剛性マトリックスを修正 し、各節点の変位成分 (u,v),および要素の応力 成分を求め、step 0で決定した c, $\delta$ に対して $\sigma_m$ -

		TABLE	1			
		E1(kg/cm)	E2(kg/cm²)	G2(kg/cm²)	νı	$\mathcal{V}_2$
ofmīctan∳≧0	0.7>R≧0	200.0	200.0	76.9	0.30	0.30
	1.0>R≧0.7	200.0	200.0	25.6	0.40	0.40
	R≧1.0	200.0	200.0	0.01	0.45	0.45
<b>G</b> m⊂ctan∳<0	1.0>R≧0	200.0	200.0	76.9	0.30	0.30
	R <b>≥1.0</b>	200.0	0.01	25.6	0.30	0.30

 $ctan \emptyset$ , R,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  の値を計算し, 新たに降伏ま たは破壊した要素を見出す (step 1 と呼ぶ).

 3) 以後新たに降伏する要素が現われなくなるまで step 1 を繰り返えし、 破壊および降伏の発達を 追跡する (steps 2.3,……と呼ぶ).

x y 座標系における面内等方性材料の応力-ひずみ マトリックス  $D_{an}$  は以下のようにして求められる<sup>9)</sup>. まず降伏した要素のすべり面あるいは破断面方向に x' 軸をとった x' y' 座標系に関する応力-ひずみマ トリックス D' は



 $S{=}E_1/(1{-}\nu_1{-}2n\nu_2{}^2)$  ,  $n{=}E_1/E_2$ 

で与えられる. (3-4) 式において  $E_1, \nu_1$  は x' 方向の変形に関するもの,  $E_2, \nu_2, G_2$  は y' 方向の変形に関するものである.

一方 x' y' 座標系から x y 座標系へのひずみ(応力)変換マトリックスLで

$$L = \begin{pmatrix} \cos^2\beta & \sin^2\beta & -2\sin\beta\cos\beta \\ \sin^2\beta & \cos^2\beta & 2\sin\beta\cos\beta \\ \sin\beta\cos\beta - \sin\beta\cos\beta & \cos^2\beta - \sin^2\beta \\ (3-5) \end{pmatrix}$$

与えられる. したがって xy 座標系での界方性材料の 応力一ひずみマトリックス **D**an は



Fig.6. The procedure of analysis from step(i) to step(i+1);  $\sigma_m - \operatorname{ctan} \emptyset \ge 0$ 



各要素毎に主応力方向を描き,なめらかにつなぐと主 応力線網(stress-trajectories)が得られ,同様の方 法で(3-1),(3-2)式で与えられる潜在すべり 線網が得られる(Fig.8).

ただし、潜在すべり面上のすべての要素が瞬時に塑 性状態になり、潜在すべり面に沿って滑動するのでは なく、1つの要素が破壊すれば、再配分された応力系 が新しいすべり面を決定することを忘れてはならない 11).

## 4-2. 局部的な破壊の発達の様子

局部的な発達の様子を把えるため降伏,あるいは破壊した要素を3角形で囲み,降伏したときの step 数を書きき入れた (Fig.9.(a),(b),(c)).ただし負符号は引張破壊を示す.

Fig. 9 (a), (b) から層すべりの卓越が認められる. 解析例(1)(以後は単に例(1))は step 3 で降 伏は停止し step 4 以降は新たな降伏は生じなかった.

例(2)は step 7 でもまだ破壊は発達し、以後の 計算を打ち切った.

例(1)ではすべり破壊のみであるが,例(2)で は引張による破断が多く見受けられる.すなわち例 (2)の方が例(1)よりも粘着係数 c の値が小さく, したがって引張強度が小さくなるため底面に沿って引 張キ裂が発達し,斜面全体の崩壊の前に破砕帯化し材 料の強度低下をもたらすものと思われる.

例(3) では step 3 で早くも引張キ裂は地表面に 到達し,以後例(1),例(2)と同様,層すべりが発 達するものと考えられる.

#### 4-3. 古典的な安定解析の適用

例(1),(2)の斜面に対して、すべり摩擦係数に基づく Coulomb 系の安定解析を適用する.

Fig.10 のように記号を施こし、地表面と角 ∂ をな し底面固定端をとおる仮想すべり面 AB を考える.

鉛直面AB'に作用する土圧合力 P' は左側平行四辺 形 AB' CD の自重の斜面方向の分力で与えられる.

 $W' = \gamma \times (///AB'CD)_{VOL} = \gamma H \{(1-k) L\}$ 

 $-Htan\theta$ 

 $\therefore \mathbf{P}' = \mathbf{W}' \sin\theta = \mathbf{i} \mathbf{H} \{(1-\mathbf{k})\mathbf{L} - \mathbf{H}\tan\theta\} \sin\theta$  (4-1)

△ABB′に関する正弦定理より

$$\overline{AB} = l = \frac{\cos\theta}{\sin\delta} \overline{AB'}, \ \overline{AB'} = H' = H \sec\theta$$

したがって △ABB' の自重Wは

$$W = \frac{\gamma H^2 \cos\left(\delta - \theta\right)}{2 \sin \delta \cos \theta}$$
(4-2)



Fig.10 A model and symbols used for the clasical analysis

Fig. 11 を参考にして, 仮想すべり面 AB 上の合力 P は

$$P = \{P'^2 + W^2 + 2P'W\sin\theta\}^{2} \qquad (4-3)$$
  
Pが水平面となす角  $\alpha$  は

$$\tan \alpha = \frac{W + P' \sin \theta}{P' \cos \theta} = \tan \theta + \frac{W}{P' \cos \theta} (4 - 4)$$

仮想すべり面 AB 上のセン断強度 Sは

S=Psin ( $\delta + \alpha - \theta$ ) tan $\phi/l + c$  (4-5) 仮想すべり面上のセン断応力  $\tau$  は

$$\tau = \operatorname{Pcos} \left( \delta + \alpha - \theta \right) / l \tag{4-6}$$

安定係数 Nr を仮想すべり面上のセン断強度Sとセン 断応力 てとの比で定義すれば、





$$N_{f} = \frac{S}{\tau} = \frac{Psin(\delta + \alpha - \theta)tan\theta + cl}{Pcos(\delta + \alpha - \theta)} (4 - 7)$$

で与えられる.

受働破壊  $\delta = 45^{\circ} - \phi/2$  を仮定すれば, 例(1) で は、Nr=1.54、例(2)では Nr=2.15 を得る. 安定 係数は1より大であるが Fig.9 (a)、(b) にみられる ように、局部的な破壊はかなり進行する.

局部的な破壊の発達が必ずしも直接には斜面全体の 崩壊と結びつかないが,超軟弱粘土層のような弱面の 存在する斜面に古典的な安定解析を安易に施すことは 危険であることがわかる.

## 4-4. 引張キ裂の発達に伴なう応力変化

例(3)の引張キ裂発達部分(右固定端近傍)を例 にとり、各 step 毎に L-1(y=2.1cm),L-2(y=9. 0cm),L-3(y=18.9cm),L-4(y=32.1cm)の4つ のレベルでの $\sigma_x$ 分布図を描いた. (Fig. 12, (a), (b),(c),(d)).

step 0 (Fig.12(a)) は初期主応力分布 (Fig.13) と対応しており,底面に近いほど応力集中は大きい.







Fig. 13 The initial distribution of principal stress at the portion developing tensile cracks



Fig.14 The direction of the tensile cracks

step 1 (Fig.12 (b) では, Fig.9 にみられるよう に, 底面から約 12cm 引張キ裂が発達しているので, L-1.L-2の応力集中は消滅し, L-3が step 1 で発達したキ裂端の近傍になり応力集中の増大がみら れる.

引張キ裂の方向は Fig.14 にみられるように,底面 方向(x方向)とほぼ直角な方向に発達するから,キ 裂の発達部分では  $\sigma_x$  はゼロとなる. step 3 (Fig.12 (d))では, Fig.9 でみたようにキ裂が地表面に到達 しているから, L-4の  $\sigma_x$ も,ゼロとなっている. 上の考察からもわかるように Fig.12 は,局部的な破 壞の発達に伴ない再配分された応力系が更に新たな破 壞を促がす過程を特徴的に示している.

#### 4-5. 局部的な破壊の発達に伴なう斜面の変形挙動

y 軸と平行な種々の断面 A, B, C, D を設定し, step の進行に伴なう各断 面の変位分布の変化を示し た (Fig.15(a),(b),(c)).

例(1)(Fig.15(a)と例(2)(Fig.15(b))で 変位増分の大きさの差は,Fig.9の各々の降伏域の発 達規模に対応している.例(2) step 7 では,斜面 内のセン断破壊の発達(Fig.9(b)参照)により急激 な変位の増加がみられる.例(3)の step 4 での変 位の急増は step 3 で引張キ裂が完全に地表面に到達 し,鉛直断面が完全に破断された影響である.

変位分布の型に関していえば、

1) 断面A(固定端左近傍)



Fig. 15 The Displacement of X-sections with the Development of a local Failuve.

底面に沿う破壊の発達に伴なって,放物線型 分布から下膨れな分布をなす.

- 3) 断面B(固定端右近傍) 底面で最大,地表面で最小のやや凹状の台形 分布をなす.
- 3) 断面C(斜面端または軟弱粘土層上の断面)
  - 例(1),(2)では均一分布,例(3)では 引張キ裂の発達に伴なうトックリ型の分布を なす.

上の解析結果から得られた,局部的な破壊の発達に 伴なう変位の非線形な増大傾向が,斜面崩壊予測の重 要な手掛りになるものと考えられる.

## 5. 今後の問題点

- 1)今回の解析では軟弱粘土層を底面節点に移動支点 でシミュレートしたため、粘土層と斜面構成土塊の 境界面でセン断抵抗が働らかない非常に極端な例を 扱ったことになる。したがって左固定端における過 大な応力集中が破壊の発達の様相(層すべりの卓越) を決定づける主因子になったと考えられる。この不 合理を除去するための解析法は現在開発中である。
- 2)今回の解析では、同時に行なった斜面崩壊機構の 模型実験<sup>12</sup>, との対応から非常に小さいモデル(42 cm×420cm) を扱った、定量的な解を得るために は、現場斜面の規模の寸法を採用せねばならない。

- 3) 今回の解析に採用した破壊規準,破壊近接度,降 伏点の実験による再検討.
- 4) 今回の解析では表1のように仮定した降伏および 破壊後の弾性定数を求める実験を行う必要.
- 5)最大主応力方向から求まる降伏した要素の2つの 潜在すべり面のどちらを撰択するかの基準の設定.
- 6) 有効応力表示の検討.
- 7)局部的な破壊の発達と斜面全体の崩壊の相関性の 解明.

### 6. む す び

5章でふれたように今後の研究により解決せねばな らない問題は多いが,筆者らの解析方法により一応所 期の目的は達せられた.すなわち,すべり面方向およ び引張破断方向に異方的な剛性低下を示す降伏後の土 質材料を面内等方性材料でシミュレートした有限要素 解析により,従来の安定解析や模型実験では把握し難 かった局部的な発壊の進行状況,およびそれに伴う応 力再配分過程,変位の非線形な増大傾向などを把える ことができた.また古典的な安定解析を解析モデルに 施し,まえがきでふれた新しい安定解析法の開発の必 要性を再確認した.

## 7. 謝辞

数々の有益な助言を戴いた本学,落合英俊氏と,デ ータの整理を手伝って戴いた和志武義明君(現在西松 建設), 竹之下修身君(現在熊谷組)および本学学生 佐々木勝英・岡田満両君に感謝の意を表する.

## 8. 引用文献

- 1) 例えば,当山道三:"土質力学"(コロナ社) pp. 183~(1958).
- 2)山下宏: "斜面の滑動に関する実験的考察"第6
   回土質工学研究発表会報告集, pp.471~474(1971)
- H. Hasegawa, M. Ikeuti : "On the tensile strength test of disturbed Soils" Pheology and Soi Mech IUTAM. Sympo; Grenoble, pp. 405~412 (1964)
- 4) 山口・西松: "岩石力学入門"(東大出版会) pp. 73~, (1967)
- 5)林・日比野: "地下の開削による周辺地盤のゆる みの進展に関する解析"電研技術研究所報告 No. 67095 (1968).
- 6)林正夫: "逐時破壊現象としての地盤の耐荷力の 有限要素法と模型実験の比較"日本鋼構造論会第3 回大会研究集会,マトリックス構造解析講演論文集 pp. 442~449 (1969).

-

- 7)一の間・浦田: "砂の変形性状に関する実験的研 究"長崎大学工学部土木工学科卒業研究報告論文集 (1973).
- 8) R.L. Kondner: "Void Ratio Effects on the Hyperbolic Stress-strain Response of a Sand" ASCM, STP, No. 361, pp 250-257. (1963)
- 9) O.C.ツィンキーヴィッツ, Y.K. Chuang;・吉

識雅夫"マトリックス有限要素法"(培風館),1970 10)日本鋼構造協会編:"コンピューターによる構造 工学講座"(培風館).

- 11) J. C. ジェーガー・飯田汲事訳: "弾性・破壊・ 流動論"(共立全書 535), 1968.
- 12) 伊東・井上 "斜面のすべり破壊に関する実験的研 究"長崎大学工学部土木工学科卒業研究報告論文集 (1973).