

# 薄肉断面を有する円弧はりの変形と強度

神代律子\*, 山下 務\*, 築地恒夫\*

## Deflection and Strength of A Thin-Walled Circular Beam

by

Ritsuko KUMASHIRO, Tsutomu YAMASHITA

and Tsuneo TSUIJI

(Department of Structural Engineering)

The out-of-plane bending and twisting behavior of a circular beam with a thin walled cross section is studied theoretically and experimentally in this report.

The theoretical results are obtained by using two methods, which are a general curved beam theory including the effect of the curvature on cross sectional constants and its simplified slender beam theory. The difference of these results is clarified numerically and the geometrical limitation in applying the slender beam theory is proposed.

The experimental study on the behavior of an acrylite circular beam with a H section subjected to normal loads to the curved plane is done and compared the deflections and strains with the theoretical results.

### 1. まえがき

平面円弧はりの静力学的挙動は、円弧はりが構造上主要な構成要素であるために従来から多くの研究がなされ、その特性もかなり解明されている。

曲線はりでは、一般に断面定数が曲率の関数となりそのため、同じ断面を有するはりでも、曲率半径の違いにより断面定数が、それぞれ異なるという、直線はりとは全く違う性質がある。これが断面の半径方向の広がり を考慮した理論<sup>(1)</sup>として、最近重要視されている。

一方、曲率半径 $R$ と断面の最大寸法 $a$ との比 $a/R$ が小さい場合には、断面定数におよぼす曲率の影響が小さくなり従来直線はりに使用されているものと同じ断面定数を用いても解析の結果に大きな誤差を生じないであろう。Love<sup>(2)</sup>によって代表される細長い曲線はりの理論がこれに相当する。

円弧はりの解析は以上の二方法により、従来別個に行なわれ、両理論による解析結果の差を数値的に示し

た文献が見当たらないし、このため後者の理論の適用限度があいまいである。

また、理論解析に比較して実験的研究が少なく<sup>(3)</sup>、特に断面の曲率半径方向広がり を考慮した理論での解析結果との比較はほとんど行なわれていない。

そこで本報告ではまず、一定断面を有する円弧はりの曲率半径を変えて、断面定数および解析結果におよぼす $a/R$ の影響を調べるとともに、細長いはり理論での解析値との差を検討して、同理論の工学的な適用可能限界を明らかにする。

次に、アクリル樹脂板の接着構造により薄肉円弧はり模型を作製し、実験方法の検討を行なう。さらに、曲面に垂直に作用する集中荷重によるたわみおよびひずみを測定し、理論解析結果と比較して、両者が良く一致していることを示す。

### 2. 基礎微分方程式

対象とする円弧はり は、折板構造をなす薄肉断面を有し、長さ方向に一定断面なはりである。また、曲率半径は $R$ で座標系は Fig. 1 のように定める。

\* 構造工学科

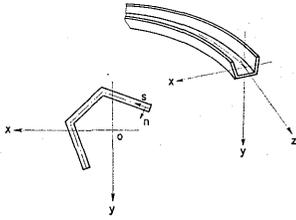


Fig. 1 Coordinate System.

断面不変の仮定のもとで、文献(4)より、断面内任意点の  $x, y, z$  方向変位  $U, V, W$ 、平衡方程式は各々次のように表わされる。(文献(4)での  $K_z=0$  に相当する)

(i)  $x, y, z$  方向変位  $U, V, W$

$$\begin{aligned} U &= u - y\theta, & V &= v + x\theta \\ W &= w - x\Gamma_u - y\Gamma_v + \omega\Gamma_\theta \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $u, v, w$  は断面図心の  $x, y, z$  方向変位、 $\theta$  は  $z$  軸まわりの断面回転角、 $\omega$  は図心に関する曲げねじれ関数である。

$$\begin{aligned} \Gamma_u &= \frac{du}{dz} + K_y w, & \Gamma_v &= \frac{dv}{dz} - K_x w \\ \Gamma_\theta &= \frac{d\theta}{dz} + K_x \Gamma_u + K_y \Gamma_v \end{aligned} \quad (2)$$

また、曲線の主法線と  $x$  軸のなす角を  $\alpha$  とすると、

$$K_x = \frac{1}{R} \sin \alpha, \quad K_y = \frac{1}{R} \cos \alpha$$

である。

(ii) 平衡方程式

$$\begin{aligned} -\frac{dP_x}{dz} - K_y P_z &= \sqrt{g_1} p_x^* + \sqrt{g_1} \times \\ & \quad (x_1 - \omega_1 K_x) \frac{dp_z^*}{dz} \\ -\frac{dP_y}{dz} + K_x P_z &= \sqrt{g_1} p_y^* + \sqrt{g_1} \times \\ & \quad (y_1 - \omega_1 K_y) \frac{dp_z^*}{dz} \\ -\frac{dP_z}{dz} + K_y P_x - K_x P_y &= \sqrt{g_1} p_z^* \\ -\frac{dM_z}{dz} - K_x M_y + K_y M_x &= \sqrt{g_1} x_1 p_y^* \\ & \quad - \sqrt{g_1} y_1 p_x^* - \sqrt{g_1} \omega_1 \frac{dp_z^*}{dz} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 $p_x^*, p_y^*, p_z^*$  は断面内の点  $(x_1, y_1)$  を連ねた曲線上に作用する分布外力、 $\omega_1$  は上記の点  $(x_1, y_1)$  での曲げねじれ関数の値、 $\sqrt{g_1}$  は同じく点  $(x_1, y_1)$  での  $\sqrt{g}$  の値であり、 $\sqrt{g} = 1 - xK_y + yK_x$  で表わされる。

また、 $P_x, P_y, P_z$  はそれぞれ  $x, y, z$  方向断面力、 $M_x, M_y, M_z$  は、各々  $x, y, z$  軸まわりのモーメン

トで、 $P_x, P_y, P_z, M_x, M_y$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} M_x &= E(C_y \Gamma_w - C_{xy} \Omega_u - C_{yy} \Omega_v + C_{y\omega} \Omega_\theta) \\ M_y &= -E(C_x \Gamma_w - C_{xx} \Omega_u - C_{xy} \Omega_v + C_{x\omega} \Omega_\theta) \\ P_x &= -\frac{dM_y}{dz} + K_x M_z, \end{aligned} \quad (4)$$

$$P_y = \frac{dM_z}{dz} + K_y M_x$$

$$P_z = E(C \Gamma_w - C_x \Omega_u - C_y \Omega_v)$$

$E$  : 縦弾性係数

式(4)中、 $\Gamma_w, \Omega_u, \Omega_v, \Omega_\theta$  は以下の通りである。

$$\begin{aligned} \Gamma_w &= \frac{dw}{dz} - K_y u + K_x v, & \Omega_u &= \frac{d\Gamma_u}{dz} - K_x \theta \\ \Omega_v &= \frac{d\Gamma_v}{dz} - K_y \theta, & \Omega_\theta &= \frac{d\Gamma_\theta}{dz} \end{aligned} \quad (5)$$

ねじりモーメント  $M_z$  は、St. Venant のねじりモーメント  $M_s$  と曲げねじれモーメント  $M_\omega$  により次のように表わされる。

$$M_z = M_s - \frac{dM_\omega}{dz} = GC_J \Gamma_\theta - \frac{dM_\omega}{dz} \quad (6)$$

$$M_\omega = E(-C_{x\omega} \Omega_u - C_{y\omega} \Omega_v + C_{\omega\omega} \Omega_\theta)$$

式(4)、(6)の断面定数は次の定義に従う。

$$\begin{aligned} C &= \int_A \frac{1}{\sqrt{g}} dA, & C_x &= \int_A \frac{x}{\sqrt{g}} dA, \\ C_y &= \int_A \frac{y}{\sqrt{g}} dA, & C_{xx} &= \int_A \frac{x^2}{\sqrt{g}} dA, \\ C_{xy} &= \int_A \frac{xy}{\sqrt{g}} dA, & C_{yy} &= \int_A \frac{y^2}{\sqrt{g}} dA, \\ C_{x\omega} &= \int_A \frac{x\omega}{\sqrt{g}} dA, & C_{y\omega} &= \int_A \frac{y\omega}{\sqrt{g}} dA, \\ C_{\omega\omega} &= \int_A \frac{\omega^2}{\sqrt{g}} dA \\ C_J &= \int_A \frac{1}{\sqrt{g}} \left[ \left\{ y - g \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\omega}{\sqrt{g}} \right) \right\}^2 \right. \\ & \quad \left. + \left\{ x + g \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\omega}{\sqrt{g}} \right) \right\}^2 \right] dA \end{aligned} \quad (7)$$

### 3. 数値解析法

微分方程式(式(3))を与えられた境界条件のもとで解くことは一般に困難で、或る特殊な場合を除いて数値解析法が用いられる。

ここでは伝達マトリックス法を用いる。

(i) 伝達マトリックス

a) 無次元化

数値解析をする場合、関係する諸量を無次元化しておくことは、取り扱う数値の大きさをほぼ揃えることができ、電子計算機利用上必要な事であり、次のような無次元化を行なう。

$$\begin{aligned}\bar{C} &= \frac{C}{a^2}, \quad \bar{C}_x = \frac{C_x}{a^3}, \quad \bar{C}_y = \frac{C_y}{a^3}, \quad \bar{C}_{xx} = \frac{C_{xx}}{a^4}, \\ \bar{C}_{xy} &= \frac{C_{xy}}{a^4}, \quad \bar{C}_{yy} = \frac{C_{yy}}{a^4}, \quad \bar{C}_{x\omega} = \frac{C_{x\omega}}{a^5}, \\ \bar{C}_{y\omega} &= \frac{C_{y\omega}}{a^5}, \quad \bar{C}_{\omega\omega} = \frac{C_{\omega\omega}}{a^6}, \quad \bar{C}_J = \frac{C_J}{a^4}, \\ \bar{x} &= \frac{x}{a}, \quad \bar{y} = \frac{y}{a}, \quad \bar{\omega} = \frac{\omega}{a^2}, \quad \bar{L} = \frac{z}{l}, \\ \bar{a} &= \frac{a}{l}, \quad \bar{U} = \frac{u}{a}, \quad \bar{V} = \frac{v}{a}, \quad \bar{W} = \frac{w}{a}, \\ \bar{\theta} &= \theta, \quad \bar{T}_u = \frac{l}{a} \Gamma_u, \quad \bar{T}_v = \frac{l}{a} \Gamma_v, \\ \bar{T}_\theta &= l \Gamma_\theta, \quad \bar{T}_\omega = \frac{l}{a} \Gamma_\omega, \quad \bar{S}_u = \frac{l^2}{a} \Omega_u, \\ \bar{S}_v &= \frac{l^2}{a} \Omega_v, \quad \bar{S}_\theta = l^2 \Omega_\theta\end{aligned}\quad (8)$$

$$\begin{aligned}\bar{P}_x &= \frac{P_x l^3}{E C_{yy} a}, \quad \bar{P}_y = \frac{P_y l^3}{E C_{yy} a}, \quad \bar{P}_z = \frac{P_z l^3}{E C_{yy} a}, \\ \bar{M}_x &= \frac{M_x l^2}{E C_{yy} a}, \quad \bar{M}_y = \frac{M_y l^2}{E C_{yy} a}, \quad \bar{M}_z = \frac{M_z a l^2}{E C_{\omega\omega}}, \\ \bar{M}_\omega &= \frac{M_\omega l^2}{E C_{\omega\omega}}, \\ \bar{Q}_x &= \sqrt{g_1} \frac{P_x^* l^4}{E C_{yy} a} + \sqrt{g_1} (\bar{x}_1 - \bar{\omega}_1 \Phi_x \bar{a}) \\ &\quad \times \bar{a} \frac{d}{dL} \left( \frac{P_x^* l^4}{E C_{yy} a} \right) \\ \bar{Q}_z &= \sqrt{g_1} \frac{P_z^* l^4}{E C_{yy} a}, \\ \bar{Q}_y &= \sqrt{g_1} \frac{P_y^* l^4}{E C_{yy} a} + \sqrt{g_1} (\bar{y}_1 - \bar{\omega}_1 \Phi_y \bar{a}) \\ &\quad \times \bar{a} \frac{d}{dL} \left( \frac{P_y^* l^4}{E C_{yy} a} \right) \\ \bar{Q}_m &= \sqrt{g_1} \bar{x}_1 \frac{\bar{C}_{yy}}{\bar{C}_{\omega\omega}} \bar{a} \frac{P_y^* l^4}{E C_{yy} a} - \sqrt{g_1} \bar{y}_1 \frac{\bar{C}_{yy}}{\bar{C}_{\omega\omega}} \bar{a} \\ &\quad \times \frac{P_x^* l^4}{E C_{yy} a} - \sqrt{g_1} \bar{\omega}_1 \frac{\bar{C}_{yy}}{\bar{C}_{\omega\omega}} \bar{a}^2 \frac{d}{dL} \left( \frac{P_z^* l^4}{E C_{yy} a} \right) \\ \Phi_x &= K_x l, \quad \Phi_y = K_y l\end{aligned}$$

ここで、 $a$  は断面の最大寸法であり、 $l$  は、はりの全長である。

#### b) 節点の状態量

はりを有限箇に分割し、分割点を節点と名付ける。各節点での幾何学的および力学的な諸量14箇に、荷重項を示すダミー状態量を加え、結局15箇の状態量からなるベクトル $\bar{R}$ を定義すると、 $\bar{R}$ は次式で表わされる。

$$\bar{R} = \{\bar{U} \quad \bar{T}_u \quad \bar{M}_y \quad \bar{P}_x \quad \bar{V} \quad \bar{T}_v \quad \bar{M}_x \quad \bar{P}_y \quad \bar{\theta} \quad \bar{T}_\theta \quad \bar{M}_z \\ \bar{M}_\omega \quad \bar{W} \quad \bar{P}_z \quad 1\}^T \quad (9)$$

#### c) 伝達マトリックスに必要な一階微分方程式

平衡方程式((3)式)より力学的状態量の一階微分方程式は各々次のように表わされる。

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{P}_x}{dL} &= -\Phi_y \bar{P}_z - \bar{Q}_x \\ \frac{d\bar{P}_y}{dL} &= \Phi_x \bar{P}_z - \bar{Q}_y \\ \frac{d\bar{P}_z}{dL} &= \Phi_y \bar{P}_x - \Phi_x \bar{P}_y - \bar{Q}_z \\ \frac{d\bar{M}_z}{dL} &= -\frac{\bar{C}_{yy}}{\bar{C}_{\omega\omega}} \Phi_x \bar{M}_y + \frac{\bar{C}_{yy}}{\bar{C}_{\omega\omega}} \Phi_y \bar{M}_x - \bar{Q}_m\end{aligned}\quad (10)$$

また式(4)の第3, 4式と式(6)の第1式より

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{M}_y}{dL} &= -\bar{P}_x + \frac{\bar{C}_{\omega\omega}}{\bar{C}_{yy}} \Phi_x \bar{M}_z, \\ \frac{d\bar{M}_x}{dL} &= \bar{P}_y - \frac{\bar{C}_{\omega\omega}}{\bar{C}_{yy}} \Phi_y \bar{M}_z \\ \frac{d\bar{M}_\omega}{dL} &= -\frac{1}{\bar{a}} \bar{M}_z + \frac{1}{\bar{a}^2} \frac{G}{E} \frac{\bar{C}_J}{\bar{C}_{\omega\omega}} \bar{T}_\theta\end{aligned}\quad (11)$$

$G$  : 横弾性係数

変位の微分式は式(2)より

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{U}}{dL} &= \bar{T}_u - \Phi_y \bar{W}, \quad \frac{d\bar{V}}{dL} = \bar{T}_v + \Phi_x \bar{W} \\ \frac{d\bar{\theta}}{dL} &= \bar{T}_\theta - \bar{a} \Phi_x \bar{T}_u - \bar{a} \Phi_y \bar{T}_v\end{aligned}\quad (12)$$

および式(4)の第1, 2, 5式, 式(6)の第2式に式

(5)を代入することにより  $\frac{d\bar{W}}{dL}$ ,  $\frac{d\bar{T}_u}{dL}$ ,  $\frac{d\bar{T}_v}{dL}$ ,  $\frac{d\bar{T}_\theta}{dL}$  が次式より求められる。

$$\begin{aligned}Z &= K^{-1} N \{\bar{U} \quad \bar{M}_y \quad \bar{V} \quad \bar{M}_x \quad \bar{\theta} \quad \bar{M}_\omega \quad \bar{P}_z\}^T \\ &= F \{\bar{U} \quad \bar{M}_y \quad \bar{V} \quad \bar{M}_x \quad \bar{\theta} \quad \bar{M}_\omega \quad \bar{P}_z\}\end{aligned}\quad (13)$$

ここで、

$$F = K^{-1} N \quad (14)$$

$$\begin{aligned}Z &= \left\{ \frac{d\bar{W}}{dL} \quad \frac{d\bar{T}_u}{dL} \quad \frac{d\bar{T}_v}{dL} \quad \frac{d\bar{T}_\theta}{dL} \right\}^T \\ K &= \begin{pmatrix} \bar{C} & -\bar{C}_x \bar{a} & -\bar{C}_y \bar{a} & 0 \\ \bar{C}_x & -\bar{C}_{xx} \bar{a} & -\bar{C}_{xy} \bar{a} & \bar{C}_{x\omega} \bar{a} \\ \bar{C}_y & -\bar{C}_{xy} \bar{a} & -\bar{C}_{yy} \bar{a} & \bar{C}_{y\omega} \bar{a} \\ 0 & -\bar{C}_{x\omega} \bar{a} & -\bar{C}_{y\omega} \bar{a} & \bar{C}_{\omega\omega} \bar{a} \end{pmatrix} \\ N &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\bar{C} \Phi_x & 0 \\ \bar{C}_x \Phi_y & -\bar{C}_{yy} \bar{a} & -\bar{C}_x \Phi_x & 0 \\ \bar{C}_y \Phi_y & 0 & -\bar{C}_y \Phi_x & \bar{C}_{yy} \bar{a} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &\quad \left. \begin{matrix} -(\bar{C}_x \Phi_x + \bar{C}_y \Phi_y) & 0 & \bar{C}_{yy} \bar{a}^2 \\ -(\bar{C}_{xx} \Phi_x + \bar{C}_{xy} \Phi_y) & 0 & 0 \\ -(\bar{C}_{xy} \Phi_x + \bar{C}_{yy} \Phi_y) & 0 & 0 \\ -(\bar{C}_{x\omega} \Phi_x + \bar{C}_{y\omega} \Phi_y) & \bar{C}_{\omega\omega} \bar{a} & 0 \end{matrix} \right\}\end{aligned}$$

以上の式(10), (11), (12), (13)を用いるとベクトル $\bar{R}$ の一階連立微分方程式群は

$$\frac{d\bar{R}}{dL} = \bar{H}\bar{R} \quad (15)$$

と表わされ、 $\bar{H}$ は次式で示すマトリックスである。

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Phi_y & 0 & 0 \\ \bar{f}_{21} & 0 & \bar{f}_{22} & 0 & \bar{f}_{23} & 0 & \bar{f}_{24} & 0 & \bar{f}_{25} & 0 & 0 & \bar{f}_{26} & 0 & \bar{f}_{27} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{g}_{311} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\Phi_y & -\bar{Q}_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Phi_x & 0 & 0 & 0 \\ \bar{f}_{31} & 0 & \bar{f}_{32} & 0 & \bar{f}_{33} & 0 & \bar{f}_{34} & 0 & \bar{f}_{35} & 0 & 0 & \bar{f}_{36} & 0 & \bar{f}_{37} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \bar{g}_{711} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \Phi_x & -\bar{Q}_y & 0 \\ 0 & \bar{g}_{92} & 0 & 0 & 0 & \bar{g}_{96} & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{f}_{41} & 0 & \bar{f}_{42} & 0 & \bar{f}_{43} & 0 & \bar{f}_{44} & 0 & \bar{f}_{45} & 0 & 0 & \bar{f}_{46} & 0 & \bar{f}_{47} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{g}_{113} & 0 & 0 & 0 & \bar{g}_{117} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{Q}_m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{g}_{1210} & -\bar{a}l & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{f}_{11} & 0 & \bar{f}_{12} & 0 & \bar{f}_{13} & 0 & \bar{f}_{14} & 0 & \bar{f}_{15} & 0 & 0 & \bar{f}_{16} & 0 & \bar{f}_{17} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Phi_y & 0 & 0 & 0 & -\Phi_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\bar{Q}_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

ここで、 $\bar{f}_{ij}$  ( $i=1, 2, 3, 4, j=1, 2, \dots, 7$ ) は式(14)におけるマトリックスFの要素であり、また

$$\begin{aligned} \bar{g}_{311} &= \frac{\bar{C}_{\omega\omega}}{\bar{C}_{yy}} \Phi_x, & \bar{g}_{711} &= -\frac{\bar{C}_{\omega\omega}}{\bar{C}_{yy}} \Phi_y, \\ \bar{g}_{92} &= -\bar{a} \Phi_x, & \bar{g}_{96} &= -\bar{a} \Phi_y, \\ \bar{g}_{113} &= -\frac{\bar{C}_{yy}}{\bar{C}_{\omega\omega}} \Phi_x, & \bar{g}_{117} &= \frac{\bar{C}_{yy}}{\bar{C}_{\omega\omega}} \Phi_y \end{aligned}$$

で表わされる。

(iii) 伝達方程式

式(16)で $\bar{H}$ が定数よりなるマトリックスの場合、積分出来て、

$$\bar{R}(L) = e^{\bar{H}L} \bar{R}(0) = B \bar{R}(0) \quad (17)$$

となる。しかるに

$$e^{\bar{H}L} = I + \frac{1}{1} \bar{H}L + \frac{1}{2!} \bar{H}^2 L^2 + \frac{1}{3!} \bar{H}^3 L^3 + \dots \quad (18)$$

$I$ : 単位マトリックス

であるから伝達マトリックスBは容易に計算できる。

伝達マトリックスBが求まれば、節点間の伝達方程式は、

$$\bar{R}(1) = B \bar{R}(0) \quad (19)$$

で表わされる。

(iii) 数値計算式

1スパンのほりに等分布荷重、集中荷重が作用する場合を取り扱う。

集中荷重が作用する時、荷重作用点ではりを2分し節点番号をほりの始端より0, 1, 2とつける。節点0, 1間での伝達マトリックスを $B_1$ 、節点0での未

知状態量ベクトルを $X_0$ 、これを指定するマトリックスを $K_0$ 、節点1のすぐ手前の状態量ベクトルを $\bar{R}_1^L$ とすると、

$$\bar{R}_1^L = B_1 \bar{R}(0) = B_1 K_0 \begin{Bmatrix} X_0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (20)$$

である。

荷重作用点1では、せん断力、軸力、モーメントに不連続が生ずる。節点1前後での状態量ベクトル $\bar{R}_1^L$ 、

$\bar{R}_1^R$ の釣合は、

$$\bar{R}_1^R = B_p \bar{R}_1^L = B_p B_1 K_0 \begin{Bmatrix} X_0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (21)$$

で表わされる。

ここに $B_p$ は $\begin{bmatrix} I & \bar{W}_L \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ なるマトリックスであり、

さらに $\bar{W}_L$ は次式で示される集中荷重ベクトルである。

$$\begin{aligned} \bar{W}_L = & \begin{Bmatrix} 0 & 0 & \bar{W}_{My} - (\bar{x}_p - \bar{w}_p \bar{a}) \bar{a} \bar{W}_{pz} & \bar{W}_{px} \\ 0 & 0 & \bar{W}_{Mx} + (\bar{y}_p - \bar{w}_p \bar{a}) \bar{a} \bar{W}_{pz} & \bar{W}_{py} \\ 0 & 0 & \bar{W}_{Mz} + \bar{x}_p \bar{a} \frac{\bar{C}_{yy}}{\bar{C}_{\omega\omega}} \bar{W}_{py} - \bar{y}_p \bar{a} \frac{\bar{C}_{yy}}{\bar{C}_{\omega\omega}} \bar{W}_{px} \\ \bar{w}_p \bar{a} \frac{\bar{C}_{yy}}{\bar{C}_{\omega\omega}} \bar{W}_{pz} & 0 & \bar{W}_{pz} \end{Bmatrix}^T \end{aligned}$$

$\bar{W}_{px}$ ,  $\bar{W}_{py}$ ,  $\bar{W}_{pz}$ はそれぞれ節点1の断面内の点 $(\bar{x}_p, \bar{y}_p)$ に働く集中荷重であり、 $\bar{W}_{Mx}$ ,  $\bar{W}_{My}$ ,  $\bar{W}_{Mz}$ は同じく点 $(\bar{x}_p, \bar{y}_p)$ で各々x, y, z軸まわりに作用する集中モーメントである。

また $I$ は単位マトリックス、 $0$ は零ベクトルを示す。

次に節点1, 2間の伝達マトリックスを  $B_2$  とする  
と,

$$\bar{R}(1) = B_2 \bar{R}_1^R = B_2 B_p B_1 K_0 \begin{Bmatrix} X_0 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (22)$$

で表わされる。

終端で与えられている拘束状態量ベクトルを  $X_1$  ことを指定するマトリックスを  $K_1$  とすると

$$\begin{aligned} X_1 &= K_1^T \bar{R}(1) = K_1^T B_2 B_p B_1 K_0 \begin{Bmatrix} X_0 \\ 1 \end{Bmatrix} \\ &= [D_1 \quad D_2] \begin{Bmatrix} X_0 \\ 1 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

である。

ここに,  $D = K_1^T B_2 B_p B_1 K_0$  である。

式(23)より未知状態量ベクトルが次の様に求まる。

$$X_0 = D_1^{-1} (X_1 - D_2) \quad (24)$$

節点0での状態量がすべて求まれば, 式(17)よりはり内任意点の状態量が計算される。

#### 4. 応力計算式

上記の方法で, はりの任意点での状態量を求めればその断面における各応力が文献(4)より次のように計算出来る。

##### (i) 垂直応力

$$\bar{\sigma}_{zz} = \frac{\sigma_{zz}}{E} = \frac{\bar{a}}{\sqrt{g}} [\bar{T}_w - \bar{a} \bar{x} \bar{S}_u - \bar{a} \bar{y} \bar{S}_v + \bar{a} \bar{\omega} \bar{S}_\theta] \quad (25)$$

##### (ii) St. Venant のせん断応力 (開き断面の場合)

$$\begin{aligned} \bar{s} \bar{\tau}_{sz} &= \frac{s \tau_{sz}}{E} = -2\bar{G} \bar{n} \bar{t} \bar{a} \left[ \frac{1}{\sqrt{g_0}} - \frac{\bar{a}}{\sqrt{g_0}} \right. \\ &\quad \times (\bar{x} \cos \alpha + \bar{y} \sin \alpha) (-\Phi_y \cos \alpha + \\ &\quad \left. \Phi_x \sin \alpha) \right] \bar{T}_\theta \end{aligned} \quad (26)$$

ここに,  $\sqrt{g_0}$  は  $s$  軸上 (図心軸上) の  $\sqrt{g}$  の値,  $\bar{G} = G/E$ ,  $t$  は断面肉厚で  $\bar{n} = n/t$  である。  $n$  は Fig. 1 参照。

##### (iii) せん断変形, 曲げねじれ変形に伴うせん断応力 (開き断面の場合)

$$z \bar{\tau}_{sz} = -\frac{\bar{a}^3}{g_0 t} \left[ \bar{S}_x \frac{d\bar{S}_u}{dL} + \bar{S}_y \frac{d\bar{S}_v}{dL} - \bar{S}_\omega \frac{d\bar{S}_\theta}{dL} \right] \quad (27)$$

ただし

$$\bar{S}_x = \frac{1}{\bar{a}^3} \left( \int_0^s x \cdot t \, ds \right),$$

$$\bar{S}_y = \frac{1}{\bar{a}^3} \left( \int_0^s y \cdot t \, ds \right),$$

$$\bar{S}_\omega = \frac{1}{\bar{a}^4} \left( \int_0^s \omega \cdot t \, ds \right) \quad \bar{t} = \frac{t}{a}$$

である。

#### 5. 数値解析結果

取り扱うはりの断面は2軸対称のH型断面で, その両端は固定されているものとする。

また, 断面の  $x$  軸と図心線の法線方向とが一致するように座標軸を定めたので  $K_x = 0$  となる (Fig. 6 参照)。状態量は, 両端とはりの10等分点で図心点での変位, たわみ角, 断面力, モーメントを算出する。応力は状態量を求めた断面において, 断面の代表点7箇所を求める (Fig. 6 参照)。

##### (i) 曲率の影響

曲線はりにおいて, 曲率半径方向の断面の広がり を考慮した場合, 断面定数は一般に曲率の関数となる。このため同一断面を有するはりでも曲率の違いにより断面定数がそれぞれ異なってくる。そこで, 曲率の変化が断面定数および解析結果におよぼす影響を, 断面の広がりを無視した場合 ( $\sqrt{g} = 1$ ) との比較によって検討する。比較は曲率半径を変化させて,  $a/R$  (断面の最大寸法  $a$  と曲率半径との比) の影響として調べる。

荷重は  $y$  方向等分布荷重 ( $\bar{Q}_y = 1$ ) を作用させる。

##### a) 断面定数

曲率半径をかえて  $a/R$  が, 断面定数に与える影響を示したのが Table 1 である。この Table 1 には  $\sqrt{g} = 1$  の場合の断面定数も比較として載せている。Table 1 より次のことがわかる。

- ①  $a/R$  が小さくなるにしたがって,  $\sqrt{g} = 1$  の場合の値に近くなる。
- ② 断面の広がりを考慮したため,  $\sqrt{g} = 1$  の場合は0である  $\bar{C}_x$ ,  $\bar{C}_y$  が値を持つ。
- ③ 面積  $C$ , 曲げに関する断面定数  $\bar{C}_{xx}$ ,  $\bar{C}_{yy}$  は  $a/R$  の変化にあまり影響を受けないのに比べ, ねじれに関する  $\bar{C}_{\omega\omega}$ ,  $\bar{C}_J$  は大きく左右される。

##### b) 状態量および応力

a) で計算した断面定数を用い上記荷重を図心軸上に作用させ, 変位, モーメント, 応力を比較する。

断面の広がりを考慮した場合を100%とし, 無視した場合の割合を表わしたものが Fig. 2 である。

図心軸上に荷重が作用しているため変位  $\bar{U}$ ,  $\bar{W}$ , モーメント  $\bar{M}_y$ , 断面力  $\bar{P}_x$ ,  $\bar{P}_z$  はいずれの場合も0である。

また応力は Fig. 6 の断面図において, 垂直応力は点1 ( $1\bar{\sigma}_{zz}$ ) と点7 ( $7\bar{\sigma}_{zz}$ ), St. Venant のせん断応力  $\bar{s}\bar{\tau}_{sz}$  は点6, せん断変形, 曲げねじれ変形に伴うせん断応力  $z\bar{\tau}_{sz}$  は点6の各応力をそれぞれ表わしている。

Table 1 Effect of curvature on cross-sectional characteristics.

$\frac{a}{R}$	1/2	3/10	1/5	47/500	1/20	$\sqrt{g} \neq 1$
$\bar{C}$	$0.14778791 \times 10^0$	0.14351529	0.14224004	0.14145963	0.14130226	0.14124038
$\bar{C}_x$	$1.3095053 \times 10^{-2}$	0.75830467	0.49982832	0.23324821	0.12375093	0
$\bar{C}_y$	0	0	0	0	0	0
$\bar{C}_{xx}$	$0.26190106 \times 10^{-1}$	0.25276820	0.24991417	0.24813639	0.24777364	0.24763094
$\bar{C}_{yy}$	$0.29712859 \times 10^{-2}$	0.28507419	0.28149043	0.27930089	0.27886212	0.27868626
$\bar{C}_{xy}$	0	0	0	0	0	0
$\bar{C}_{xxy}$	$0.99678647 \times 10^{-3}$	0.79049645	0.73419933	0.70086145	0.69424129	0.69164360
$\bar{C}_{xyy}$	0	0	0	0	0	0
$\bar{C}_{yyx}$	$-7.8963669 \times 10^{-4}$	-4.3431022	-2.8227470	-1.3060537	-0.69250894	0
$\bar{C}_J$	$0.23240863 \times 10^{-3}$	0.20914450	0.20248505	0.19846929	0.19766513	0.19734896

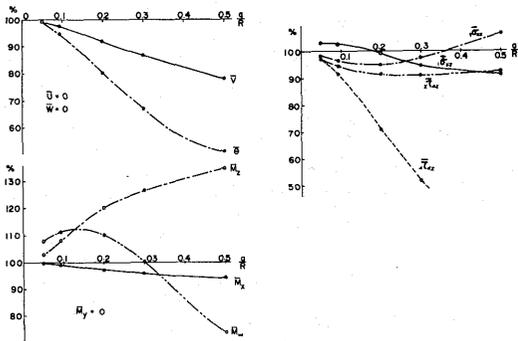


Fig. 2 Comparison of slender curved beam solutions to general curved beam solutions.

y 方向変位  $\bar{V}$ , 曲げモーメント  $\bar{M}_x$  に比べ、ねじりモーメント  $\bar{M}_z$ , 曲げねじれモーメント  $\bar{M}_\omega$  は  $a/R$  の変化に著しく影響を受けている。これは応力において、St. Venant のせん断応力  $\bar{s}_z$  が  $a/R$  に大きく左右されている要因を作り出している。

垂直応力  $1\bar{\sigma}_{zz}$ ,  $7\bar{\sigma}_{zz}$  を見ると Fig. 2 からわかるように断面の広がり方を考慮した時の値より増加したり減少したりしている。これも  $\bar{M}_\omega$  の大きな変化が影響しているものである。

$a/R$  が 0.1 以下では変位、モーメント、応力の、断面の広がり方を考慮した場合と無視した場合の差は、ほぼ10%以内であり、断面の広がり方を無視しても差はつかえないであろうと考えられる。こういう場合には諸式が簡単化され、数値計算も容易になる。一方、曲線橋は一般に  $a/R$  が 0.1 より大きく、したがって曲率半径方向の断面の広がり方を考慮した理論により解析を行なう必要がある。

(ii) 集中荷重 ( $\bar{P}_y=1$ ) を作用させた場合

1/4円弧はり (実験模型と同寸法, Fig. 4 参照) で図心軸上の点に y 方向集中荷重  $\bar{P}_y=1$  を作用させる。はりの対称性から荷重作用点は、はりの半分について行なえば十分である。

集中荷重  $\bar{P}_y=1$  を作用させた時の様子を Fig. 3 に示す。

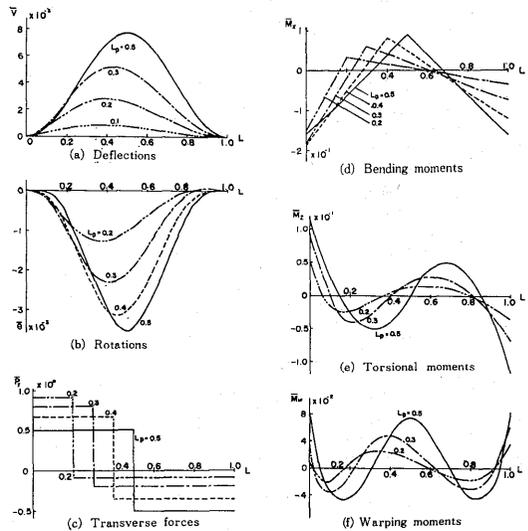


Fig. 3 Theoretical results due to transverse load  $\bar{P}_y$ .

Fig. 3 で  $L_p$  は荷重作用点であり、グラフ (a), (b), (c), (d), (e), (f) はそれぞれたわみ  $\bar{V}$ , 回転角  $\bar{\theta}$ , せん断力  $\bar{P}_y$ , 曲げモーメント  $\bar{M}_x$ , ねじりモーメント  $\bar{M}_z$ , 曲げねじれモーメント  $\bar{M}_\omega$  の分布を表わしている。

せん断力  $\bar{P}_y$  は荷重作用点で不連続になるが、それ以外では長さ方向に一定で、直線はりと同じ結果を示

す。一方曲率を持ったはりであるため回転角  $\theta$ 、ねじりに関するモーメント  $M_z$ 、 $M_w$  が存在する。

## 6. 実験

アクリル樹脂で試験片を作製した場合の実験方法の検討および実験結果と解析結果との比較を行なう。

### (i) 試験片

試験片の形状は Fig. 4 に示すように曲率半径 500 mm の  $\frac{1}{4}$ 円弧はりである。材質はアクリル樹脂で接着により作る。アクリル樹脂は加工および作製が容易で、弾性係数が低いため大規模な実験装置を必要としない等の利点がある。試験片の両端は固定するために 100mm ずつ直線的に延長した取付部を設ける。

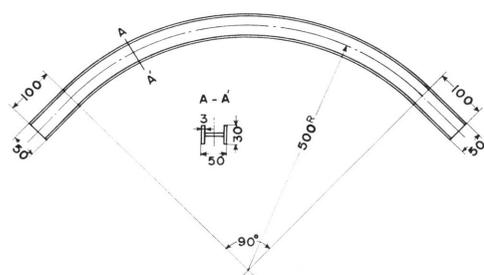


Fig. 4 Dimensions of model.

### (ii) 実験装置

ひずみゲージはプラスチック用箱ひずみゲージ GFLA-6、ゲージファクター 2.16、抵抗  $120 \pm 0.3\Omega$  を使用する。これはゲージの被測定物への剛性の影響、零点の安定度、精度その他諸条件を考慮して選定した。荷重装置は Fig. 5 で形状を示す。この装置は鉄棒と鉄板を溶接加工したもので、先端はゆるく尖らせてある。荷重は 1570g である。

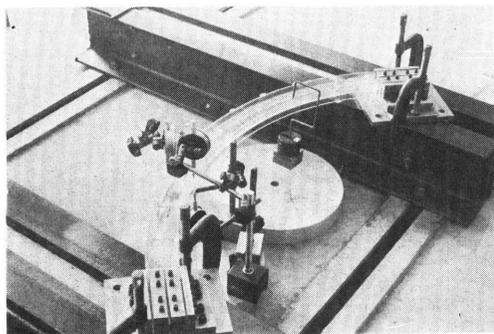


Fig. 5 Test setup.

実験は両端固定条件のもとで行なうため、形鋼および機械加工した治具を利用してコンクリート床に取り

付ける (Fig. 5 参照)。

### (iii) 実験方法

実験測定点は Fig. 6 に示す通り。

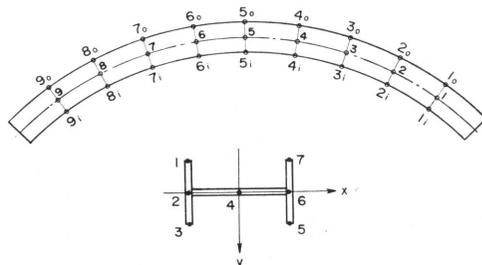


Fig. 6 Measurement points and load points.

ひずみゲージ接着位置は、はりの 10 等分点上の  $1_0 \sim 9_0$  (外側フランジ)、ダイヤルゲージ位置は  $1_0 \sim 9_0$  (外側フランジ) および  $1_1 \sim 9_1$  (内側フランジ) である。

温度補償用のダミーゲージは 2 枚ゲージ法で、アクティブゲージと同数のゲージを使用する。

測定は載荷 3 分後ひずみの総量を測定し、除荷 6 分後残留ひずみを測定する。これはアクリル樹脂製の試験片であるため、予備実験を行ない、その結果からひずみが安定するのに要する時間として 3 分および 6 分の制限時間を設けた。これはたわみの測定の場合も同様である。

たわみの測定は実験装置の都合上、ひずみの測定とは別に行なう。ダイヤルゲージの取り付け方法は

Fig. 5 で示される通り上下から垂直に設置するが、実際にたわみを読むとるゲージは、フランジの上部の 2 箇所である。下部の 2 箇所を取り付けた目的は、ダイヤルゲージ自体のバネが  $60 \sim 80\text{g}/\text{個}$  で載荷荷重 1570g のほぼ 1 割にあたり、バネの影響を無視することが出来なと思われるので、上下から相殺させるためである。

荷重は y 軸方向集中荷重を次の点に作用させる (Fig. 6 参照)。

Load No. 1 : 図心軸上の点 2, 3, 4, 5

Load No. 2 : 点  $4_1$ ,  $5_1$  に近接したウェッジ上

Load No. 3 : 点  $4_0$ ,  $5_0$  に近接したウェッジ上

### (iv) 実験結果

たわみの測定結果を Table 2, 4 に示す。表中の値は理論解析結果と比較するために、理論荷重  $\bar{P}_y=1$  に対応するたわみに換算したデータである。換算の際の縦弾性係数  $E$  は、実験と同室温 ( $24^\circ\text{C}$ ) で単体加工したアクリル樹脂を使用して別に実験を行ない得られ

た値  $3.2 \times 10^4 \text{kg/cm}^2$  を用い、ポアソン比は 0.35 とした。

ひずみの測定結果は Table 3, 5 に示す。表中の値はたわみの場合と同様に理論荷重  $\bar{P}_y=1$  に対応するひずみに換算したデータである。正の値は引張ひずみで、負の値は圧縮ひずみである。

7. 数値解析結果と実験結果の比較

荷重状態 Load No. 1 の時の内、外フランジのたわみを Table 2 に示す。表には、解析結果と実験結果との差の割合も示してある。また、これらをグラフにしたものが Fig. 7 である。解析値は実線（内側フランジ）と破線（外側フランジ）で、実験値は各々、●印、○印で表わされている。外側フランジのひずみは Table 3 に、そのグラフは Fig. 8 に示す。

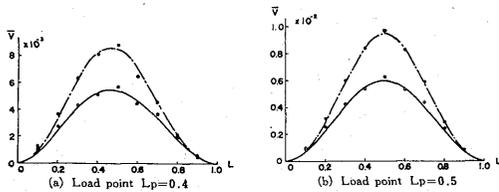


Fig. 7 Deflections at inner and outer flanges (Load No. 1)

荷重状態 Load No. 2, 3 の場合の内、外フランジのたわみは Table 4 に、外側フランジのひずみは Table 5 に表わす。

Load No. 2 のたわみの様子は Fig. 9, ひずみは Fig. 10 の通り。

Load No. 3 の場合のたわみのグラフは Fig. 11 に、またひずみの様子は Fig. 12 で各々示される。

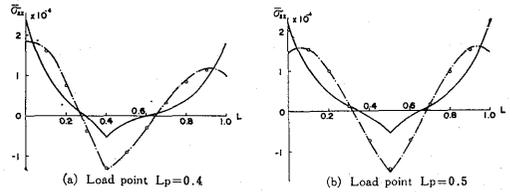


Fig. 8 Strains in outer flange (Load No. 1)

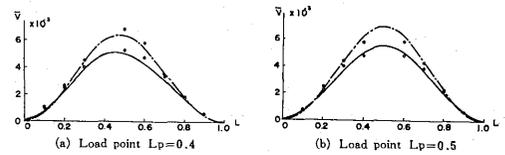


Fig. 9 Deflections at inner and outer flanges. (Load No. 2)

Table 2 Comparison of experimental and analytical results (Deflections, Load No. 1)

L	Lp=0.2			Lp=0.3			Lp=0.4			Lp=0.5			
	A×10 <sup>3</sup>	B×10 <sup>3</sup>	$\frac{A-B}{B} \times 100$	A×10 <sup>3</sup>	B×10 <sup>3</sup>	$\frac{A-B}{B} \times 100$	A×10 <sup>3</sup>	B×10 <sup>3</sup>	$\frac{A-B}{B} \times 100$	A×10 <sup>3</sup>	B×10 <sup>3</sup>	$\frac{A-B}{B} \times 100$	
inner flange	0.1	0.745	0.498	+49.6	0.917	0.681	+34.7	1.32	0.753	+75.3	0.917	0.710	+29.2
	0.2	1.72	1.38	+24.6	2.52	2.07	+21.7	2.82	2.37	+18.6	2.64	2.28	+15.8
	0.3	2.01	1.99	+1.0	3.73	3.38	+10.4	4.48	4.10	+9.3	4.36	4.05	+7.7
	0.4	1.95	2.20	-11.4	4.13	3.99	+3.5	5.28	5.27	+0.2	5.39	5.47	-1.5
	0.5	2.01	2.08	-3.4	4.13	3.90	+5.9	5.91	5.42	+9.0	6.48	6.05	+7.1
	0.6	1.38	1.69	-18.3	3.27	3.26	+0.3	4.59	4.68	-1.9	5.45	5.47	-0.4
	0.7	1.03	1.17	-12.0	2.29	2.29	0.0	3.78	3.36	+12.5	4.53	4.05	+11.9
	0.8	0.631	0.629	+0.3	1.37	1.25	+9.6	2.06	1.85	+11.4	2.52	2.28	+10.5
	0.9	0.229	0.191	+19.9	0.516	0.381	+35.4	0.688	0.572	+20.3	0.860	0.710	+21.1
outer flange	0.1	1.15	0.723	+59.1	1.32	0.901	+46.5	1.03	0.890	+15.7	0.975	0.744	+31.0
	0.2	2.35	2.15	+9.3	3.44	3.07	+12.1	3.73	3.28	+13.7	3.27	2.90	+12.8
	0.3	3.10	3.16	-1.9	5.68	5.27	+7.8	6.54	6.18	+5.8	6.19	5.82	+6.4
	0.4	3.27	3.45	-5.2	6.48	6.29	+3.0	8.31	8.25	+0.7	8.26	8.40	-1.7
	0.5	3.33	3.10	+7.4	6.42	5.97	+7.5	9.06	8.45	+7.2	10.3	9.48	+8.6
	0.6	1.78	2.35	-23.6	4.47	4.67	-4.3	6.59	6.96	-5.3	8.26	8.40	-1.7
	0.7	1.09	1.42	-23.2	2.81	2.94	-4.4	4.64	4.57	+1.5	6.08	5.82	+4.5
	0.8	0.516	0.624	-17.3	1.26	1.34	-6.0	2.18	2.17	+0.5	2.98	2.90	+2.3
	0.9	0.115	0.140	-17.9	0.344	0.313	+9.9	0.631	0.530	+19.1	0.860	0.744	+15.6

Lp; Load point in span L; Measurement position in span A; Experiment B; Calculation

Table 3 Comparison of experimental and analytical results (Strains, Load No. 1)

L	Lp=0.2			Lp=0.3			Lp=0.4			Lp=0.5		
	A×10 <sup>4</sup>	B×10 <sup>4</sup>	$\frac{A-B}{B} \times 100$	A×10 <sup>4</sup>	B×10 <sup>4</sup>	$\frac{A-B}{B} \times 100$	A×10 <sup>4</sup>	B×10 <sup>4</sup>	$\frac{A-B}{B} \times 100$	A×10 <sup>4</sup>	B×10 <sup>4</sup>	$\frac{A-B}{B} \times 100$
0.1	0.685	0.839	-18.4	1.32	1.45	-9.0	1.63	1.67	-2.4	1.57	1.55	+1.3
0.2	-0.461	-0.435	+6.0	0.218	0.327	-33.3	0.755	0.833	-9.4	1.00	1.01	-1.0
0.3	-0.501	-0.430	+16.5	-0.932	-0.921	+1.2	-0.380	-0.284	+33.8	0.129	0.162	-20.4
0.4	-0.367	-0.319	+15.5	-0.809	-0.766	+5.6	-1.33	-1.35	-1.5	-0.760	-0.759	+0.1
0.5	-0.173	-0.153	+13.1	-0.455	-0.444	+2.5	-0.935	-0.923	+1.3	-1.46	-1.52	-3.9
0.6	0.038	0.031	+22.6	-0.054	-0.049	+10.2	-0.307	-0.303	+1.3	-0.744	-0.759	-2.0
0.7	0.213	0.206	+3.4	0.337	0.341	-1.2	0.342	0.358	-4.5	0.164	0.162	+1.2
0.8	0.326	0.331	-1.5	0.620	0.644	-3.7	0.871	0.915	-4.8	0.973	1.01	-3.7
0.9	0.375	0.361	+3.9	0.734	0.759	-3.3	1.16	1.20	-3.3	1.53	1.55	-1.3

Lp; Load point in span L; Measurement position in span A; Experiment B; Calculation

Table 4 Comparison of experimental and analytical results (Deflections, Load No. 2, 3)

L	Lp=0.4 Load No. 2			Lp=0.5 Load No. 2			Lp=0.4 Load No. 3			Lp=0.5 Load No. 3		
	A×10 <sup>3</sup>	B×10 <sup>3</sup>	$\frac{A-B}{B} \times 100$	A×10 <sup>3</sup>	B×10 <sup>3</sup>	$\frac{A-B}{B} \times 100$	A×10 <sup>3</sup>	B×10 <sup>3</sup>	$\frac{A-B}{B} \times 100$	A×10 <sup>3</sup>	B×10 <sup>3</sup>	$\frac{A-B}{B} \times 100$
0.1	1.03	0.697	+47.8	0.803	0.634	+26.7	1.09	0.810	+34.6	0.975	0.786	+24.0
0.2	2.59	2.20	+17.7	2.35	2.04	+15.2	3.10	2.55	+21.6	2.92	2.52	+15.9
0.3	4.13	3.83	+7.8	4.13	3.65	+13.2	4.82	4.37	+10.3	4.82	4.45	+8.3
0.4	—	4.93	—	4.93	4.99	-1.2	—	5.61	—	5.85	5.95	-1.7
0.5	5.39	4.99	+8.0	—	5.57	—	6.37	5.86	+8.7	—	6.53	—
0.6	4.70	4.23	+11.1	4.93	4.99	-1.2	4.99	5.13	-2.7	5.96	5.95	+0.2
0.7	3.38	3.01	+12.3	4.01	3.65	+9.9	3.96	3.71	+6.7	4.64	4.45	+4.3
0.8	1.84	1.67	+10.2	2.29	2.04	+12.3	2.29	2.05	+11.7	2.75	2.52	+9.1
0.9	0.631	0.511	+23.5	0.803	0.634	+26.7	0.745	0.838	-11.1	0.975	0.786	+24.0
0.1	0.975	0.642	+51.9	0.803	0.587	+36.8	1.55	1.14	+36.0	1.15	0.900	+27.8
0.2	2.58	2.36	+9.3	2.58	2.24	+15.2	4.47	4.19	+6.7	3.78	3.55	+6.5
0.3	4.64	4.45	+4.3	4.53	4.41	+2.7	8.49	7.92	+7.2	7.51	7.22	+4.0
0.4	—	5.99	—	5.96	6.24	-4.5	—	10.5	—	10.6	10.6	0.0
0.5	7.00	6.33	+10.6	—	6.96	—	11.6	10.6	+9.4	—	12.0	—
0.6	5.79	5.42	+6.8	6.02	6.24	-3.5	8.20	8.50	-3.5	10.4	10.6	-1.9
0.7	3.67	3.69	-0.5	4.47	4.41	+1.4	5.54	5.45	+1.7	7.28	7.22	+0.8
0.8	1.84	1.82	+1.1	2.35	2.24	+4.9	2.52	2.53	-0.4	3.56	3.55	+0.3
0.9	0.516	0.460	+12.2	0.688	0.587	+17.2	0.688	0.601	+14.5	1.03	0.900	+14.4

Lp; Load point in span L; Measurement position in span A; Experiment B; Calculation

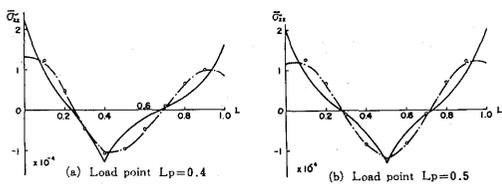


Fig. 10 Strains in outer flange (Load No. 2)

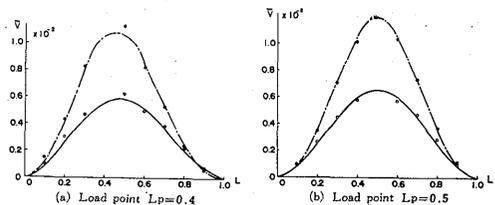


Fig. 11 Deflections at inner and outer flanges (Load No. 3)

Table 5 Comparison of experimental and analytical results (Strains, Load No. 2, 3)

L	Lp=0.4 Load No.2			Lp=0.5 Load No.2			Lp=0.4 Load No.3			Lp=0.5 Load No.3		
	A×10 <sup>4</sup>	B×10 <sup>4</sup>	$\frac{A-B}{B} \times 100$	A×10 <sup>4</sup>	B×10 <sup>4</sup>	$\frac{A-B}{B} \times 100$	A×10 <sup>4</sup>	B×10 <sup>4</sup>	$\frac{A-B}{B} \times 100$	A×10 <sup>4</sup>	B×10 <sup>4</sup>	$\frac{A-B}{B} \times 100$
0.1	1.24	1.16	+6.9	1.26	1.15	+9.6	2.10	2.19	-4.1	1.87	1.94	-3.6
0.2	0.466	0.446	+4.5	0.687	0.615	+11.7	1.16	1.22	-4.9	1.34	1.41	-5.0
0.3	-0.469	-0.409	+14.5	-0.108	-0.138	-21.7	-0.208	-0.160	+30.0	0.383	0.463	-17.3
0.4	-1.07	-1.03	+3.9	-0.838	-0.834	+0.4	-1.59	-1.67	-4.8	-0.633	-0.683	-7.3
0.5	-0.962	-0.964	-0.2	-1.23	-1.19	+3.4	-0.795	-0.882	-9.9	-1.70	-1.85	-8.1
0.6	-0.485	-0.534	-9.2	-0.821	-0.834	-1.6	-0.040	-0.072	-44.4	0.620	-0.683	-9.2
0.7	0.108	0.050	+116.0	-0.075	-0.138	-45.7	0.668	0.666	+0.3	0.458	0.463	-10.8
0.8	0.647	0.609	+6.2	0.679	0.615	+10.4	1.15	1.20	-4.2	1.33	1.41	-5.7
0.9	0.978	0.963	+1.6	1.22	1.15	+6.1	1.35	1.43	-5.6	1.83	1.94	-5.7

Lp; Load point in span L; Measurement position in span A; Experiment B; Calculation

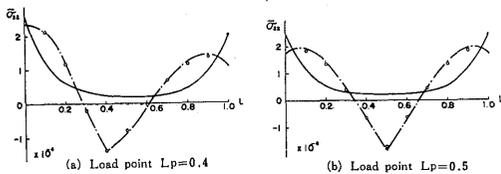


Fig. 12 Strains in outer flange (Load No. 3)

荷重がはりの固定端に近よった点 ( $L_p=0.2$ ) に作用した時は、はり全体としてのたわみも少く、それだけに、解析値との差が大きい。しかし全体的に見ると、たわみおよびひずみの絶対値の小さい点を除いてほぼ解析値と実験値の差が10%以内におさまっている。

またグラフを見ると、たわみもひずみも解析値に対し実験値はよくその傾向を示している。

解析値において荷重をはりの中心 ( $L_p=0.5$ ) に作用させた場合、たわみおよびひずみは荷重点を中心に左右対称になるが、実験においてもそれぞれ、この対称性をよく表わしている。

荷重状態 Load No. 3 において、理論解析値の内側フランジのひずみが引張りのみ (Fig. 12 参照) となっている。これは曲げモーメントに対し曲げねじれモーメントが大きく影響しているためである。

解析値と実験値との比較から、アクリル樹脂を模型材料として用いることは、実験方法をうまく考慮して行なえば、可能であることがわかる。

## 8. むすび

本報告は、平面円弧はりの静的挙動に対し、解析的

には2つの方法で、さらには実験を加えて比較検討を行なったものである。

(i) 一定断面を有する円弧はりで、曲率半径をかえて断面の曲率半径方向の広がりやを考慮した理論と従来の細長いはり理論との解析値の比較から次のことが推察される。

すなわち断面の最大寸法と曲率半径の比  $a/R$  が 0.1 以下では、両者の差がほぼ10%以内におさまられる。したがって工学的に見た場合  $a/R$  が 0.1 以下において細長いはり理論が適用できるであろうと考えられる。

(ii) 実験結果は、たわみおよびひずみともに数値解析結果に良く一致した傾向を示し、また、絶対値の小さい部分を除くと、解析値との差がほぼ10%以内であった。

## 9. 文献

- (1) 小西一郎, 小松定夫: 薄肉曲線桁の基礎理論, 土木学会論文集, 82, 昭和37
- (2) Love A. E. H: A treatise of the Mathematical Theory of Elasticity, University Press, 1927
- (3) Culver C. G. & P. P. Christiano: Static Model Tests of Curved Girder Bridge, Proc. of ASCE, ST8, 1969
- (4) 築地恒夫: 薄肉断面を有する立体曲線はりの静変形, 構造強度に関する講演会講演集, 昭和49