

# 砂のせん断強度および静止土圧係数に及ぼす 粒径の影響について

落 合 英 俊\*

## Effect of Particle Size on Shear Strength and Coefficient of Earth Pressure at Rest of Sands

by

Hidetoshi OCHIAI

(Department of Civil Engineering)

In order to research the effect of particle size on shear strength and coefficient of earth pressure at rest of sands, the triaxial compression tests and the experiments of earth pressure at rest were carried.

After analysing the results obtained by experiments, the following conclusions were obtained. (1) Internal friction angle,  $\phi'$ , of sands increases with a decrease of particle size. (2) Difference of shear strength of sands based on particle size is due to the volume change behaviour at failure. (3) Coefficient of earth pressure at rest,  $K_0$ , of sands increases with an increase of particle size. (4) Existence of fine particle in sand causes a decrease of  $K_0$ -value.

### 1. まえがき

砂の力学的性質には種々の因子が影響を及ぼすが、それらは砂の種類（材質、形、粒度など）とその状態（密度、含水量、骨組構造など）に大別することができる<sup>(1)</sup>。砂の種類を指定した場合、密度がもっとも大きな影響因子となり、従来、多数の実験的研究がなされ、たとえば強度については、“排水せん断では密な砂はゆるい砂より強く、非排水せん断ではその差はさらに大きくなる”という定性的傾向が知られている。ところで、この密度を規制する大きな影響因子のひとつとして粒度組成があり、たとえ同一の締固めエネルギーを与えても、粒度組成の相違によりかなり異なる密度が得られることが認められている。また、砂は砂粒子を構成する物質の性質や形状によって工学的性質が異なるので、本来はこれらの点から砂の種類を分類すべきであると考えられるが、現実には、粒度分

析が砂を分類する手法として広く用いられている。したがって、砂の粒度組成とその力学的性質の関係を知らねば、実用上、たいせつなことである。

本文では、砂の力学的性質のうち、せん断強度と静止土圧の問題をとりあげ、粒度組成、とくに粒径とそれらの関係について検討した。せん断強度についてはRowe<sup>(2)</sup>の応力・ダイレイタンス式を利用して砂の強度を3つの成分に分けて定量的表示を行ない、粒径の相違がどの成分に影響するかについて検討した。また静止土圧の問題については、土圧計算に必要な静止土圧係数に及ぼす粒径の影響を実験的に検討した。

### 2. 試料および試験方法

試験に用いた試料は、九州大学構内砂（九大砂）、野母崎海岸砂（野母崎砂）およびガラスビーズの3種

\*土木工学科

類である。これら3種類の試料を74 $\mu$ フルイ上で水洗いした後、粒径範囲が2.0~0.84mm, 0.84~0.42mm, 0.42~0.074mmとなるようにフルイを用いて粒度調整した。

せん断試験は、飽和試料について側圧一定の圧密排水三軸圧縮試験を行なった。供試体寸法は直径5.0cm, 高さ12.5cmであり、密な状態、ゆるい状態およびその中間の状態の3段階の初期間ゲキ比に調整した。なお同一試料であっても粒径が異なる場合、同一初期密度に作成することは難しいので、同じ締固めエネルギーを与えることにしたが、この場合、一般に粒径が大きいほど初期密度も大きくなった。せん断時の側圧 $\sigma'_3$ は1.0, 1.5, 2.0, 3.0 kg/cm<sup>2</sup>の4種類である。

静止土圧の測定は、水平方向の変位がゼロの状態では水平方向荷重を測定できる装置を製作して行なった。この装置は一方が固定、他方が可動式の鉋金製ブロックより構成されており、可動ブロックには水平変位を測定するための2個のダイヤルゲージと水平荷重を測定するための力計が備えられている。試料に鉛直方向荷重を加えると、それに対応して可動ブロックが水平方向に移動しようとするが、ダイヤルゲージによりこの水平方向移動量がつねにゼロになるように水平荷重を調整し、その値を力計により測定した。なお、試料に加える鉛直荷重は段階的の載荷とし、各鉛直荷重に対応する水平荷重を測定した。実験結果の一例はFig. 6に示すとうりである。また、試料は気乾燥状態のものを用い、供試体形状は円筒状で、その寸法は直径5.0cm, 高さ5.0cmである。

### 3. 砂のせん断強度と粒径の関係

#### 3-1 砂の強度成分

一般に土のせん断強度は、すべり面上の直応力に無関係な成分とこれに比例する成分とから成っており、前者を粘着成分、後者を摩擦成分といい、次のCoulombの式で表わされる。

$$s = c' + \sigma' \cdot \tan \phi' \quad (1)$$

砂のような粒状土では粘着成分は存在せず、摩擦成分のみであるが、この摩擦成分は普通の力学でいう固体摩擦成分のほかにインターロッキングやダイレイタンシーに起因する成分が加わったものとなる。

ここでは、Rowe (2) の応力・ダイレイタンシー式を利用して摩擦成分による砂の強度について考える。Rowe の応力・ダイレイタンシー式は三軸圧縮試験 ( $\sigma'_1 > \sigma'_2 = \sigma'_3$ ) の場合、圧縮ヒズミを正とすると次式で与えられている。

$$\frac{\sigma'_1}{\sigma'_3 \{1 - (dv/d\varepsilon_1)\}} = \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi_r}{2} \right) = K_r \quad (2)$$

ここに、 $\sigma'_1$  = 最大有効主応力、 $\sigma'_3$  = 最小有効主応力、 $d\varepsilon_1$  = 最大主ヒズミ増分、 $dv$  = 体積ヒズミ増分、 $\phi_r$  = Rowe により導入された摩擦角である。

摩擦角  $\phi_r$  は、三軸圧縮試験の場合、次の範囲内にあるとされている(3)。

$$\phi_\mu \leq \phi_r \leq \phi_{ev} \quad (3)$$

ここに、 $\phi_\mu$  = 粒子間摩擦角、 $\phi_{ev}$  = 限界間ゲキ比状態における摩擦角であり、これらはともに初期密度などに依らず、土固有の値となる。なお、これら  $\phi_\mu$  と  $\phi_{ev}$  の関係として、著者(4)は次式を求めている。

$$\sin \phi_{ev} = \frac{2 \sin \phi_\mu}{1 + \sin \phi_\mu} \quad (4)$$

ところで、Rowe によれば土に主応力系を作用させたときの全仕事成分は次の4つの成分に分けられる(5)。

(i) 体積変化が生じないとした場合に摩擦に吸収される仕事成分； $dW_1$

(ii) 体積が変化するため粒子間のすべり面上の有効応力が変化し、それにもなう摩擦に吸収される仕事成分； $dW_2$

(iii) 体積が変化するため外力に対して成される仕事成分； $dW_3$

(iv) 弾性的な仕事成分

これら4つの成分のうち、弾性的な仕事成分は砂の場合には他の成分に比べて非常に小さいものと考えられるので、ここではその成分は無視することにする。

(2) 式を用いてこれらの成分を表わすと次のようになる(6)。

供試体に加えらるる単位体積当りの全仕事増分  $dW_T$  は

$$dW_T = \sigma'_3 d\varepsilon_1 [K_r \{1 - (dv/d\varepsilon_1)\}] \quad (5)$$

体積変化が生じないとしたときに摩擦に吸収される単位体積当りの仕事増分  $dW_{1r}$  は

$$dW_{1r} = \sigma'_3 d\varepsilon_1 (K_r - 1) \quad (6)$$

体積が変化するため、これにもなう付加的な摩擦に吸収される単位体積当りの仕事増分  $dW_{1e}$  は

$$dW_{1e} = \sigma'_3 d\varepsilon_1 \{1 - (dv/d\varepsilon_1)\} (K_r - 1) \quad (7)$$

したがって上記の (i), (ii), (iii) の成分は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} dW_1 &= dW_{1r} = \sigma'_3 d\varepsilon_1 (K_r - 1) \\ dW_2 &= dW_{1e} - dW_{1r} \\ &= \sigma'_3 d\varepsilon_1 (K_r - 1) (-dv/d\varepsilon_1) \\ dW_3 &= dW_T - dW_{1e} = \sigma'_3 d\varepsilon_1 (-dv/d\varepsilon_1) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

これらの成分は、すべて  $\sigma'_3 d\varepsilon_1$  という量に比例しているため、 $dW/\sigma'_3 d\varepsilon_1$  の形にし、無次元化しておけば都合がよい。

3-2 試験結果

3-2-1 内部摩擦角  $\phi'$

土の破壊規準として広く認められている(1)式を主応力  $\sigma'_1, \sigma'_3$  を用いて 表わすと次のようになる。

$$\sigma'_1 - \sigma'_3 = 2c' \cos \phi' + (\sigma'_1 + \sigma'_3) \sin \phi' \quad (9)$$

砂の場合、粘着成分は無視できるので、 $c' = 0$  とおけば、内部摩擦角  $\phi'$  は次式で表わされる。

$$\sin \phi' = (\sigma'_1 - \sigma'_3) / (\sigma'_1 + \sigma'_3) \quad (10)$$

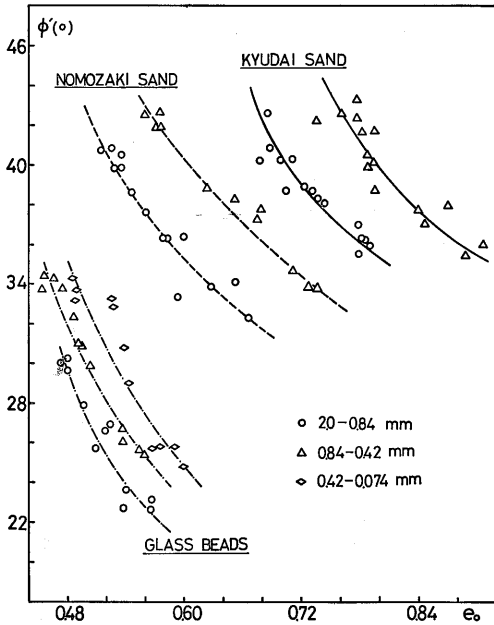


Fig. 1 Relation between internal friction angle  $\phi'$  and initial void ratio  $e_0$

Fig. 1 は各試料、各粒径ごとに(10)式により求めた内部摩擦角  $\phi'$  と初期間ゲキ比  $e_0$  の関係である。各試料とも粒径が小さくなるにつれて内部摩擦角  $\phi'$  の値は大きくなり、この結果は Kirkpatrick(7) の実験結果と一致する。また、内部摩擦角  $\phi'$ 、したがって砂のせん断強度に及ぼす粒径の影響は、九大砂や野母崎砂のようにふつうに海岸付近でみられる砂に比べて、ガラスビーズのように粒子表面が滑らかで、均一粒子の場合には小さくなるが、これは粒子間のかみ合わせ(インターロッキング)が小さいためと考えられる。

3-2-2 ダイレイタンシーファクター  $dv/d\epsilon_1$

個々の土粒子集合体である土に応力変化を与えるとき体積変化が生じるが、このうち偏差応力成分の変化に起因する体積変化をダイレイタンシーと呼んでいる。砂の場合、このダイレイタンシーがその強度に大きく

影響することは広く認められているところである。軸対称三軸圧縮試験 ( $\sigma'_1 > \sigma'_2 = \sigma'_3$ ) の場合、このダイレイタンシーの影響を表わすために、軸ヒズミ増分  $d\epsilon_1$  に対する体積ヒズミ増分  $dv$  の比  $dv/d\epsilon_1$  を用い、これをダイレイタンシーファクターと呼んでいる。破壊時のダイレイタンシーファクターについては、同一初期間ゲキ比の場合、一般に粒径が小さくなるにつれてその値が大きくなることを、著者(8) はすでに実験的に明らかにしているが、この傾向は今回の場合にも確かめられた(図省略)。

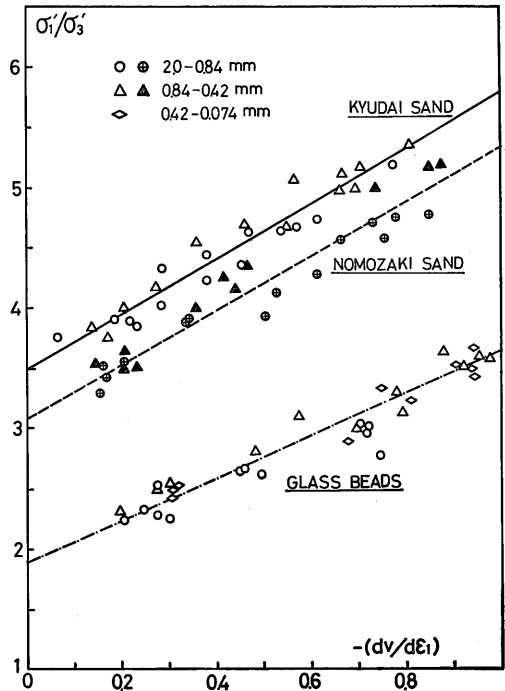


Fig. 2 Relation between principal stress ratio  $\sigma'_1/\sigma'_3$  and dilatancy factor  $dv/d\epsilon_1$  at failure

Fig. 2 は破壊時の主応力比  $\sigma'_1/\sigma'_3$  とダイレイタンシーファクター  $dv/d\epsilon_1$  の関係を示すものであり、各試料とも粒径に関係なく一本の直線上にプロットされる。破壊時の主応力比  $\sigma'_1/\sigma'_3$  は内部摩擦角  $\phi'$  に変換されるので(10)式、この結果は砂のせん断強度とダイレイタンシーファクターが粒径に独立なユニークな関係にあることを示している。したがって、破壊時の体積変化割合が小さくなるにつれてその強度も小さくなり、破壊時に体積変化増分が生じない場合には、粒径に無関係なせん断強度を示すものと考えられる。それゆえ粒径の相違による砂のせん断強度(内部摩擦角  $\phi'$ ) の差は、体積変化の生じ方に起因するも

のであると考えられる。

3-2-3 強度成分

以上の実験結果を 3-1 で述べた強度成分の考え方を  
用いて検討する。Fig. 3 は(5), (6), (7)式で表わさ  
れる破壊時の仕事成分  $dW_r$ ,  $dW_{ir}$ ,  $dW_{it}$  につい  
ての一例である。一般に、初期密度が小さくなるとその  
強度も小さくなり (Fig. 1), また破壊時の体積変

化割合も小さくなるので、供試体に加えられる全仕事  
増分  $dW_r$ , 体積変化にともない付加的に生じる摩擦  
に吸収される仕事増分  $dW_{ir}$  は、初期間ゲキ比の増  
加につれて小さくなる。一方、体積変化が生じないと

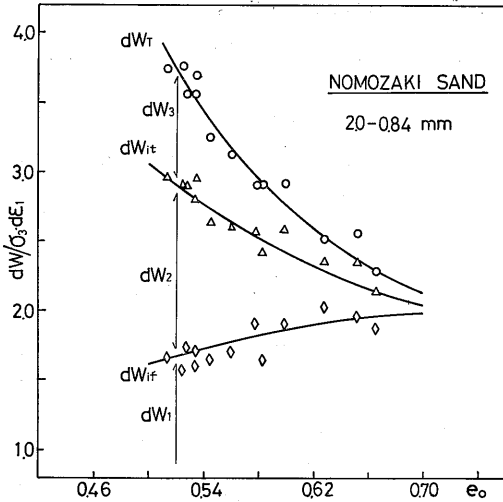


Fig. 3 Energy components at failure

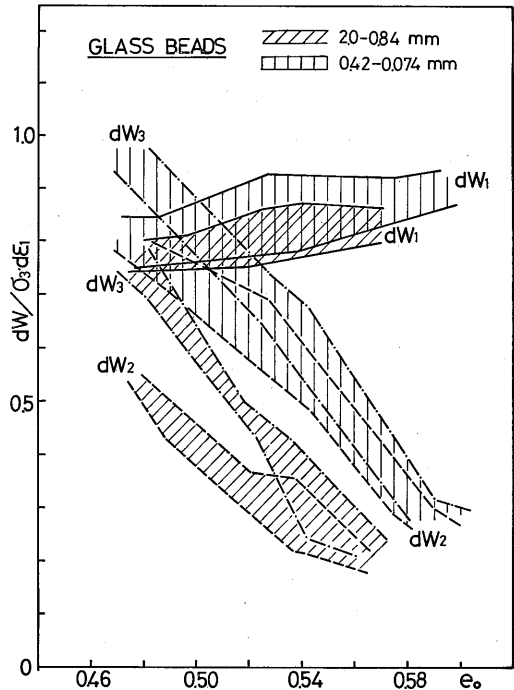
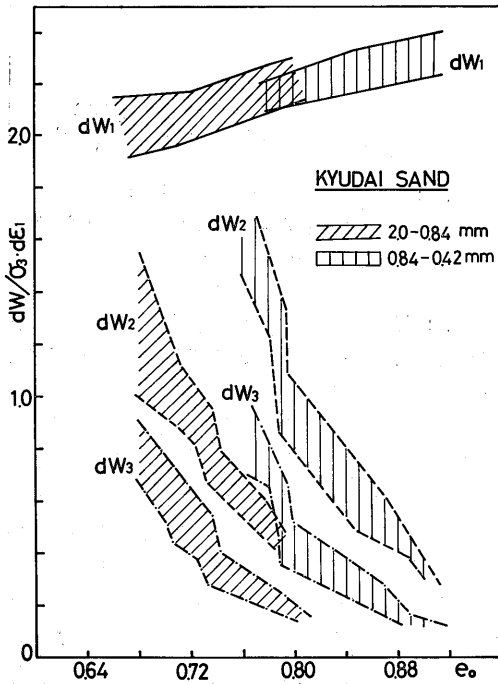
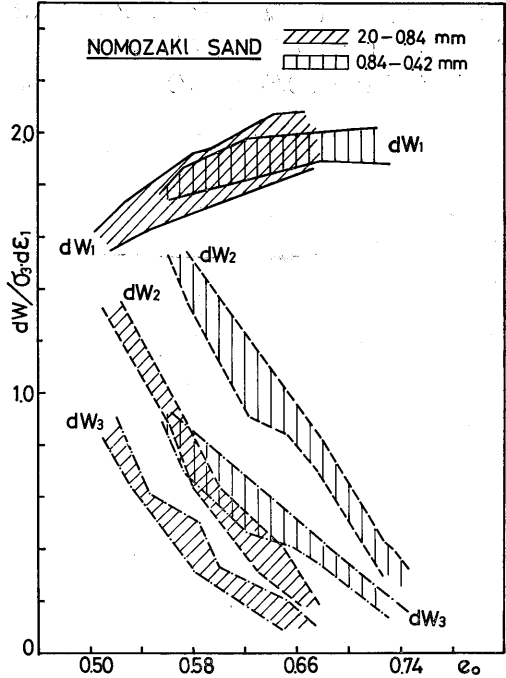


Fig. 4 Strength components at failure

した場合に摩擦に吸収される仕事増分  $dW_{ir}$  は、固体摩擦成分に関係するものであるが、本来は初期密度に関係なく一定値となるはずであるが、ここでは Rowe の(2)式を用いているので、(3)式で示す範囲内で変化する。すなわち、 $dW_{ir}$  は最密状態で  $\phi_{\mu}$ 、最緩状態で  $\phi_{e.v}$  に相当する値をとり、初期間ゲキ比の増加につれて大きくなる。

(8)式で表わされる3つの成分  $dW_1$ 、 $dW_2$ 、 $dW_3$  は Fig. 3 に示されるようになるが、これらを示したのが Fig. 4 である。この結果より次のような点がわかる。(i) 体積変化が生じないとした場合に摩擦に吸収される成分  $dW_1$  は粒径に無関係である。(ii) 体積変化に関係する成分  $dW_2$ 、 $dW_3$  はともに粒径が小さいほど大きい。したがって、粒径の相違による砂のせん断強度の差は破壊時の体積変化の生じ方に起因するものであり、粒径が小さくなるほどせん断強度が大きくなるのは、破壊時の体積変化割合が大きくなるためである。

#### 4. 砂の静止土圧係数と粒径の関係

##### 4-1 砂の静止土圧係数の算定式

土と壁体などの構造物が接触するとき、土がその接触面を介して構造物に作用する力を土圧といい、その大きさは土質および壁体の変位の状態に支配される。静止土圧とは、壁体の水平方向への変位がない状態における土圧をいい、静止土圧係数  $K_0$  はその状態における土中の一点における水平方向と鉛直方向の応力の比として定義される。この静止土圧係数  $K_0$  は、地下壁や地中埋設物などの土圧の評価や深い基礎の支持力の算定などにおいて重要な要素となるものであり、また最近では擁壁の設計においても静止土圧を重要視する考え方もだされている。

著者<sup>(9)</sup>は、さきに砂の直接せん断試験における主応力の表示式に基づき、砂の静止土圧係数  $K_0$  の式を、限界間ゲキ比状態における摩擦角  $\phi_{e.v}$ 、あるいは粒子間摩擦角  $\phi_{\mu}$  の関数として次式を求めている。

$$K_0 = 1 - \sin \phi_{e.v} \tag{11}$$

$$= \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi_{\mu}}{2} \right) \tag{12}$$

さらに、実用的な一種の実験式として、(12)式と Caquot の式を利用して、内部摩擦角  $\phi'$  の関数として次式を求めている。

$$K_0 = \frac{\sqrt{(\pi/2)^2 + \tan^2 \phi'} - \tan \phi'}{\sqrt{(\pi/2)^2 + \tan^2 \phi'} + \tan \phi'} \tag{13}$$

Fig. 5 はこれまでに報告されている種々の粒状材料に関する実験結果と(13)式の比較であり、(13)式の妥当性が認められる。

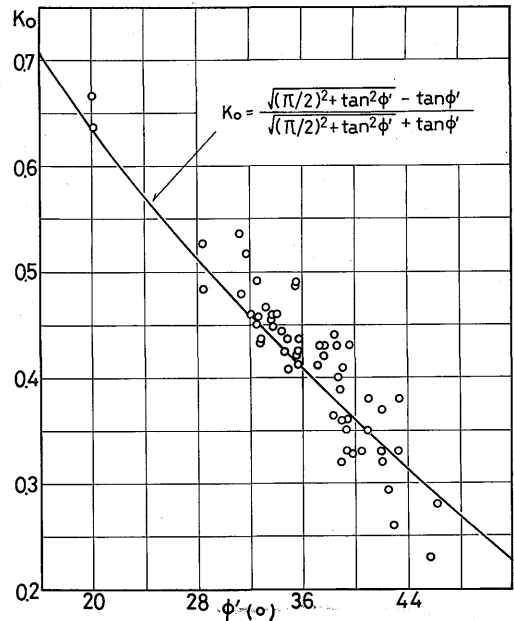


Fig. 5 Comparison of the proposed equation with the experimental results on granular materials

##### 4-2 砂の静止土圧係数と粒径の関係

###### 4-2-1 $K_0 = f(\phi')$ あるいは $K_0 = f'(\phi_{\mu})$ による検討

砂の静止土圧係数  $K_0$  は、内部摩擦角  $\phi'$  の関数として(13)式で表わされるので、 $\phi'$  と粒径の関係を知れば、この式を媒介として  $K_0$  と粒径の関係を知らることができる。(13)式は  $\phi'$  が大きくなれば  $K_0$  は小さくなることを示している。また、粒径と  $\phi'$  の関係は Fig. 1 に実験結果を示しているように、粒径が大きくなるにつれて  $\phi'$  は小さくなる。したがって、砂の静止土圧係数  $K_0$  と粒径の関係はこれらの結果を組み合わせて考えることにより、次のような結論が得られる。

粒径大  $\rightarrow$   $\phi'$  小  $\rightarrow$   $K_0$  大

なお、上の結論は粒子間摩擦角  $\phi_{\mu}$  と粒径の関係に関する Rowe の測定結果<sup>(2)</sup> と(12)式からも得られる。すなわち、(12)式は  $\phi_{\mu}$  が大きくなると  $K_0$  は小さくなることを示しており、一方、Rowe は粒径が大きくなるにつれて  $\phi_{\mu}$  は小さくなるという測定結果を得て

いる。したがって、粒径大  $\rightarrow \phi_{\mu}$  小  $\rightarrow K_0$  大となり上の結論と一致する。

4-2-2 試験結果

粒径の異なる試料についての  $K_0$  の実測結果より、上の結論を確認する。

Fig. 6 は段階的に加えた鉛直方向応力  $\sigma_z$  と水平方向応力  $\sigma_x$  の関係を示す一例であり、ほぼ原点を通る直線とみなすことができ、この直線の傾きが静止土圧係数  $K_0$  を与えることになる。このようにして求めた  $K_0$  と初期間ゲキ比  $e_0$  との関係を示した一例が Fig. 7 であり、一般に、初期間ゲキ比  $e_0$  が大きく

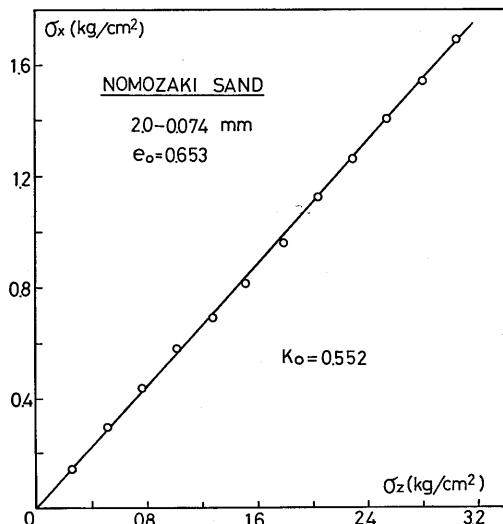


Fig. 6 Relation between horizontal stress  $\sigma_x$  and vertical stress  $\sigma_z$  at rest

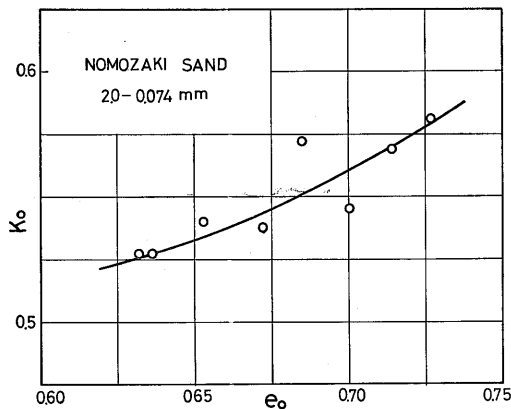


Fig. 7 Relation between coefficient of earth pressure at rest  $K_0$  and initial void ratio  $e_0$

なるにつれて静止土圧係数  $K_0$  は大きくなる。これは初期間ゲキ比  $e_0$  が大きくなると内部摩擦角  $\phi'$  が小さくなるためである。

Fig. 8 は静止土圧係数  $K_0$  と粒径の関係を示すも

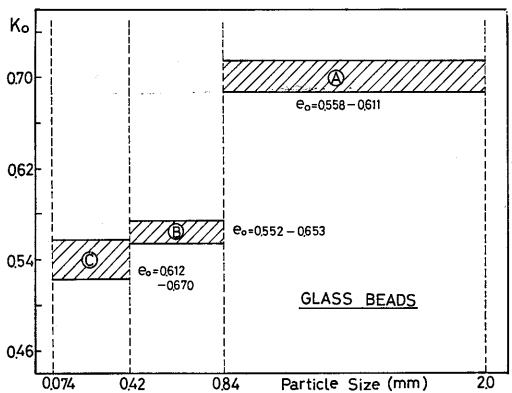
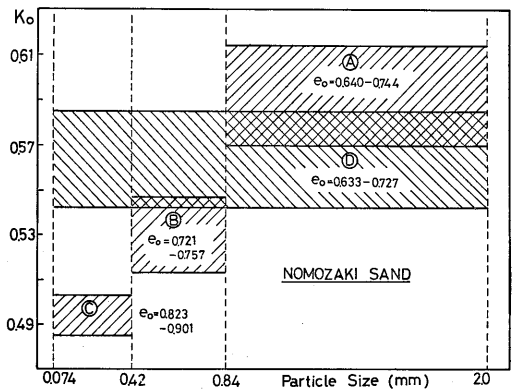
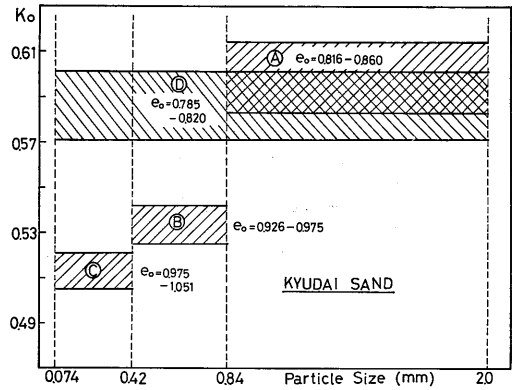


Fig. 8 Relation between coefficient of earth pressure at rest  $K_0$  and particle size

のであり、各粒径ごとの  $K_0$  の範囲は Fig. 7 に示したような初期間ゲキ比の相違によるものである。粒径が異なると同じ締固めエネルギーを与えても同一初期間ゲキ比に詰め込むことが難しいため、各粒径ごとの  $K_0$  値の範囲はかなり異なるが、各試料とも粒径が大きくなるにつれて  $K_0$  値は大きくなり、(12)式あるいは(13)式より推測した 4-2-1 の結論と一致する。

なお、以上の結論は粒径 75mm 以下の土質材料のうち、粒径 2.0~0.074mm の砂に関するものであり、2.0mm 以上のレキ、あるいは 75mm 以上の岩石質材料まで含めると、コンクリートの配合設計における単位粗骨材容積とスランプの関係などから類推して、粒径がある値以上になると  $K_0$  は逆に小さくなるようにも考えられる。

#### 4-3 砂の静止土圧係数に及ぼす細粒分の影響

ここでは、砂 (2.0~0.074mm) の中の細粒分 (0.84~0.074mm) の有無と静止土圧係数の関係について検討する。なお、ここでいう細粒分は 0.074mm 以上であるため土質工学の分野でいう細粒土とはならず、したがって物理化学的作用は問題にならないと考えられる。

一般に、細粒分が存在すると大小粒が適当に配合されていることになり、大粒どうしが積み重なるすき間を逐次小粒が埋めることにより、大きな初期密度が得られることになる。したがって、砂の中に細粒分が存在すると内部摩擦角  $\phi'$  は大きくなり、(13)式から推測して、 $K_0$  値は小さくなるものと考えられる。実測結果は Fig. 8 の ㉓、㉔ に示すとおりであり、上の推測と一致している。したがって、砂の中の細粒分の存在は静止土圧係数  $K_0$  の値を小さくすると結論できる。

#### 5. まとめ

砂の力学的性質には種々の因子が影響を及ぼすが、本文では、粒度組成、主として粒径をとりあげ、これと砂のせん断強度および静止土圧係数との関係について実験的に検討した。

得られた主要な結論は次のとおりである。

- (1) 砂の内部摩擦角  $\phi'$  は粒径が小さくなるにつれて大きくなる。
- (2) 粒径の相違による砂のせん断強度の差は破壊時の体積変化の生じ方に起因するものであり、体積変化

が生じないとした場合には粒径の影響は小さい。

- (3) 砂の静止土圧係数は粒径が大きくなるにつれて大きくなる。
- (4) 砂の中の細粒分の存在は静止土圧係数の値を小さくする。

最後に、日頃種々御指導いただいている九州大学工学部山内豊聡教授ならびに本学部伊勢田哲也教授に感謝致します。また、卒業研究として実験に協力いただいた江口和美 (現、菅組)、橋本章 (現、上滝組) 両君に感謝致します。

#### 参考文献

- (1) 三笠正人 (1970) : 土質試験法, 土質工学会, p.327~335.
- (2) Rowe, P. W. (1962): The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact, Proc. Royal Soc. London, A., Vol.269, p.500~527.
- (3) Rowe, P. W. (1969): The relation between the shear strength of sands in triaxial compression, plane strain and direct shear, Geotechnique, Vol. 19, No.1, p.75~86.
- (4) 落合英俊 (1975) : 直接せん断試験における砂の挙動, 土質工学会論文報告集, 第15巻, 第4号, p.93~100.
- (5) Rowe, P. W., Barden, L. and Lee, I. K. (1964): Energy components during the triaxial cell and direct shear tests, Geotechnique, Vol. 14, No.3, p.247~261.
- (6) 落合英俊・山内豊聡 (1970) : 三軸圧縮および三軸伸張両試験における砂質土の体積変化とエネルギー成分について, 九州大学工学集報, 第43巻, 第6号, p.774~782.
- (7) Kirkpatrick, W. M. (1965) : Effects of grain size and grading on the shearing behaviour on granular materials, Proc. 6th Int. Conf. SMFE, Vol. 1, p.273~277.
- (8) 落合英俊 (1971) : 粒状体のせん断特性に及ぼす粒径の影響について, 長大工学部研究報告, 第1号, p.79~88.
- (9) 落合英俊 (1976) : 砂の静止土圧係数, 土質工学会論文報告集, 第16巻, 第2号, p.105~111.

