

土のダイランシー特性を考慮した FEM 非線形解析

棚橋 由彦*・安部チサ子**・伊勢田哲也*

A Nonlinear Finite Element Analysis considering the Dilatancy Characteristics of Soils

by

Yoshihiko TANABASHI

(Department of Civil Engineering)

Chisako ABE

(Nihon Chiken Co., Ltd. Fukuoka)

Tetsuya ISEDA

(Department of Civil Engineering)

Dilatancy is one of the most important characteristics of soils, which means volumetric strain due to deviatoric stresses.

So the authors recognize it very significant to consider the dilatancy characteristics accurately for the analyses of soil engineering problems by Finite Element Methods. However, most of the conventional F. E. Methods adopting incremental stress-strain relationships of isotropic elastic materials (called Isotropic FEM) have not been able to consider dilatancy under multi-axial stress conditions.

The authors have been carrying out a series of the studies on the development of nonlinear F. E. Analysis which can consider dilatancy characteristics of soils completely.

As the results of these studies, one F. E. Method is proposed in this paper, which adopts incremental stress-strain relationship of anisotropic elasto-plastic material (called Anisotropic FEM).

The following conclusions have been drawn after comparison of the numerical results of two F. E. Methods under a few boundary conditions.

1. Isotropic FEM cannot analyse the dilatancy characteristics of the granular materials, because a stiffness matrix becomes negative-valued when extensional dilatancy is initiated.
2. Anisotropic FEM can analyse the dilatancy characteristics of soils under both multi-axial stress conditions and rotation of the principal stress axis.

1. 緒 言

地盤の応力変形解析に対する有力な手段として、有限要素法 (FEM) が土質工学の分野で用いられて以来、

既に十数年を経た。現在までに多くの解析手法が提案されているが、それらにほぼ共通していえることは、土質材料の応力ヒズミ関係の非線形性を考慮するのに

* 土木工学科

** 日本地研KK (福岡)

区分線形、等方弾性の応力ヒズミ増分関係を用いていることである。しかし等方性の増分関係では土の重要な変形特性の1つであるダイレタンシーを表現し得ないことは明らかである。著者らはダイレタンシーを考慮した地盤の変形解析に対する一連の研究を続けてきた⁽¹⁾⁻⁽⁵⁾。その中から、著者らの1人は文献(5)において土質材料の後発異方性に関する考察から、ダイレタンシー特性を表現しうる異方性の応力ヒズミテンソルの増分関係を提示した。本報告では、異方性のテンソル増分関係を用いて地盤の応力変形解析(以後異方解析法と呼称)を行なった。解析結果の考察から、異方解析法が従来の解析法では把握できなかった地盤のダイレタンシーを含めた変形挙動を適確に解析しうることを明らかにした。また Kulhawy, Duncan らに代表される従来の等方性の増分関係を用いた解析(以後等方解析法と呼称)も同時に行ない、等方解析法では、膨張のダイレタンシーが生じるとポアソン比が0.5より大きくなり、剛性行列が正值性を失うため解析不能になることを確かめた。

2. 従来の研究

1956年、航空機構造力学の研究者である Turner, Clough, Martin らにより開発された FEM⁽⁶⁾が、土木工学の分野に初めて適用されたのは1960年であり、R. W. Clough と E. L. Wilson が行なった重力ダムの線形変形解析⁽⁷⁾をもって嚆矢とする。非線形解析は R. W. Clough と R. J. Woodward が1967年に初めて、盛土の変形解析を荷重増分法により行なっている。以来土質工学の分野においても数多くの解析法が提案されている。ここでは土質工学分野への非線形解析適用例に限って『変形係数の非線形性をいかなる試験によりどのように評価しているか』の観点から、従来の研究を概説する。

R. W. Clough と R. J. Woodward(1967)⁽⁸⁾はヤング率 E 、ポアソン比 ν の代わりに体積変形係数 M_b とせん断変形係数 M_a を用いた増分関係を与えている。

$$\begin{bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_b + M_a & M_b - M_a & 0 \\ & M_b + M_a & 0 \\ SYM & & M_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\epsilon_x \\ d\epsilon_y \\ d\gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

ここに $M_b = E/2(1+\nu)(1-2\nu)$ 、 $M_a = E/2(1+\nu)$ であり、彼等は M_b が応力レベルにより変化しないと仮定し、材料の3軸試験から得られた M_b と M_a を用いて、 E と ν を算定し解析に用いている。

Huang(1969)⁽⁹⁾は砂のヤング率 E が平均主応力の増

加とともに増大し、粘土のヤング率は偏差応力の増加とともに急激に減少するという実験事実を考慮して、次のように変形係数の非線形性を評価した。

$$\text{砂に対して} \begin{cases} E = E_0(1 + \beta J_1) \\ \nu = 0.3 \text{ Const.} \end{cases}$$

$$\text{粘土に対して} \begin{cases} E = E_0(1 - \alpha J_2^2) \\ \nu = 0.45 \text{ Const.} \end{cases}$$

ここに E_0 は初期弾性係数、 α 、 β は正の定数、 J_1 、 J_2 は応力の1次および2次の不変量である。このように初期の論文にはポアソン比一定とした解析が多い。

Girijavallabhan et al (1969)⁽¹⁰⁾はヤング率、ポアソン比の代わりに体積変形係数 K とせん断変形係数 G を用いることを提案している。彼等は軟弱粘土のような粘着性の材料の場合、体積ヒズミ増分 $d\epsilon_v$ は静水圧増分 $d\sigma_m$ の関数であり、偏差ヒズミ増分 $d\epsilon_{ij}$ は偏差応力増分 $d\sigma_{ij}$ の関数であるとして、粘土に対して、次のようなモデルを用いている。

$$d\sigma_m = 3Kd\epsilon_v,$$

$$d\sigma_{ij} = 2Gd\epsilon_{ij}$$

ここに $K = E/3(1-2\nu)$ 、 $G = E/2(1+\nu)$ で与えられる。ただし FEM の適用に際しては $\nu = \text{const.}$ を仮定し、ヤング率 E から K 、 G を逆算して用いている。

伊勢田、棚橋ら(1975)⁽¹¹⁾は K 、 G の非線形性を同時に考慮して、直接反復法を用いた2次元圧密問題の一解析手法を提案している。また彼等は上記解析法を用いて、佐賀県六角川の河川堤防崩壊現場を例にとり、盛土の応力、変形、破壊の問題を総合的に論じている⁽¹²⁾。

Drnevich(1975)⁽¹³⁾は新たに拘束係数 M とせん断係数 G を用いて次の増分関係を与えた

$$\begin{bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & M-2G & M-2G \\ & M & M-2G \\ SYM & & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\epsilon_x \\ d\epsilon_y \\ d\epsilon_z \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} d\tau_{yz} \\ d\tau_{zx} \\ d\tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & 0 & 0 \\ 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\gamma_{yz} \\ d\gamma_{zx} \\ d\gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

ここに $M = (1-\nu)E/(1+\nu)(1-2\nu)$ 、 $G = E/2(1+\nu)$ であり、 M は周知の体積圧縮係数 m_v の逆数であり、標準圧密試験でその非線形性を評価できる。また G は単純せん断試験により評価できる。

Duncan, Chang(1970)⁽¹⁴⁾ や、Kulhawy, Duncan(1972)⁽¹⁵⁾ は、土質材料に側圧 σ_3 を種種変化させて3軸試験を行ない、軸差応力と軸ヒズミの関係を Kondner の双曲線⁽¹⁶⁾で近似し、側圧 σ_3 の影響と、Mohr-Coulo-

mbの強度定数 c , ϕ を組み入れて, (1)式により接線ヤング率 E_t , 接線ポアソン比 ν_t の非線形性を評価した.

$$E_t = \left[1 - \frac{R_f \cdot (1 - \sin \phi) (\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos \phi + 2\sigma_3 \sin \phi} \right]^2 \cdot K P_a (\sigma_3 / P_a)^n$$

$$\nu_t = \quad (1)$$

$$\left[\frac{G - F \log (\sigma_3 / P_a)}{1 - \frac{d \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{K P_a (\sigma_3 / P_a)^n \cdot \left\{ 1 - \frac{R_f (1 - \sin \phi) (\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos \phi + 2\sigma_3 \sin \phi} \right\}}} \right]^2$$

ここに R_f は破壊比と呼ばれる無次元量であり, P_a は大気圧, σ_3 は最小主応力, K, n, G, F, d は3軸試験結果を整理して得られる材料定数である. 彼等の解析方法が現在最も広く利用されている.⁽¹⁷⁾

以上主だった研究を概説したが, これらの研究は, $(E, \nu), (M_o, M_d), (K, G), (M, G)$ のいずれを用いるにしろ全て, 区分線形・等方弾性の応力ヒズミ増分関係を用いて解析している.

線形弾性モデルによりダイレタンシーの解析に考慮を払った唯一の例として国生(1976)⁽¹⁸⁾の研究がある. 彼はダイレタンシーをセン断ヒズミの従属関数として定義し, 先に紹介した Girijavallabhan の K, G 表示の等方性の増分関係を用いて得たセン断ヒズミ増分から, 彼の提案する収束計算によりダイレタンシー増分を算定し, 圧縮による体積ヒズミ増分に重ね合わせて全体積ヒズミを求めている.

3. 豊浦砂のダイレタンシー特性

等方解析法と異方解析法の両解析法に用いる応力ヒズミ関係として, 豊浦砂 ($G_s = 2.65, U_c = 1.46$)の正八面体応力ヒズミ関係(2)式を採用した⁽¹⁹⁾.

$$\epsilon_{vc} = \nu_1 / (\nu_1 + \nu_2 \sigma_m)$$

$$\gamma_{octd} = \lambda_1 \eta / (1 - \lambda_2 \eta) \quad (2)$$

$$\epsilon_{vd} = \begin{cases} -[\mu_1 \lambda_1 \eta / (1 - \lambda_2 \eta) + \mu_2] & \eta > \eta_{cr} \\ 0 & \eta \leq \eta_{cr} \end{cases}$$

ここに ϵ_{vc} , γ_{octd} , ϵ_{vd} はそれぞれ, 圧縮による体積ヒズミ, 正八面体セン断ヒズミ, ダイレタンシーである. σ_m は平均有効主応力, η は正八面体応力比 τ_{oct}/σ_m である. $\nu_1, \nu_2, \lambda_1, \lambda_2, \mu_1, \mu_2$ は材料の非線形パラメーターであり全て初期間隙比 e_0 の1次式で表わせる⁽¹⁹⁾.

(2)式に示される豊浦砂の主な強度・変形特性を列挙すると次のようである. 1. γ_{octd} は η により一義的に規定され, η の双曲関数で表わされる. 2. ダイレタンシー ϵ_{vd} は γ_{octd} とは1次式で結ばれ, η の不連続な双曲関数で表わせる. すなわち η が初期間隙比 e_0 で決まるダイレタンシー限界比 η_{cr} より小さければダイレタン

シーは生じず, η が η_{cr} より大きくなると膨張のダイレタンシーが生じ, η の増加とともに急激な増大を示す.

3. (2)式は応力制御で得た関係式のため, ダイレタンシー量を過大に評価する傾向があり, 特に密な砂(e_0 :小)のときにその傾向が顕著である⁽⁵⁾. 4. 破壊は $\gamma_{octd} - \eta$ 関係を両対数紙にプロットし, 村山・柴田(1958)⁽²⁰⁾にならない, その折点の η の値 $=\eta_{fail}$ でもって定義する.

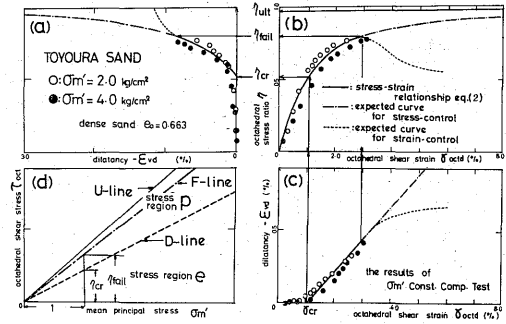


Fig. 1 The Stress Regions and the Dilatancy Characteristics of Toyoura Sand

以上掲げた豊浦砂の応力ヒズミ関係(2)式の特徴を図示すると Fig. 1 のようである. Fig. 1 で特に注目したいのは, (d)図である. 図中点線は $\tau_{oct}/\sigma_m = \eta_{cr}$ を表わし, ダイレタンシー発生線または D-line と名付ける. 1点鎖線は, $\tau_{oct}/\sigma_m = \eta_{fail}$ を表わし, 破壊線または F-line, 実線は $\tau_{oct}/\sigma_m = \eta_{ult}$ を表わし, 極値線または U-line とそれぞれ名付ける. ここに η_{ult} は $\gamma_{octd} - \eta$ 曲線の η の極値を意味する. σ_m と D-line にはさまれる応力域 e では, ダイレタンシーは発生せず等方弾性的な挙動を示す. D-line と F-line にはさまれる応力域 p では, 膨張のダイレタンシーが発生し, 後発異方性を呈し弾塑性挙動を示す. F-line と U-line にはさまれる応力域は現実にはとり得ない.

4. 解析方法

4-1 平面ヒズミの増分関係

i) 異方解析法(著者らの方法)

豊浦砂の正八面体応力ヒズミ関係(2)式から応力ヒズミテンソルの異方増分関係までの誘導は文献(5)に詳しいので, ここでは解析に必要な平面ヒズミの応力ヒズミ増分関係を示すにとどめる.

テンソルの増分関係は, 異方性の主軸と平行にとった直交座標 $x' y' z'$ に関して次式で与えられる⁽⁵⁾.

$$\begin{bmatrix} d\epsilon_{x'} \\ d\epsilon_{y'} \\ d\epsilon_{z'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{23} \\ C_{31} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{12} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\sigma_{x'} \\ d\sigma_{y'} \\ d\sigma_{z'} \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} d\gamma_{yz'} \\ d\gamma_{zx'} \\ d\gamma_{xy'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\tau_{yz'} \\ d\tau_{zx'} \\ d\tau_{xy'} \end{bmatrix} \quad (3)$$

ここに C_{ij} はヒズミテンソル増分のフレキシビリティであり次式で与えられる。

$$\begin{aligned} C_{11} &= \{(S_c + 3S_s) + \sqrt{2}S_d\}/9, \\ C_{22} &= (S_c + 3S_s)/9 \\ C_{33} &= \{(S_c + 3S_s) - \sqrt{2}S_d\}/9 \\ C_{23} &= \{(2S_c - 3S_s) - 2\sqrt{2}S_d\}/18 \\ C_{31} &= \{(2S_c - 3S_s) + 2\sqrt{2}S_d\}/18 \\ C_{12} &= (2S_c - 3S_s)/18 \\ C_{44} &= C_{66} = S_s + 2\sqrt{2}S_d/9 \\ C_{55} &= S_s - 2\sqrt{2}S_d/9 \end{aligned} \quad (4)$$

上式右辺の S_c , S_s , S_d はそれぞれ圧縮による体積ヒズミ増分, 正八面体セン断ヒズミ増分, ダイレタンシー増分のフレキシビリティであり, 豊浦砂のそれは次式で与えられる⁽⁵⁾。

$$\begin{aligned} S_c &= \nu_1 / (\nu_1 + \nu_2 \sigma_m')^2 \\ S_s &= \lambda_1 / \sigma_m' (1 - \lambda_2 \eta)^2 \\ S_d &= \begin{cases} -\mu_1 \lambda_1 / \sigma_m' (1 - \lambda_2 \eta)^2 & : \eta > \eta_{cr} \\ 0 & : \eta \leq \eta_{cr} \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

(3)式に平面ヒズミ条件 $d\epsilon_{y'} = 0$ を代入し, $x'z'$ 座標における増分関係として次式を得る。

$$\begin{bmatrix} d\sigma_{x'} \\ d\sigma_{z'} \\ d\tau_{zx'} \end{bmatrix} = \frac{1}{Q} \begin{bmatrix} P_{22} & -P_{12} & 0 \\ -P_{21} & P_{11} & 0 \\ 0 & 0 & Q/C_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\epsilon_{x'} \\ d\epsilon_{z'} \\ d\gamma_{zx'} \end{bmatrix},$$

or $\{d\sigma'\} = D'\{d\epsilon'\}$ (6)

ここに

$$\begin{aligned} Q &= \det \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \\ C_{55} &= 2(C_{33} - C_{31}) \\ P_{11} &= C_{11} - C_{12} \cdot C_{31}/C_{22} \\ P_{12} &= C_{23}(1 - C_{12}/C_{22}) \\ P_{21} &= C_{31}(1 - C_{12} \cdot C_{23}/C_{22}) \\ P_{22} &= C_{33} - C_{12} \cdot C_{23}/C_{22} \end{aligned} \quad (7)$$

(6)式をグローバルな位置座標 x, z に関する増分関係に変換して, 最終的には, (8)式で与えられる。

$$\{d\sigma\}^t = LpD' L^t p\{d\epsilon\}^t$$

$$Lp = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & -\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

なお θ は最大主応力増分軸が x 軸と時計まわりになす角であり

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{2d\tau_{zx}}{d\sigma_x - d\sigma_z} \right] \quad (9)$$

で与えられる。

(8)式を用い, 荷重増分法により解析するのが, 異方解析法である。

ii) 等方解析法 (Kulhawy, Duncan らの方法)

Kulhawy, Duncan らの E_t , ν_t の非線形性評価式は, 2章(1)式に示したが, その定義式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} E_t &= d(\sigma_1 - \sigma_3)/d\epsilon_1 \mid_{d\sigma_3=0} \\ &= d\sigma_1/d\epsilon_1 \mid_{d\sigma_3=0} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\nu_t = -d\epsilon_3/d\epsilon_1 \mid_{d\sigma_3=0}$$

一方豊浦砂の応力ヒズミ関係(2)式から導かれる軸対称圧縮条件 ($d\sigma_1 > d\sigma_2 = d\sigma_3$) の増分関係は次式に示される⁽⁵⁾。

$$\begin{bmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_3 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} a_{11} &= \{2(S_c + 3S_s) + 2\sqrt{2}S_d\}/18 \\ a_{12} &= \{2(2S_c - 3S_s) - 2\sqrt{2}S_d\}/18 \\ a_{21} &= \{(2S_c - 3S_s) + 2\sqrt{2}S_d\}/18 \\ a_{22} &= \{(4S_c + 3S_s) - 2\sqrt{2}S_d\}/18 \end{aligned} \quad (11)$$

上式に側圧一定条件 $d\sigma_3 = 0$ を代入し, (10)式を用いて, 豊浦砂の E_t , ν_t の非線形性評価式(12)を得る。

$$\begin{aligned} E_t &= \frac{1}{a_{11}} = \frac{18}{\{2(S_c + 3S_s) + 2\sqrt{2}S_d\}} \\ \nu_t &= -\frac{a_{21}}{a_{11}} = \frac{-\{(2S_c - 3S_s) + 2\sqrt{2}S_d\}}{\{2(S_c + 3S_s) + 2\sqrt{2}S_d\}} \end{aligned} \quad (12)$$

(12)式に示す E_t , ν_t を等方弾性・平面ヒズミの増分関係(13)式に代入し, 解析するのが等方解析法である。

$$\begin{bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_z \\ d\tau_{zx} \end{bmatrix} = \frac{E_t}{(1 + \nu_t)(1 - 2\nu_t)} \cdot \begin{bmatrix} 1 - \nu_t & -\nu_t & 0 \\ & 1 - \nu_t & 0 \\ \text{SYM} & & (1 - 2\nu_t)/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\epsilon_x \\ d\epsilon_z \\ d\gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad (13)$$

4-2 プログラムの特徴

荷重増分法に関しては Twienkiewicz の成書⁽²¹⁾ に詳しいので, 著者らの作成した荷重増分法プログラムの特徴を今後に残した課題も含めて列挙するとどめる。

1. 要素特性

3節点三角形要素 (C. S. T.) を用いた, C. S. T 要素は要素内でヒズミ, 応力の増分が一定なため, 応力

増分の勾配が大きいところでは解の精度が低下する欠点がある。特に非線形解析では、C. S. T 要素は誤差が累積されるので四辺形要素を用いるべきとの指摘⁽¹⁸⁾もあり、今後改良を要する点である。

2. プログラムの構造

本プログラムは1つの主プログラムと15~17個の副プログラムから成る単純構造である。したがって扱かう土質材料が変わるときや、連立1次方程式の解法を変更する際、副プログラムのわずかな修正で済む。

3. 連立1次方程式の解法

剛性行列が対称な等方解析法に対しては、解の安定性がよく容量を大幅に節約できる“帯行列に対するCholleskyの平方根法”⁽²²⁾を用いた。異方解析法は剛性行列が非対称なので平方根法は使えない。容量節約のため“帯行列に対する Gauss-Jordan 法”⁽²³⁾を用いた。なお計算は倍精度で行なった。

4. 収束計算

各荷重増分において収束計算を行っていないので荷重増分を大きくすると解の精度が落ちる欠点がある。Newton-Raphson 法⁽²³⁾などを用いた収束計算は、今後プログラムを改良していく上で特に重要な点である。

5. 自然ヒズミ

各荷重増分における変位増分により計算した、変形後の節点座標により次の段階の剛性行列を計算している。すなわち自然ヒズミを用いているので大変形に対して解の精度がよい。

6. 初期応力

各要素の初期応力の計算も計算機が行う。しかも任意の静止土圧状態を設定することができる。

7. 多層地盤

本プログラムは各要素毎に土質の諸特性を与えている。したがって応力ヒズミ関係さえ既知ならば、多層地盤の解析も容易に行なえる。

8. 弾塑性挙動

異方解析法では非対称な異方性の増分関係を用いているので、ヒズミの応力径路依存性や、主応力軸と主ヒズミ増分軸の不一致性を考慮できる。更に除荷の生じる要素は弾性域(Fig. 1(d)の応力域e)における初期変形係数をとるよう制御している。以上のように土質材料の弾塑性挙動を考慮した計算を行なっている。

5. 解析結果

5-1 解析例

解析例は一括して Fig. 2 に示す。主としてプログラ

ミングの検証のため(a)側方拘束試験、(b)平面ヒズミ側圧一定圧縮試験の応力ヒズミ挙動を計算した。(a)、(b)ともに対称性から1/4を8要素に分割した。解析の初期条件および境界条件は図中に記したとおりである。(c)地盤の応力変形解析の例として有限砂層の部分載荷問題を取りあげた。層厚 $H=20\text{m}$ 、載荷幅 $B=20\text{m}$ の $B/H=1$ の条件で静止土圧係数 K_0 と、初期間隙比 e_0 を種種変化させた。なお土の単位体積重量 γ は 1.8 t/m^3 を与えた。座標 (x, z) は図に示すとおりであり、応力は全て有効応力を意味し、圧縮応力、収縮ヒズミをともに正と約束する。なお計算は九州大学大型計算機センター-FACOM 230-75により行なった。

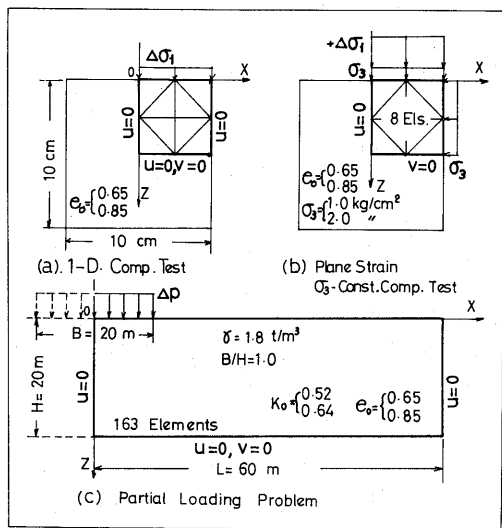


Fig. 2 The Conditions of Analyses

5-2 解析結果とその考察

- (a) 側方拘束試験の応力ヒズミ挙動を Fig. 3 に示す。側方拘束試験の応力径路は D-line を越えない(図省略)。したがってダイランシーは発生せず、両解析法の解はプログラムに誤まりがなければ完全に一致するはずである。Fig. 3 にみられるわずかな差異は、両解析法の初期変形係数を等しくしなかったためと考えられる。
- (b) 平面ヒズミ側圧一定試験の計算結果の一例($\sigma_3 = 1.0\text{ kg/cm}^2$, $e_0 = 0.85$)を Fig. 4 に示す。比較のため(11)式に $d\sigma_3 = 0$ を代入して得た軸対称の計算曲線もあわせて示した(図中2点鎖線)。等方解析法(図中点線)では $(\sigma_1 - \sigma_3) = 2.5\text{ kg/cm}^2$ で解析不能になったのに対し、異方解析法(図中実線)はその後も計算を続行し、膨張のダイランシーを解析するのに成功し

ている。異方解析法の計算結果は従来報告されている^{(24),(25)}平面ヒズミと軸対称における応力ヒズミ挙動の相異をよく把えている。すなわち平面ヒズミの方が軸対称より破壊時の軸差応力、初期の収縮の体積ヒズミ量、側方の伸張ヒズミの絶対値がともに大きいことが Fig. 4 から読みとれる。これらの結果は異方解析法の妥当性を支持するものである。

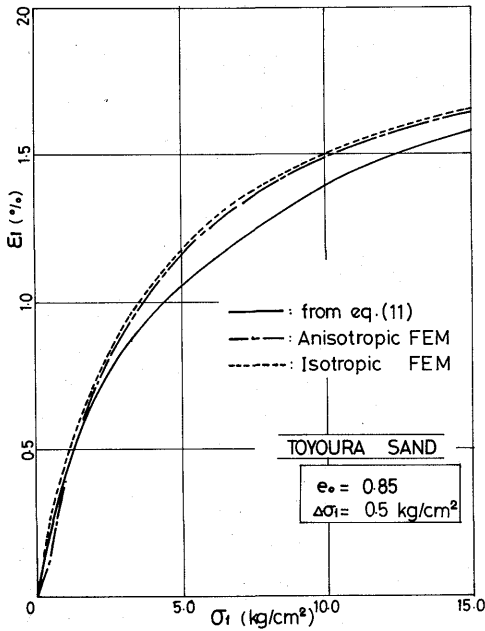


Fig. 3 Stress-Strain Behaviour of 1-Dimensional Comp. Test

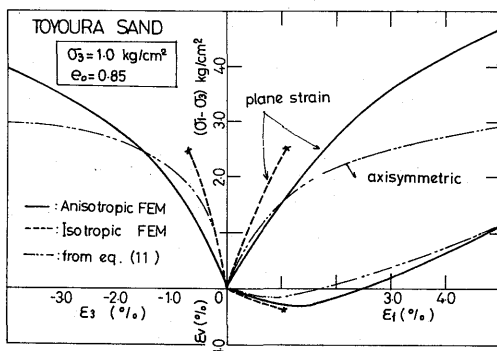


Fig. 4 Stress-Strain Behaviour of Plane Strain σ_3 -Const. Comp Test

Fig. 5 に(12)式より軸対称側圧一定圧縮試験の径路に沿って計算した等方解析法の E_t , ν_t の値を示す。図中みられる ν_t の不連続はダイラタンシーが η の不連続な関数であることに起因する。この図は等方解析

法では η が η_{cr} より大きくなると ν_t が 0.5 より大になることを示している。 $\nu_t > 0.5$ のとき(13)式から明らかなように剛性行列の正值性が失われ解析不能となる。 Fig. 4 に示した等方解析法が計算不能になった理由は上述のことから説明できる。

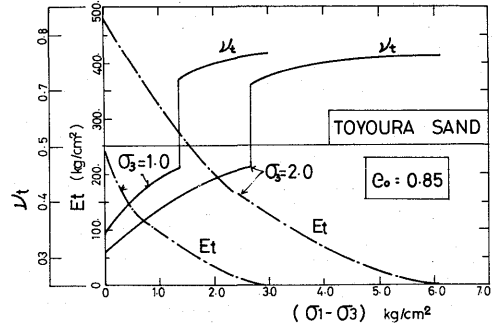


Fig. 5 The Calculated Values of E_t , ν_t along with the Stress Path of σ_3 -Const. Comp. Test

Fig. 6 に市原・松沢 (1970)⁽²⁴⁾ により報告された、豊浦砂の平面ヒズミ側圧一定試験の実測値と異方解析法による計算値の一例を示す ($\sigma_3 = 2.0 \text{ kg/cm}^2$, $e_0 = 0.633$). 参考のため $e_0 = 0.850$ の計算値を図中1点鎖線で示す。図より明らかなように計算値は膨張のダイラタンシー量を過大に評価する傾向が顕著である。しかしこの傾向は先に3章で紹介した豊浦砂の応力ヒズミ関係(2)式のもつダイラタンシー特性の反映であり、本解析法の妥当性を損うものではない。

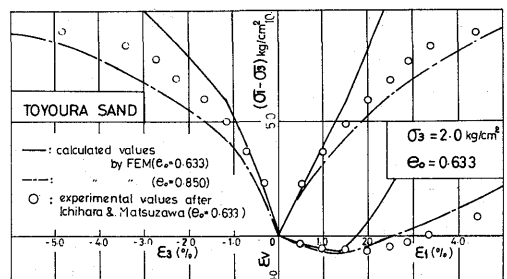


Fig. 6 Both Calculated and Observed Values of Plane Strain σ_3 -Const. Comp Test

(c) 部分載荷された豊浦砂層の解析結果の一例を示す。 Fig. 7 は代表的な要素について両解析法の体積ヒズミ ϵ_v の計算値を荷重強度に対してプロットしたものである ($e_0 = 0.85$, $K_0 = 0.64$)。 A は荷重中心直下近傍, B' は載荷端外側近傍, C は荷重中心から載荷幅の2倍近く離れたほぼ中層の要素である。等方解析法

では、全要素中どれか1つの要素で $\eta > \eta_{cr}$ となると解析不能となる。一方異方解析法は地盤内(B'要素)の膨張のダイレタンシーを把えている。以上の解析結果から異方解析法が等方解析法より優れていると結論づけてよいと著者らは考える。

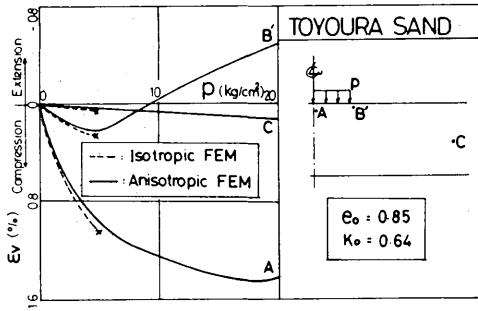


Fig. 7 Relationship between Load Intensity p and Volumetric Strain ϵ_v at the Typical Points A, B' and C

以後、負荷に伴い主応力軸が回転するような地盤の応力変形解析に対しても、異方解析法が妥当な解を与えるかどうか、いいかえれば文献(5)で3軸の増分関係からテンソル増分関係を誘導する際に用いた異方弾性材料のフレキシビリティとのアナロジーの仮定が妥当であるかを吟味する目的で、部分載荷された豊浦砂層の解析結果を2, 3採りあげ考察する。

なお妥当性を判断する基準となるものは、1つは Boussinesq, Burmister の与えた線形弾性解⁽²⁶⁾であり、1つは計算された応力径路を Fig. 1(d)の応力域に描くことにより予測できる変形挙動である。

i) 応力解の一例

Fig. 8 は (σ_m, τ_{oct}) 平面上にプロットした代表的な要素の応力径路であり、図中の数値は荷重強度 p を示す。Fig. 9 は同一の応力径路を Mohr の応力平面にプロットし直したものであり、図中太線は最大せん断応力面のベクトルカーブである($e_0=0.85, K_0=0.64$)。

Fig. 8 の K_0 -line は静止土圧線であり、初期応力下($p=0$)では全要素の応力点が K_0 -line 上にある。A は荷重中心直下近傍の要素だから応力径路は荷重初期にはほぼ K_0 -line に沿い、静水圧増分 $d\sigma_m$ は最も大きい。B' は荷重端近傍の要素であり、線形弾性解の教えるところ、最も τ_{xx} が大きい附近である。しかも荷重端外側の要素であり σ_m はAにくらべて微小である。このことは p の増加とともに η が大きくなることを意味し、 (σ_m, τ_{oct}) 平面上で最も急勾配の径路をとることが予想される。Fig. 8 に示した A, B' の径路は上の予測を支持している。C は荷重中心から遠く離れた中層の要素だから、応力増分は微小であり、下に凸な湾曲した径路をとる。

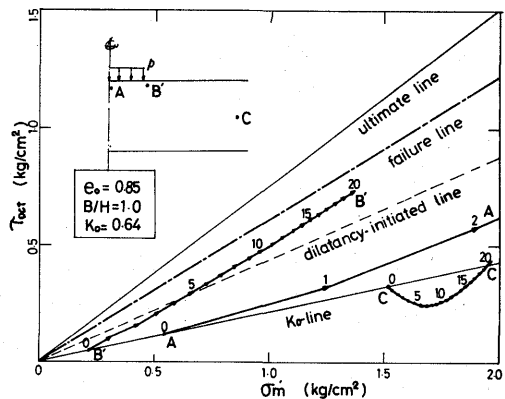


Fig. 8 Stress Paths at the Typical Points A, B' and C on the Octahedral Stress Plane

このことを Fig. 9(c) を参考にして説明を試みる。 $p=0$ では鉛直応力 σ_z は γz 、側方応力 σ_x は $K_0 \gamma z, \sigma_z > \sigma_x$ であり図中最も左の応力円で示される[静止土圧状態]。C は線形弾性解の教えるところ p の増加にともない σ_x は増大するが σ_z は土かぶり圧 γz を保つ。したがって応力円は負荷とともに小さくなり、 $p=7 \text{ kg/cm}^2$ で、 $\sigma_x = \sigma_z$ となる[2軸静水圧状態]。その後は p の増加に伴ない $\sigma_x > \sigma_z$ となり応力円は再び大きくなっていく[広義の

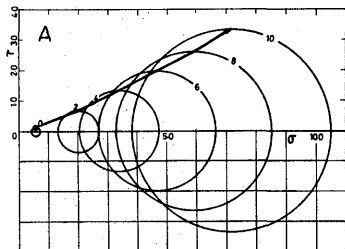


Fig. 9(a) Stress Path at the Point A on the Mohr's Diagram

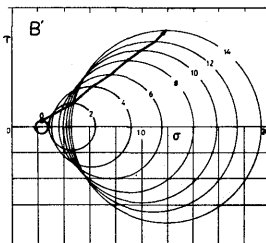


Fig. 9(b) Stress Path at the Point B' on the Mohr's Diagram

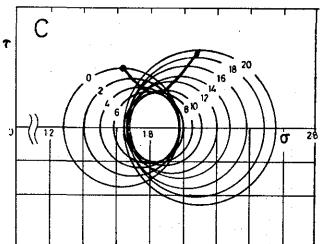


Fig. 9(c) Stress Path at the Point C on the Mohr's Diagram

受働土圧状態]. 上の考察から異方解析法の応力解が妥当な結果を示していることがうかがえる。

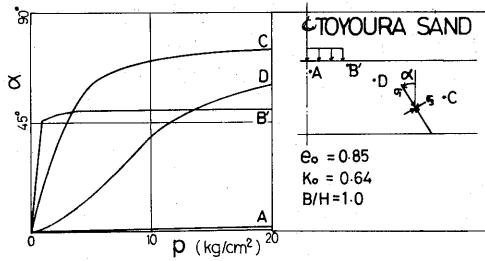


Fig. 10 Rotation of the Principal Stress Axis at the Typical Points A, B', C and D

Fig. 10 に負荷に伴う主応力軸の回転の様相を示す。 α は鉛直軸 z と最大圧縮応力のなす角度であり、例えば $\alpha=0$ は最大圧縮応力が鉛直軸と一致することを意味する。荷重中心直下近傍の要素Aがほぼそうである。興味深いのは載荷端近傍の要素B'であり、 $p=4\text{kg/cm}^2$ までに急激な主応力軸の回転を示し、その後 p の増加に対しては回転せずほぼ $\alpha=50^\circ$ を保つ。要素Cの主応力軸の回転の様子も先の考察と考えあわせて興味深い。先の考察から $p>7\text{kg/cm}^2$ で $\sigma_x>\sigma_z$ となり最大主応力軸は水平方向($\alpha=90^\circ$)に近づくことが予測されるが、Fig. 10 に示した計算結果はこのことを支持している。

ii) ヒズミ解の一例

ここでFig. 7に戻って負荷に伴う体積ヒズミの挙動の考察を行う。これはFig. 8に示した応力経路と対比させると理解しやすい。Aは最も $d\sigma_m$ が大きい径路をたどるので圧縮による体積ヒズミが顕著である。一方載荷端近傍の要素B'の径路はFig. 8に示すように $p=5\text{kg/cm}^2$ でD-lineを越える。Fig. 7に示す体積ヒズミの計算値は、 $p=5\text{kg/cm}^2$ で収縮の体積ヒズミがピークを示し、以後膨張のダイラテンシーを生じている。これはFig. 8から予測される挙動と見事に一致している。

次に負荷に伴ない膨張のダイラテンシーを生じる要素が発達する様相をFig. 11に示す。図中の数値はその要素において初めてダイラテンシーが発生したときの荷重強度 p の値を意味する。全要素中最も早くダイラテンシーが発生するのは載荷端近傍の要素B'であり $p=5\text{kg/cm}^2$ で生じている。また図から負荷に伴ない、載荷端近傍から荷重中心に向かい斜め下方にダイラテンシーの発生する要素が増えていく様子が読みとれる。

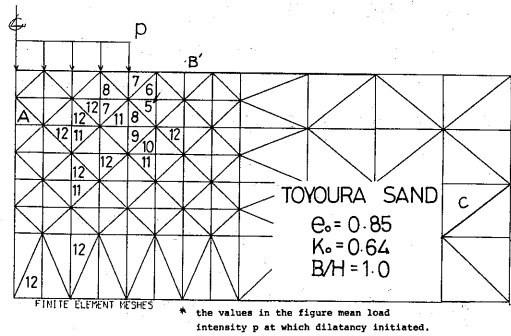


Fig. 11 The Development of the Dilatancy Initiated-Elements

iii) 変位解の一例

変位解の一例として荷重沈下量曲線をFig. 12に示す。当然密な砂(e_0 小)ほど沈下量は小さい。興味深いことに p の増加に伴ない沈下量が小さくなり、粘土地盤の挙動と反対の挙動を示す。これはCBR試験(円形部分載荷)においても載荷初期によく観測される挙動であり、これを補正したのが修正CBR値である。Fig. 8に示すように最も破壊しやすいB'の径路でも $p=20\text{kg/cm}^2$ でF-lineの内側にあり、この後更に p を増加していくと急激な沈下(全搬せん断破壊)を示すものと予想される。ちなみに $e_0=0.85$ の有効内部摩擦角 ϕ' は 32° であり、Terzaghiの支持力公式により極限支持力を計算した結果 53.3kg/cm^2 を得た(計算省略)。

以上異方解析法により計算した部分載荷された豊浦砂層の応力、ヒズミ、変位解の一例を考察した。計算結果は、線形弾性解とFig. 1(d)の応力域図を援用して説明可能な妥当な解を与えている。

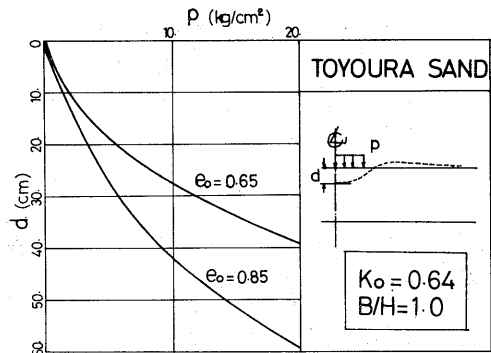


Fig. 12 Load-Settlement Curves of Toyoura Sand Layer

6. 結 語

5章で行なった両解析法による解析結果の比較、および異方解析法の解の考察から次の事柄が明らかになった。

1. 従来の等方解析法では、膨張のダイレタンシーが生じると $\nu_e > 0.5$ となり、剛性行列が正値性を失ない解析不能となる。
2. 一方異方解析法は、膨張のダイレタンシーの計算を行ない、土質材料の応力ヒズミ関係が示すダイレタンシー特性を地盤の変形解析結果に忠実に反映させている。
3. このことは文献(5)における応力ヒズミテンソルの異方増分関係の誘導過程の妥当性を示唆している。

また異方解析法は

1. 所要の室内試験が一般に普及している通常の3軸試験機で行なえること。
 2. しかもたった2つの試験で解析に必要な全ての土質パラメーターを決定できること。
 3. 従来充分考慮されなかった土質材料のもつ地盤のダイレタンシー特性を適確に考慮できること。
 4. テンソル増分関係を用いているため、必要ならば3次元の地盤の応力変形解析が容易に行なえる。
- などの利点を有し、工学的な利用価値は大きい。

なお異方解析法は有効応力で考える限り、土質材料を選ばない手法である。現在工学的にはより重要な粘土地盤の応力変形解析への本解析法の適用を検討している。また本報告ではできなかった異方解析法の定量的な検証のため、同時に飽和粘土層の部分載荷実験を行なっている。いづれ機会を改めて別途報告したい。

引用文献

- 1) 伊勢田, 棚橋, 田村, 小笹: 土木学会西部支部講演概要 pp. 273-274, 2月, 1975
- 2) 棚橋: 土木学会西部支部講演概要, pp. 201-202, 2月, 1976
- 3) 伊勢田, 棚橋, 安部: 同上, pp. 107-108, 2月, 1977
- 4) 棚橋: 土木学会年次講演概要, pp. 165-166, 10月, 1977
- 5) 棚橋: 長崎大学工学部研究報告第10号, 12月, 1977
- 6) M. J. Turner, R. W. Clough, H. C. Murtin and J. L. Topp: J. of Aero. Sci. vol. 23 No. 9, pp. 805

-823, Sept, 1956

- 7) R. W. Clough and E. L. Wilson: RILEM. Bull., No. 19, June, 1963
- 8) R. W. Clough and R. J. Woodward Proc. ASCE, vol. 93, No. SM4, pp. 529-549, 1967
- 9) Y. H. Huang: Proc. Symp. on Application of FEM in C. E, Nashville, Nov. 1969
- 10) C. V. Girjavallabhan and C. L. Reese: Proc. Symp. on Application of FEM in Civil Engineering, Nashville, Nov, 1969
- 11) 伊勢田, 棚橋, 西岡: 文献(1) pp. 277-278, 2月, 1975
- 12) 伊勢田, 棚橋: 第10回土質工学研究発表講演概要, pp. 421-424, 6月, 1975
- 13) V. P. Drnevich: Proc. ASCE, vol. 101, No. GT5, pp. 459-473, 1975
- 14) J. M. Duncan and C. V. Chang: Proc. ASCE, vol. 96, No. SM5, pp. 1629-1651, 1970
- 15) F. H. Kulhawy and J. M. Duncan: Proc. ASCE, vol. 98, No. SM7, pp. 653-665, 1972
- 16) R. L. Kondner: Proc. ASCE, vol. 89, No. SM1, pp. 115-143, 1963
- 17) 例えば, J. B. Parmerton: Proc. Symp. on Application of FEM in Geotechnical Engineering, Mississippi, vol. I, pp. 155-214, May, 1972
- 18) 国生: 電力中央研究所報告, No. 376001, 6月, 1976
- 19) 棚橋: 長崎大学工学部研究報告第6号, pp. 103-112, 1975
- 20) 村山, 柴田: 土木学会論文報告集第59号, pp. 49-56, 1958
- 21) O. C. ツィエンキビッツ, Y. K. チューン "マトリックス有限要素法" 培風館, 1970
- 22) W. ウェーバー: "構造物解析のプログラム" 共立出版, 1968
- 23) 磯田, 大野監修: "数値計算ハンドブック" オーム社, 1971
- 24) 市原, 松沢: 土木学会論文報告集第173号, pp. 47-59, 1970
- 25) K. L. Lee: Proc. ASCE, vol. 96, No. SM3, pp. 901-923, 1970
- 26) 最上武雄編: "土質力学" 第3章, pp. 221-327, 抜報堂, 1969