

# 初期不整を有する平板構造の最終強度（その2） 有孔平板

河角 省治\*・福地 信義\*・南 美隆\*\*

## Ultimate Strength of Plate Structure with Initial Imperfections Subjected to Compression (part 2) Perforated Plate

by

Shoji KAWAKADO, Nobuyoshi FUKUCHI

(Department of Structural Engineering)

and Yoshitaka MINAMI

(Japan Steel Tower Co. Ltd)

For weight saving, access and piping, many holes are made on plate structure such as a ship hull and a steel girder bridge. In addition to the existence of hole, the ultimate strength of plate is decreased by initial imperfections caused by the application of welding and gas cutting to fabricate it. And the collapsed failure of such a structure has not ceased to exist.

In this report, the numerical analyses of perforated plates with initial deflection subjected to in-plane compression are carried by mentioned means in first report<sup>1)</sup>. The deforming behavior, extension of yielding region, collapsed load and collapsed mode on the plate with a hole are investigated.

By the results of those analyses, the relations between ultimate strength and mode or value of initial deflection or hole diameter are clarified. Furthermore, the empirical formula on the ultimate strength of perforated plate with initial deflection are introduced for practical use.

### 1. はじめに

船舶の船底構造や鋼製ガーダ橋のパネル部には、軽め穴、通行穴、パイプ貫通孔等の、多くの開孔が存在する。この開孔は工作時に発生する初期不整と相乗して最終強度を低下させ、平板構造に損傷を起す大きな要因となっている。

有孔板の開孔周辺に生じる応力集中に対する初期不整の影響は複雑であり、特に初期たわみの波形はこの部分から始まる塑性域の拡がり方、さらに崩壊モードおよび崩壊荷重に影響する。

本報告では、初期たわみのある2種の円孔をもつ有孔板に面内圧縮荷重が作用する場合に関して、前報<sup>1)</sup>で

昭和55年6月16日受理

\*構造工学科

\*\*日本鉄塔工業(株)

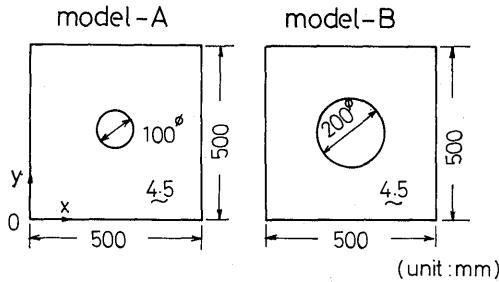
述べた解析法を用いて弾塑性大たわみ解析を行い、有孔板のたわみ挙動、塑性域の進展、崩壊荷重および崩壊モードを調べた。この結果により、初期たわみの波形と大きさおよび開孔の大きさが有孔板の最終強度に与える影響について明らかにした。さらに、有孔板の最終強度に関する経験式を導いた。

2. 実験による有孔板の最終強度解析

2.1 試験体および実験方法

有孔板に関して、初期たわみと最終強度との関係を調べるために、前報<sup>1)</sup>で述べた実験装置を用いて、面内圧縮実験を行った。

試験体は Fig. 1 に示すような100φ, 200φの2種類の円孔をもつ正方形板とし、鋼板 (SS 41) により各10体製作した。



mechanical properties of material

Young's modulus	2.09 × 10 <sup>4</sup> (kg/mm <sup>2</sup> )
Poisson's ratio	0.29
tangent modulus	100.0 (kg/mm <sup>2</sup> )
yielding stress	31.3 ( % )
breaking stress	45.1 ( % )

Fig. 1 Detail of specimens.

試験体の不整量としては、モデル製作時のガス切断により生じた残留変形をそのまま用い、残留応力は応力除去のための焼鈍を行い初期不整の対象から除いた。

初期たわみは、試験体を実験装置にセット後、25mm 間隔の格子点において計測を行った。Fig. 2 に計測した初期たわみの例を示す。

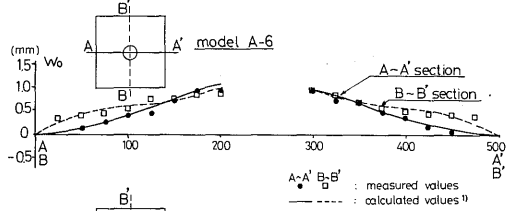


Fig. 2 Measured values of initial deflection.

2.2 実験結果

実験により求めた、初期たわみと最終強度との関係を Table 1 に示す。これからはあまり明確な関係は得られなかった。このことは実験の精度に多少の問題があったことによる。この原因としては、荷重フレームの拘束が完全ではなかったこと、特に試験体の座屈後大たわみにより荷重偏心率が増大したことが考えられる。

model (100φ)				model (200φ)			
code	P <sub>u</sub>	W <sub>0</sub>	W <sub>h</sub>	code	P <sub>u</sub>	W <sub>0</sub>	W <sub>h</sub>
A- 1	30.60	0.46	0.44	B- 1	29.10	-0.25	0.14
A- 2	31.10	0.58	0.44	B- 2	28.70	0.26	0.18
A- 3	29.40	-0.74	-0.58	B- 3	30.90	0.34	0.28
A- 4	30.45	0.75	0.68	B- 4	32.40	-0.35	0.05
A- 5	27.05	-0.80	-0.63	B- 5	27.30	-0.37	0.06
A- 6	31.80	1.03	0.94	B- 6	25.80	0.38	0.19
A- 7	26.95	1.21	1.07	B- 7	28.20	0.41	0.18
A- 8	31.10	1.29	0.90	B- 8	28.00	0.55	0.40
A- 9	31.65	-1.41	-1.22	B- 9	27.90	-0.81	-0.62
A-10	35.15	-1.69	-1.35	B-10	24.90	-1.43	-1.20

remarks;

P<sub>u</sub>: ultimate strength (ton)

W<sub>0</sub>: the maximum values of initial deflection (mm)

W<sub>h</sub>: the average values of initial deflection about hole (mm)

Table 1 Experimental results of ultimate strength.

3. 計算による有孔板の最終強度解析

3.1 解析法および計算モデル

荷重増分理論に基づいた有限要素法による弾塑性大たわみ解析を行い、有孔板の崩壊に到るまでの大たわみ挙動について調べた。この有限要素としては、形状に対し汎用性のある三角性要素を用い、また材料非線形の取り扱いを簡単にするため要素内一定ひずみの非適合要素を用いた<sup>1)</sup>。

計算モデルは、外形寸法が 500mm の正方形とし、円孔なし平板 (モデル 0φ) および円孔径 100mm (モデル 100φ), 200mm (モデル 200φ) の有孔板の 3 種とし、これらの要素分割を Fig. 3 に示す。また材料定数および外形寸法は、実験の共試体と同じものとし、Fig. 3 に示す値を用いた。ただし、 $E$  はヤング率、 $\nu$  はポアソン比、 $\sigma_y$  は降伏応力、 $H'$  はひずみ硬化率、および  $t$  は板厚である。

境界条件は全辺単純支持とし、荷重辺は下端の荷重方向の変位を拘束し、上端に等分布面内圧縮荷重を加えるものとした。

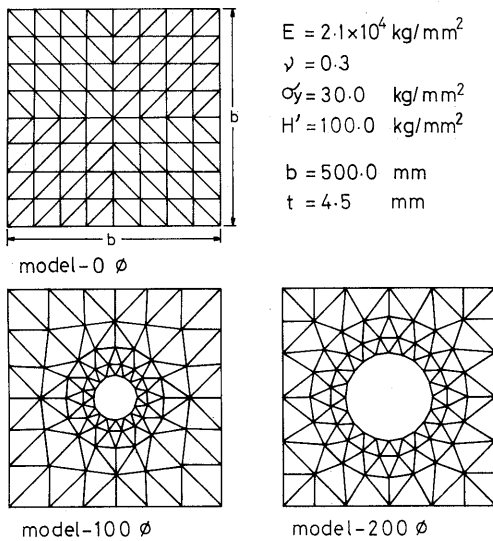


Fig. 3 Calculated models of perforated plate.

### 3. 2 解析結果

#### (1) 初期たわみの大きさの影響

初期たわみ形状を(1)式で表わし、初期たわみの最大値 ( $w_0$ ) と板厚との比  $w_0/t$  を 0.01~0.1 に変化させて解析を行い、最終強度に対する初期たわみの影響を調べた。

$$w = w_0 \sin(\pi x/b) \cdot \sin(\pi y/b) \quad (1)$$

ここに、 $b$  は計算モデルの辺の長さ。

Fig. 4, 5 および 6 にモデル 0φ, 100φ および 200φ の代表点 A における荷重-たわみ曲線を示す。これらより次のことが分る。

初期たわみが大きくなれば最終強度は減少し、その減少率は解析例では 10% 程度である。また、初期たわみが小さい場合 ( $w_0/t = 0.01$ ) には、荷重-たわみ曲線に急激なたわみの増大 (モデル 0φ では 13ton, モデル 100φ では 11ton およびモデル 200φ では 10ton 近傍)

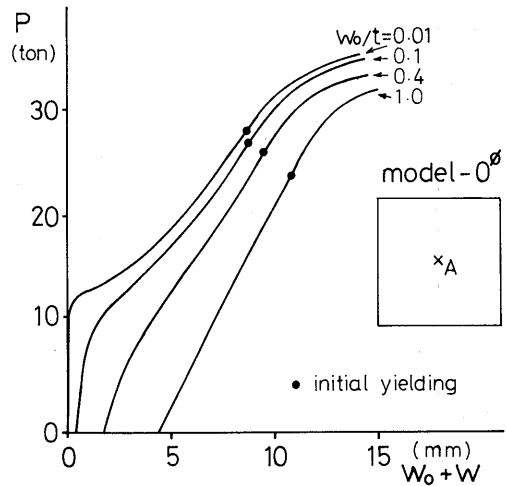


Fig. 4 Load-deflection curves of model without hole.

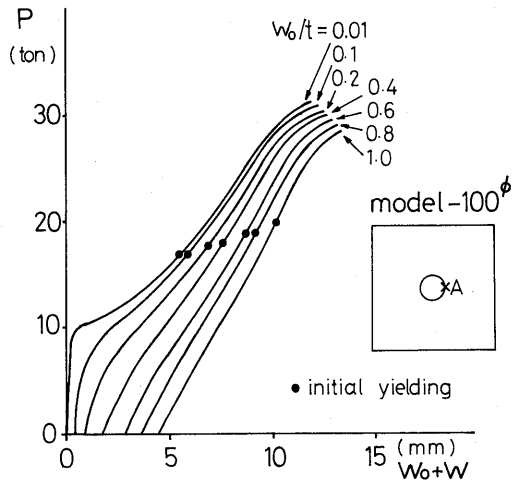


Fig. 5 Load-deflection curves of model 100φ.

が見られ弾性座屈が生じていることが分るが、初期たわみが大きくなるに従って、この現象は不明確となっている。さらに、初期降伏発生時の荷重は孔なし平板 (モデル 0φ) では初期たわみが大きくなるに従って低くなるのに対し、有孔板 (モデル 100φ, 200φ) では逆に初期たわみが大きくなるに従い高くなっている。

次に、Fig. 7 にモデル 100φ およびモデル 200φ の崩壊時におけるたわみの等高線を示した。これらより初期たわみ波形が sine 1 半波形であれば、初期たわみの大きさに関係なく、崩壊モードも同じような波形になることが分る。(この崩壊モードを mode A とする。)

さらに、初期降伏の発生場所や塑性域の拡がりも調

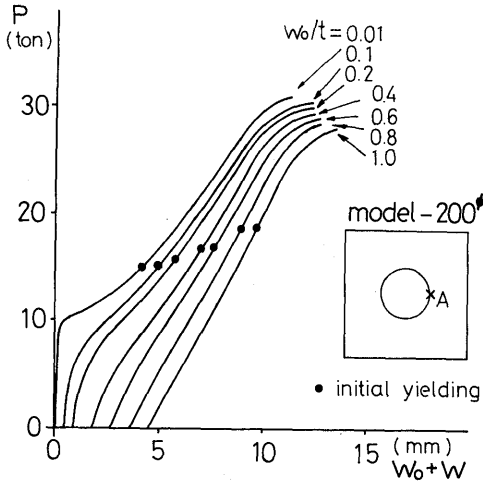


Fig. 6 Load-deflection curves of model 200φ.

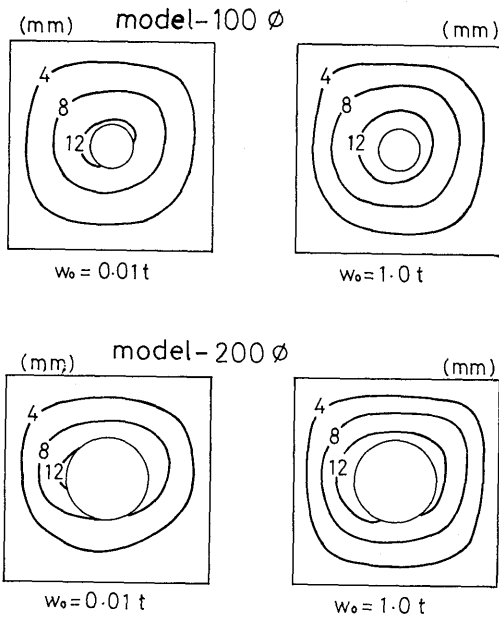


Fig. 7 Contour curves of deflection at collapse.

べるために、Fig. 8 にモデル 100φ、Fig. 9 にモデル 200φ の各荷重段階における塑性域の進展状態を図示した。これらにより、有孔板においては板の曲げ圧縮側（凹表面）の円孔の左右がまず降伏し、続いて板の曲げ引張側（凸表面）の円孔の上下が降伏していることが分る。これは、面内圧縮力により円孔周辺に応力集中を起すことから、(1)式で表わされる波形の初期のたわみを有する有孔板における最大応力は、曲げ応力

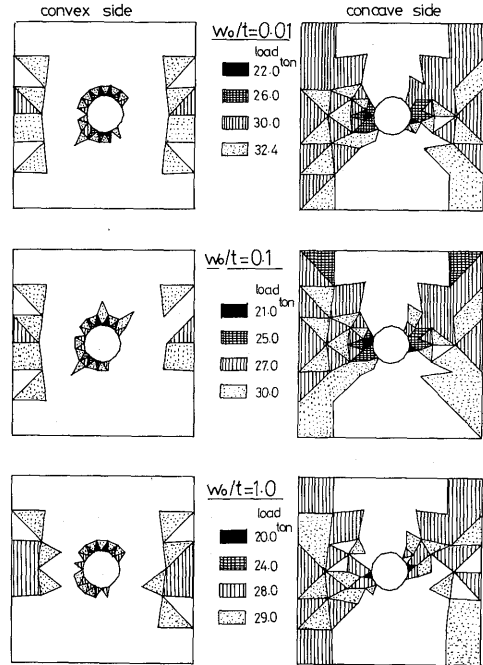


Fig. 8 Extension of yielding region on model 100φ according to load.

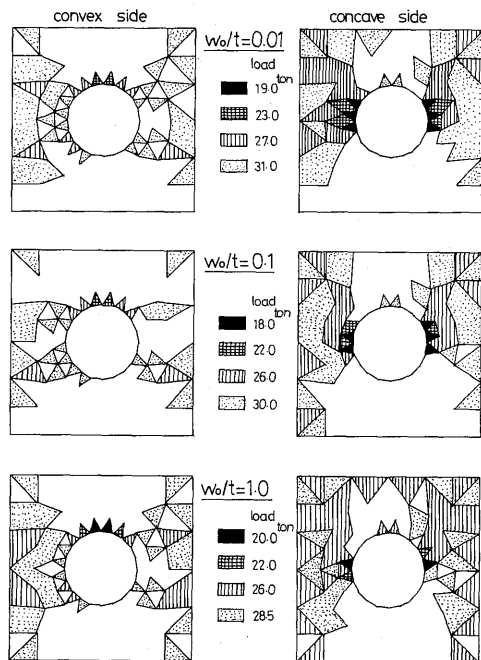


Fig. 9 Extension of yielding region on model 200φ according to load.

よりもむしろ面内応力が支配的なことを意味する。従って、初期たわみが大きい場合には、平板中央部の圧縮荷重負担率が低下するため円孔周辺の圧縮応力も低下し、初期たわみが大きい程初期降伏荷重が高いという現象が起る。これに対し、孔なし平板の場合には面内の応力集中が起らないことから、最大応力には曲げ圧縮応力の大きさが支配的であり、初期たわみが大きい程曲げ圧縮応力が大きくなり初期降伏荷重は低くなる現象を起す。さらに、塑性域の拡がり方はモデル100φでは円孔の左右から板のコーナー部へ（凹表面）、モデル200φでは円孔の左右から板の側辺部へ（凹表面）と進展して行き崩壊に到っている。また、初期たわみの大きさは塑性域の拡がり方にはあまり影響しない。

ここで、有孔板の最終強度に対する初期たわみの影響をより明確にするために、最終強度 ( $P_u$ ) を最大初期たわみ ( $w_0$ ) および円孔径 ( $D$ ) の関数として関係式を求めると(2)式ようになる。

$$P_u = P_0 e^{-0.089\delta - 0.21\varphi} \quad (2)$$

ここに、 $P_0$  は初期たわみのない孔なし平板の最終強度でこの場合、 $P_0 = 34.9 \text{ ton}$ 、 $\delta = |w_0|/t$ 、 $\varphi = \sqrt{D/b}$

ただし、 $\delta \leq 1.0$ 、 $\varphi \leq 0.7$  を適用範囲とする。

この式を用いて Fig. 10 に最終強度  $P_u$  と最大初期たわみ  $w_0$  との関係を示し、実験値および解析値と共に、示した。また、Fig. 11 に最終強度  $P_u$  と円孔径  $D$  との関

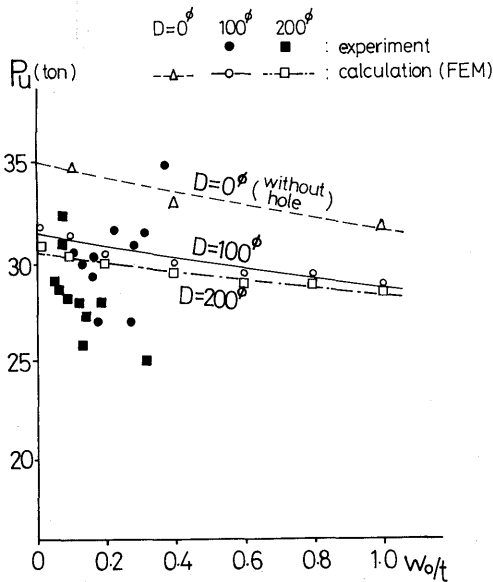


Fig. 10 Relation between ultimate strength and initial deflection.

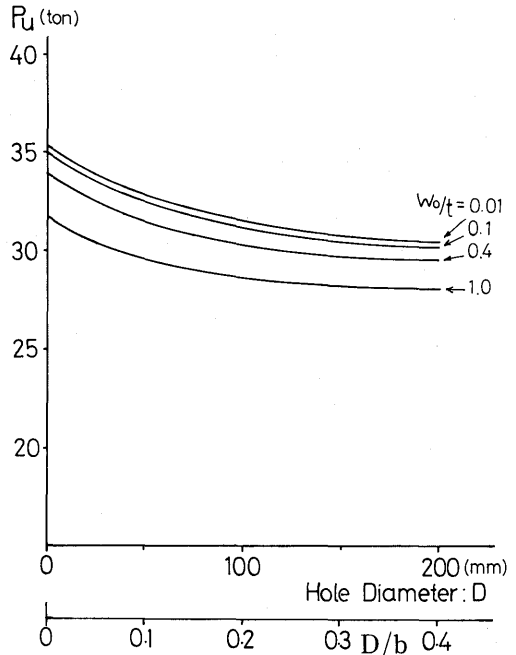


Fig. 11 Relation between ultimate strength and hole diameter.

係を示した。

(2) 初期たわみの波形の影響

有孔板の最終強度に対する初期たわみの波形の影響を調べるために、初期たわみの形状を(3)式とし、荷重 ( $y$ ) 方向のたわみ形状の sine 1 半波と sine 2 半波との比  $a = a_{12}/a_{11}$  を変化させて解析を行った。

$$w = \{a_{11} \sin(\pi y/b) + a_{12} \sin(2\pi y/b)\} \cdot \sin(\pi x/b) \quad (3)$$

Fig. 12 および Fig. 13 はそれぞれモデル100φ、200φの  $a = \infty$  ( $y$  方向 sine 2 半波形のみ) として、初期たわみを変化させたときの荷重-たわみ曲線を示す。 $w_0/t = 0.2$  を境にしてたわみ挙動に差 (対称変形から逆対称変形へ) が表われている。

Fig. 14 および Fig. 15 はモデル100φ、200φについて  $w_0/t = 0.4$  として  $a$  の値を変化させた場合の荷重-たわみ曲線である。これは  $a = 2$  を境にたわみ挙動に同様な傾向が見られる。

崩壊時のたわみ等高線を Fig. 16 および Fig. 17 に示す。また各荷重段階における、 $x = b/2$  断面における、たわみの変化の様子を Fig. 18 および Fig. 19 に示す。これらより、 $a = \infty$ 、 $w_0/t = 0.1$  と  $a = 1$ 、 $w_0/t = 0.4$  の場合には、モデル100φおよびモデル200φは共に、前述の mode A (sine 1 半波形) の崩壊波形となり、他

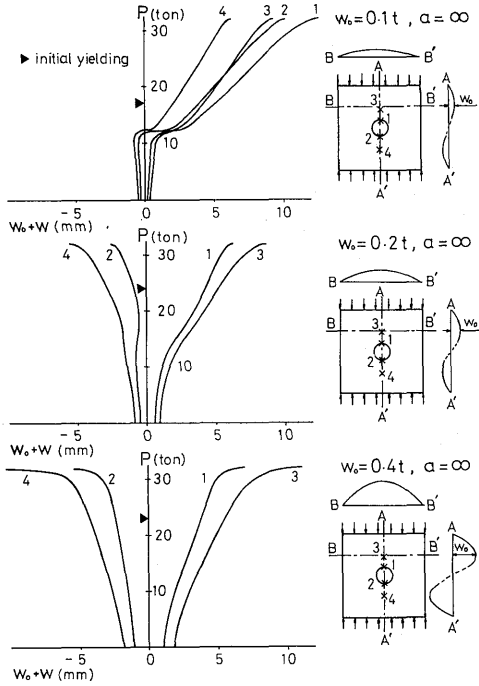


Fig. 12 Load-lateral deflection curves of model 100φ in the case of  $a=\infty$ .

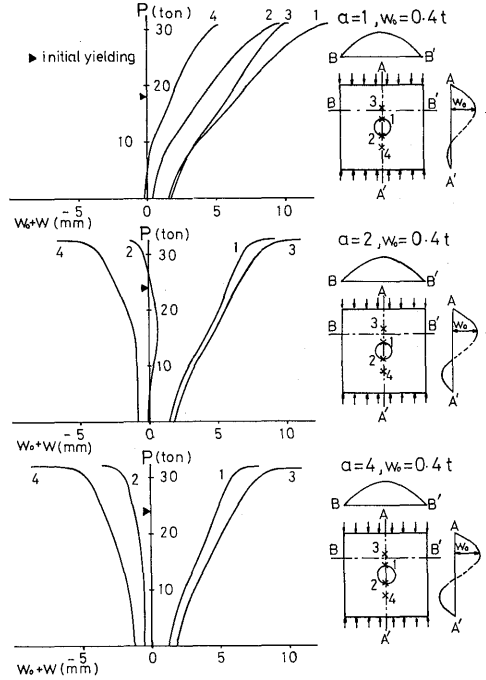


Fig. 14 Load-lateral deflection curves of model 100φ in the case of  $w_0/t=0.4$ .

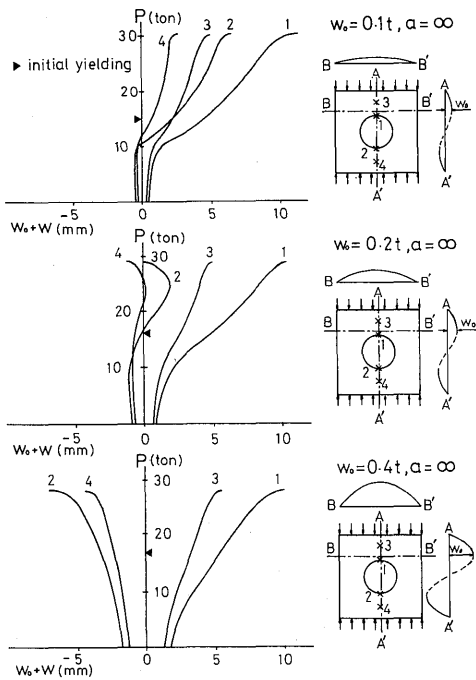


Fig. 13 Load-lateral deflection curves of model 200φ in the case of  $a=\infty$ .

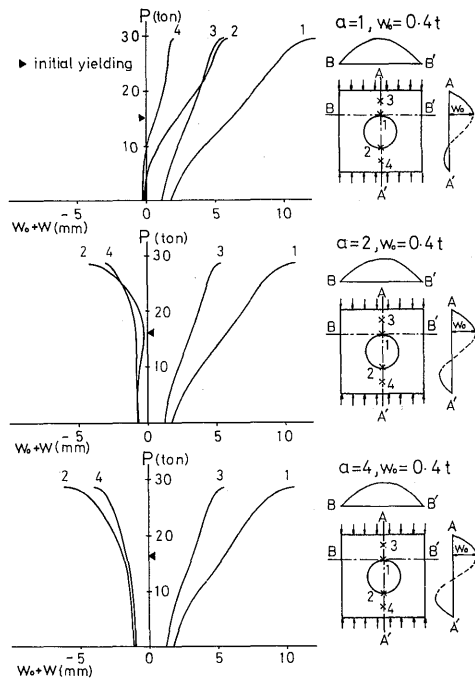


Fig. 15 Load-lateral deflection curves of model 200φ in the case of  $w_0/t=0.4$ .

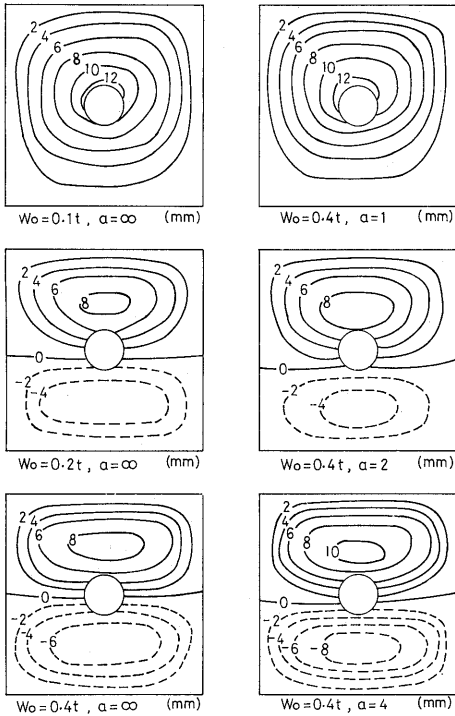


Fig. 16 Contour curves of deflection on model 100φ at collapse.

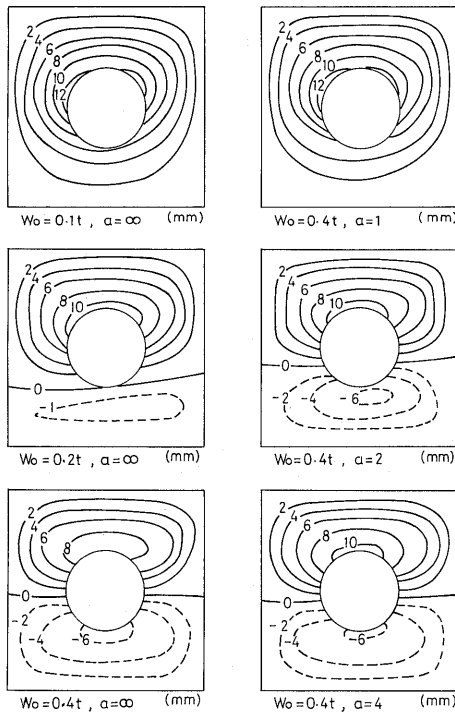


Fig. 17 Contour curves of deflection on model 200φ at collapse.

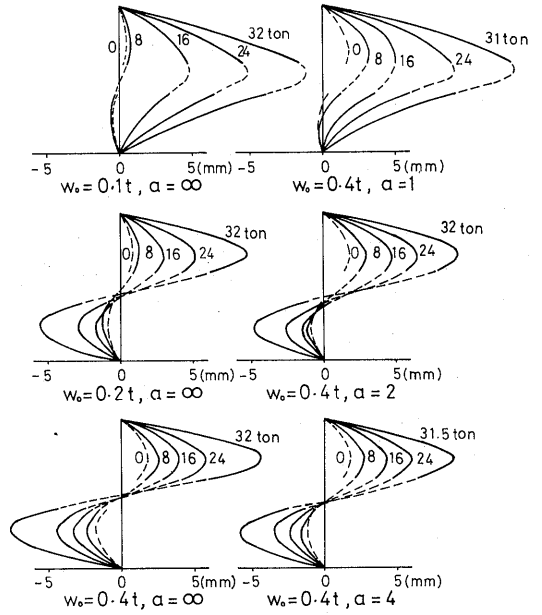


Fig. 18 Lateral deflections of model 100φ according to load.

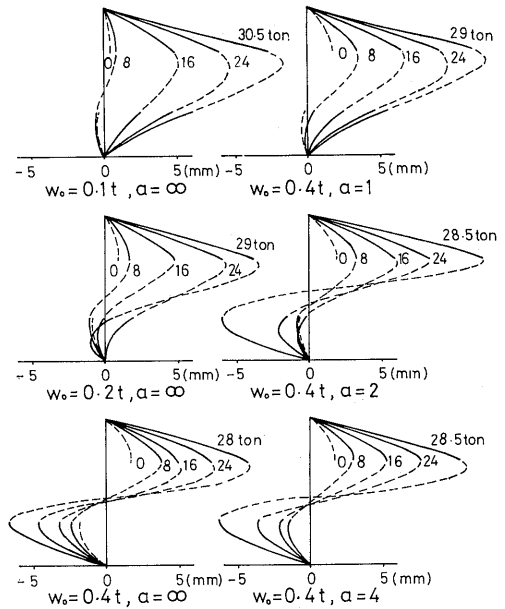


Fig. 19 Lateral deflections of model 200φ according to load.

の場合は  $y$  方向に sine 2 半波形の崩壊波形 (以降 mode B という) となっていることが分る。

以上のことから正方形の有孔板は、初期たわみの大きさが板厚の0.2倍以上であれば初期たわみ波形と同じ波形で崩壊し、初期たわみの大きさがそれ以下の場

合はすべて mode A の崩壊波形となることが分る。

Fig. 20 および Fig. 21 はモデル 100φ, 200φ において、 $a=1, 2, 4$  と変化させた場合の荷重段階毎の塑性域の進展図である。これより、mode A の崩壊を起す  $a=1$  の場合は前節の結果と同じ傾向を示し、mode B の崩壊を起す  $a=2, 4$  の場合には、 $z/t=0.5$  の面では板の上部 ( $y \geq 0.5b$ ) が曲げ圧縮状態となり、その部分に多く塑性域が発生しており、 $z/t=-0.5$  の面では逆に板の下部が曲げ圧縮であり下部に塑性域が多く見られる。また、初期降伏が発生する荷重は、mode B の崩壊を起す場合 (モデル 100φ では 24ton およびモデル 200φ では 17ton) は mode A の崩壊を起す場合 (モデル 100φ では 18ton およびモデル 200φ では 16ton) と較べて高くなっている。このことは、mode B の崩壊を起す場合、途中のたわみ波形を考慮すれば、板の上半分の中央 ( $x=0.5b, y=0.75b$ ) 付近が最大曲げ応力を与える場所となり、この位置は特にモデル 100φ では円孔の上縁よりかなり離れるために円孔周辺の応力集中の影響が少なくなり、上述の傾向を得るものと考えられる。

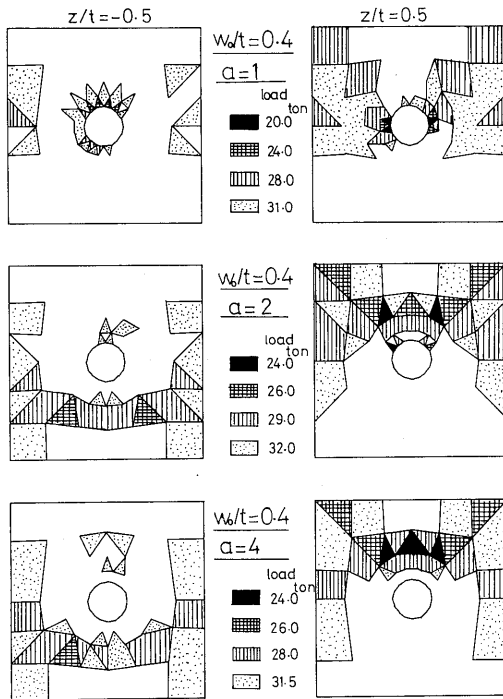


Fig. 20 Extension of yielding region on model 100φ in the case of  $w_0/t=0.4$ .

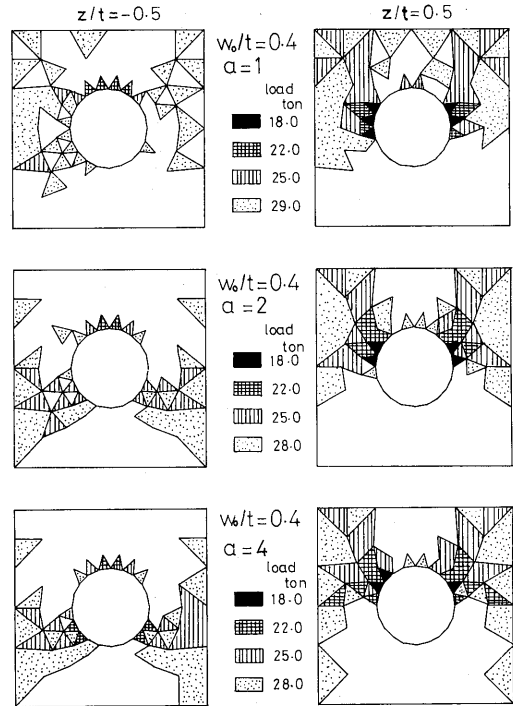


Fig. 21 Extension of yielding region on model 200φ in the case of  $w_0/t=0.4$ .

Table 2 に計算で求めた、初期たわみ波形と最終強度との関係を示す。これより、モデル 100φ は mode A の崩壊の場合よりも mode B の崩壊の場合が 1.5ton 最終強度が高くなり、さらにモデル 200φ では逆に 1.5 ton 低くなるという結果を得る。これはモデル 100φ では円孔が小さいために平板全体の座屈波形に、また 200φ では円孔を除いた帯状のパネルの座屈波形に、それぞれの崩壊形状に近いかに依る。

model (100φ)				model (200φ)			
$W_0$ (mm)	$\alpha$	$P_u$ (ton)	mode	$W_0$ (mm)	$\alpha$	$P_u$ (ton)	mode
0.1t	0	31.5	A	0.1t	0	30.5	A
0.1t	$\infty$	32.0	A	0.1t	$\infty$	30.5	A
0.2t	0	30.5	A	0.2t	0	30.0	A
0.2t	$\infty$	32.0	B	0.2t	$\infty$	29.0	B
0.4t	0	30.5	A	0.4t	0	29.5	A
0.4t	1	31.0	A	0.4t	1	29.5	A
0.4t	2	32.0	B	0.4t	2	28.5	B
0.4t	4	32.0	B	0.4t	4	28.5	B
0.4t	$\infty$	32.0	B	0.4t	$\infty$	28.0	B

Table 2 Relation between ultimate strength and mode or value of initial deflection.



#### 4. 解析結果の考察

前節までに求めた解析結果をもとに、面内圧縮荷重を受ける単純支持された正方形の有孔板の最終強度について考察し、以下のような結論を得た。

初期たわみが板厚に較べて小さい場合 ( $w_0/t < 0.2$ ) および初期たわみ波形が sine 1 半波形に近い場合 ( $a < 2$ ) には、近似式(2)を用いて有孔板の最終強度を求めることができる。また、そのときの崩壊波形は sine 1 半波形になる。

初期たわみが大きく ( $w_0/t > 0.2$ ) そしてその波形が荷重方向に sine 2 半波形に近い場合 ( $a \geq 2$ ) には崩壊波形は荷重方向に sine 2 半波形となる。またその最終強度は(2)式の値よりも、円孔径が小さい ( $D/b \leq 0.2$ ) 場合には高くなり、円孔径が大きくなれば低くなる。

ところで、日本鋼船工作法精度標準<sup>2)</sup> (JSQS) では、平板構造における残留変形の許容量は概算すると板厚の0.2~0.3倍程度となっており、許容値内の初期たわみでは、有孔板の崩壊波形は sine 1 半波形となり、近似式(2)を用いて有孔板の最終強度を求めることができる。

圧縮を受ける正方形板の最終強度を与える von kármán, 上田ら<sup>3)</sup>の経験式は次のように表わされる。

$$\text{von kármán} \quad \frac{\sigma_u}{\sigma_V} = \frac{1.901}{\xi} \quad (4)$$

$$\text{上田ら} \quad \frac{\sigma_u}{\sigma_V} = \frac{1.338\delta^2 + 4.380\delta + 2.647}{\xi + 6.130\delta + 0.720} - 0.271\delta - 0.088 \quad (5)$$

$$\text{ここに} \quad \sigma_u = \frac{P_u}{b \cdot t}, \quad \xi = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_V}{E}}, \quad \delta = \frac{|w_0|}{t}$$

$\sigma_V$  は降伏応力

$E$  はヤング率

これらの式を用いて、初期たわみのない正方形板の最

終強度を求め比較すると、

$$\text{von kármán} \quad \sigma_u = 13.6 \quad (\text{kg/mm}^2)$$

$$\text{上田ら} \quad \sigma_u = 13.5 \quad ( \quad // \quad )$$

$$(2)\text{式より} \quad \sigma_u = 15.5 \quad ( \quad // \quad )$$

となり、本研究の近似式(2)による計算値は他の式の値よりも高くなっている。このことは本研究の数値解析においては不平衡力を収束させていないことに原因する<sup>1)</sup>。したがって、有孔正方形板の最終強度を求める式として、初期たわみおよび円孔径の影響を与える項は(2)式の指数関数部を用い、正方形板の最終強度の部分に von kármán の式を用いることにより、次の経験式(6)が得られる。

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_V} = \frac{1.901}{\xi} e^{-0.089\delta - 0.21\varphi} \quad (6)$$

$$\text{ここに} \quad \delta = |w_0|/t, \quad \varphi = D/b$$

$$\text{ただし} \quad \delta \leq 1.0, \quad \varphi \leq 0.7$$

最後に、本研究の数値計算は九州大学大型計算センター F A C O M - M - 200 を用いて行ったことを付記する。

#### 参考文献

- 1) 福地・河角・田上：初期不整を有する平板構造の最終強度（その1），長崎大学工学部研究報告第11号，(1978)。
- 2) 日本鋼船工作法精度標準 (Japan Shipbuilding Quality Standards)。
- 3) 上田・安川・矢尾・池上・大南：圧縮を受ける正方形板の最終強度に関する研究，日本造船学会論文集，第1報，第137号，(1975)，第2報，第140号，(1976)。