

薄板ガラスの熱応力割断における進展中き裂先端形状の その場観察*

本村文孝*¹, 今井康文*¹, 才本明秀*²

In-Situ Observation of Propagating-Crack Front Geometry in Thermal Stress Cleaving of Thin Glass Plates

Fumitaka MOTOMURA*³, Yasufumi IMAI and Akihide SAIMOTO

*³ Department of Mechanical Systems Engineering, Nagasaki University,
1-14 Bunkyo-machi, Nagasaki-shi, Nagasaki, 852-8521 Japan

Geometry of propagating crack front and crack opening displacement were observed in situ in thermal stress cleaving of thin soda-lime glass plates using the interference fringe method. The crack front inclines to the propagating direction advancing more at the heated surface due to the temperature gradient in the thickness. Mode I stress intensity factor was estimated from measured COD and its distribution along the curved crack front was found to be almost uniform. The uniform distribution was also confirmed from three-dimensional thermal stress FEM analysis. When a crack length at the middle plane of the plate thickness is used, two-dimensional analysis gives good approximation of K_I attained at the propagating crack front.

Key Words: Thermal Stress, Stress Intensity Factor, Thermal Stress Cleaving, Finite Element Method, Thin Glass Plate, Crack Opening Displacement, Interference Fringe Method

1. 緒 言

初期傷の入ったガラス薄板に局所加熱可能な炭酸ガスレーザ等を照射すると、き裂を進展させることができ、この原理を加工に応用した方法を熱応力割断と呼んでいる。比較的小さな寸法の矩形板を等分割するのであれば、レーザ熱源を割断予定線上に連続的に移動させることで、き裂は熱源を追従するように進展し、直進性が高く、滑らかな割断面が得られる。ここで、炭酸ガスレーザを加熱源とした板厚1mmのガラス板の熱応力割断におけるき裂先端形状を観察したところ、割断中のき裂先端は板厚内でき裂進展方向に傾斜することが確認された。炭酸ガスレーザはガラスに対する吸収率が非常に高いので、熱量のほとんどが加熱面のごく表面層で吸収され、板厚内の温度勾配が形成されたためと考えられる。そこで、炭酸ガスレーザを熱源とした薄板ガラスの熱応力割断で観察されたき裂先端形状を説明するために、有限要素法による三次元熱応力解析をおこなった。

炭酸ガスレーザを熱源に用いる場合、特にレーザ照射面側にて、局所的な温度上昇によるチッピングや熱変質が起きない温度制御が重要となる。チッピング等の欠陥のない熱応力割断が得られる加工条件の推定に、応力拡大係数(K_I)が有効であること⁽¹⁾⁻⁽³⁾は数多く報告されているが、二次元解析がほとんどである。

本研究では、炭酸ガスレーザを照射熱源とし、板厚1mmの薄板ガラスを割断実験し、安定き裂進展中のき裂先端形状とき裂開口量を光干渉法により観察し、き裂開口量より応力拡大係数を評価した。さらに、板厚内に傾斜したき裂先端形状を考慮した三次元熱応力解析により応力拡大係数の板厚分布を求め、計測結果と比較した。また熱応力割断の加工条件を求めるために、従来からおこなってきた二次元解析との関連性について検討した。

2. 実験方法および実験結果

2・1 板厚内に傾斜したき裂先端形状の撮影装置

炭酸ガスレーザを用いたソーダガラスの割断実験に使用したガラス寸法は300×25×1mmである。常温における熱物性値と材料物性値を表1に示す。表1の物性値を実験結果の解析および数値解析に用いた。実験では熱源移動速度 $v=10.0$ mm/s, 12.5 mm/s, 15.0

* 原稿受付 2009年1月20日。

*¹ 正員, 長崎大学工学部(☎852-8521 長崎市文教町1-14)。

*² 正員, 長崎大学生産科学研究科。

E-mail: motomura@nagasaki-u.ac.jp

mm/s の 3 種類で、板幅 25 mm を 2 等分する対称割断をおこなった。炭酸ガスレーザの照射熱量 Q は 8 W、照射直径が 5 mm の照射条件の下、板幅中央線上の端面にダイヤモンドペンにて付けた引っ掻き傷を基点に炭酸ガスレーザを連続照射し、一定速度 v にて移動させることで、板厚方向に貫通して進展しているき裂を観察した。このとき、2 台の CCD カメラを用いて、レーザ熱源中心の後方にあるき裂先端位置、および板厚 1 mm のガラス内部を進展するき裂先端形状を同時に撮影した。ここで板厚内のき裂先端形状の観察に際し、き裂先端近傍のき裂面開口形状を測定するために、光干渉法を用いた干渉縞の撮影をおこない、測定したき裂開口量を安定き裂進展中のき裂前縁における応力拡大係数の算出に用いた。

図 1 は熱応力割断装置の全体図である。図中の炭酸ガスレーザの①集光部は②ガラス板の上部にある。レーザ照射位置を固定し、ガラス板を載せた③リニアガイドを移動させることで、直進かつ一定速度の割断実験をおこなった。図 1 において、リニアガイドを右から左に移動させると、レーザ照射位置はガラス板上を左から右へ移動することになり、き裂先端位置はレーザ照射位置の左側にある。割断中のき裂先端位置は、照射条件および熱源移動速度によって変化するので、顕微鏡一式はリニアガイドとは別の可動ステージ上に固定し、割断中でもき裂先端に合わせて撮影位置を調整できるようにした。また顕微鏡先端の④対物レンズ

を、き裂面に直交するように配置し、板厚内の干渉縞を撮影した。撮影するき裂面はガラス内部にあり、本実験で使用した倍率 5 倍の対物レンズは焦点距離 25 mm と作動距離の長いものを選んだが、割断実験に用いたガラス試験片の板幅が狭いのは、この制約による。またき裂開口量の測定には単色光を用いた。単色光には 4 つのピークを持つ⑤超高圧水銀ランプの光源から、⑥バンドパスフィルタにて波長 436 nm を透過させ、き裂面の中で生じる干渉縞を顕微鏡に接続した⑦ CCD カメラにて撮影した。撮影した動画とき裂先端測定用の動画にはそれぞれ割断開始時間を示すカウンターを表示させ、同期した。

2.2 安定き裂進展挙動 図 2 は $v=10.0$ mm/s に対する熱応力割断中のき裂進展の様子である。炭酸ガスレーザは遠赤外光であり、不可視のため、ガイド光にはレーザ中心位置を合わせた He-Ne 光を用いた。図中右側の照射直径 5 mm のレーザ照射熱源を追従するように、加熱面側のき裂先端が先行した形状のき裂が直進した。熱応力割断では熱源中心線とき裂先端の距離は割断開始部と終端部など自由端面の影響を受ける範囲を除けば、ほぼ一定距離を維持した。また板長の中央部付近まで、き裂が十分長くなると、板厚内のき裂先端形状もほとんど変化しなかった。以下、熱源が板長中央部まで移動した時点での観察結果について示す。

図 3 は照射熱量 Q が 8 W、照射直径 5 mm の元、熱源移動速度 v に対する熱源中心線とき裂先端の距離の変化である。実験に用いた v において、 v の上昇に伴い、熱源中心線とき裂先端の距離も広がった。また $Q=8$ W、 $v=20$ mm/s では、終端部まで割断できなかった。図 3 には 2 本の線があるが、図 2 から測定し

Table 1 Thermal and mechanical properties of soda-lime glass at room temperature

Coefficient of Linear Thermal Expansion α [$\times 10^{-6}/\text{K}$]	7.71
Thermal Conductivity λ [W/(mK)]	1.03
Thermal Diffusivity κ [$\times 10^{-6}/\text{m}^2/\text{sec}$]	0.51
Young's Modulus E [GPa]	71.6
Poisson's Ratio ν [-]	0.23

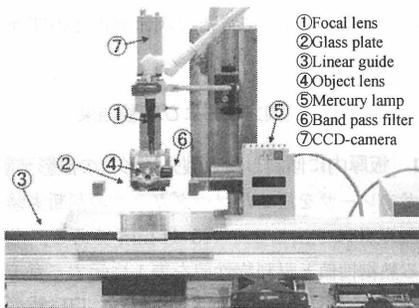


Fig. 1 Experimental setup

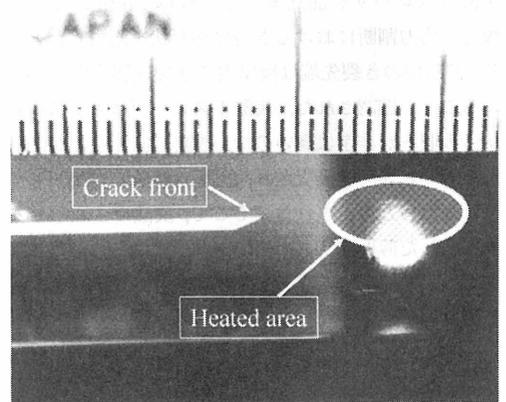


Fig. 2 Propagating crack in thermal stress cleavage ($v=10$ mm/s)

たのは加熱面側(図3中の○)のき裂先端位置であり、 D_{hs} と表す。また図4(a), (b), (c)に示す各熱源移動速度に対する干渉縞画像から板厚中央部のき裂先端位置を推定できるので、それを●で表した。熱源中心線と板厚中央部のき裂先端の距離を D と表すと、 D は D_{hs} よりも 300 μm から 400 μm ほど熱源中心線より遠くなった。

図4は熱源移動速度 v が、(a) 10.0 mm/s, (b) 12.5 mm/s, (c) 15.0 mm/s について、き裂が板長の半分近くまで進展したときの干渉縞画像であり、写真の高さが板厚に相当する。図4のき裂進展方向は左から右であり、図中の上端が加熱面側である。非加熱面側のき裂先端は不鮮明であるが、板厚中央部付近から加熱面側の干渉縞は鮮明に撮影できた。割断中のき裂先端形状は常に加熱面側が先行しており、き裂進展方向に傾斜し、加熱面側のき裂先端は表面と直交するように変化した。 v の上昇に伴い、非加熱面側に対する加熱面側の先行度合いは小さくなった。き裂先端形状が傾斜するのは、ガラスに対する炭酸ガスレーザーの照射熱量の吸収が加熱表面のごく近傍に限られるためであり、加熱源近傍では板厚方向に温度分布が生じている。また v によってき裂先端形状が異なるのは板厚内の温度分布が異なり、進展中の熱源中心とき裂先端の距離が変化するためである。

2・3 き裂開口量を用いた応力拡大係数の算出

干渉縞の撮影写真からき裂開口量を算出するためには縞次数に相当する輝度分布の極値を与える位置を精度良く抽出する必要があり、デジタル画像処理をおこなった。撮影に使用した CCD カメラの画素数は 40 万画素の白黒画像であり、静止画にすると、水平方向 320 pixel, 垂直方向 240 pixel と粗い画像であった。そこでバイキュービック法⁽⁴⁾による補間処理を施し、

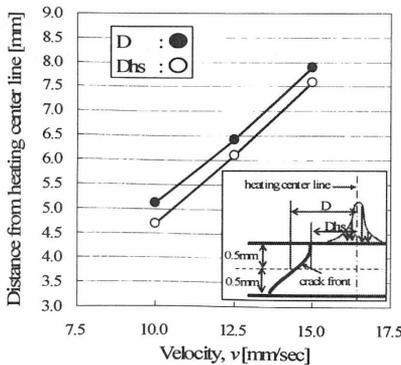
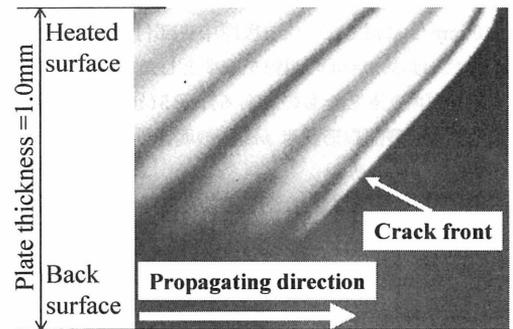


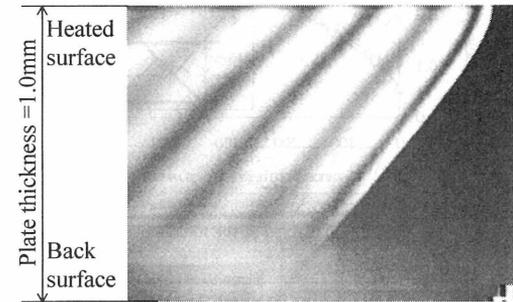
Fig. 3 Distance between the crack front and the heating center line

887×665 pixel まで高画素化するこで、図4に対して、3.3 $\mu\text{m}/\text{pixel}$ を得た。輝度分布にはノイズが含まれており、極値を与える位置を特定する手段として、離散的フーリエ変換と最大エントロピー法⁽⁵⁾を適用した。

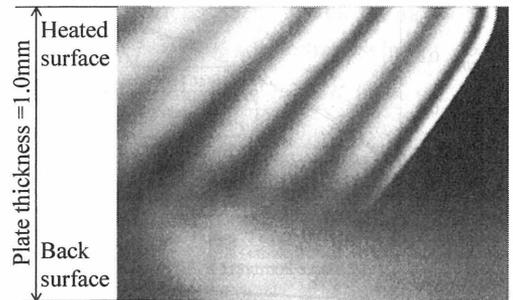
応力拡大係数の算出に際しては、図5中の挿絵のように、き裂先端の内向き法線方向へのき裂開口量を用いた。板厚内で傾斜したき裂先端上の任意点から各縞次数までの距離を測定することになるが、干渉縞からき裂先端位置の特定は困難なので、き裂先端に最も近接した明線 [式(1)の $m=0$] からの距離を実測した、



(a) $v=10.0$ mm/s



(b) $v=12.5$ mm/s



(c) $v=15.0$ mm/s

Fig. 4 Optical interference fringes near a crack front

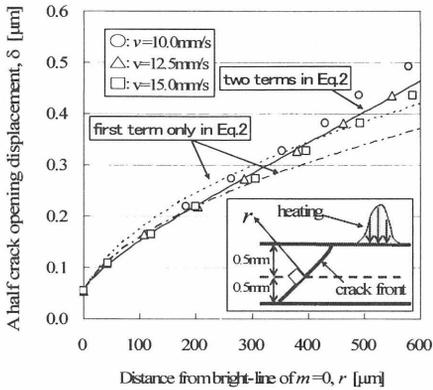
式(1)により得られたき裂開口量に対して、き裂先端から $m=0$ の明線の位置 r_0 は未知数として残した。

光干渉法の測定原理より、き裂開口量の半長と観察光の関係は単純開口モードの本実験に対して次式となる。

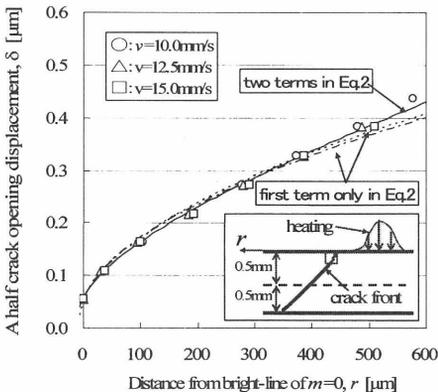
$$\delta = \frac{1}{8}(m+1)\lambda \begin{cases} m=0, 2, 4, \dots : \text{bright-line} \\ m=1, 3, 5, \dots : \text{dark-line} \end{cases} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 δ はき裂開口量の半長、 λ は観測光源の波長であり、本実験では $\lambda=436 \text{ nm}$ となる。明線るとき m は偶数、暗線るとき m は奇数となる。最小検知開口量は $m=0$ の明線で 54.5 nm である。

図5は熱源移動速度 $v=10.0 \text{ mm/s}$, 12.5 mm/s , 15.0 mm/s に対して、(a)板厚中央部付近、(b)加熱面側における $m=0$ の明線を基準としたき裂開口の半長 δ をプロットしたものである。図5(a)の板厚中央部付近のき裂開口形状は $m=0$ の明線から $100 \mu\text{m}$ 程



(a) When a crack tip is fixed at the middle plane of thickness



(b) When a crack tip is fixed on the heated surface

Fig. 5 Crack opening displacement for various velocities

度までほぼ同形であるが、それ以降は熱源移動速度が遅いほど開口量が大きくなった。一方、加熱面側の開口形状はより広い範囲で同形となった。また加熱面側の方が $m=1$ の暗線の位置が、若干き裂先端寄りであり、開口勾配が急になっているようである。

次に、得られたき裂開口形状から応力拡大係数を算出する際、き裂開口量の半長 δ はき裂先端からの距離 $(r+r_0)$ の級数で展開し、初項と第2項で近似すると次式となる。

$$\delta = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} \frac{4(1-\nu^2)}{E} \sqrt{(r+r_0)} + c(r+r_0)^{3/2} \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 K_I はモード I の応力拡大係数、 E は縦弾性係数、 ν はポアソン比である。

式中の r_0 , K_I , c を測定したき裂開口量を用いて、マルカート法による最小2乗近似により評価した。

また、図5(a), (b)には $v=12.5 \text{ mm/s}$ について、それぞれ最小2乗近似したき裂開口形状の曲線をプロットした。き裂先端から $600 \mu\text{m}$ までの開口量を用いて、式(2)の初項のみ [図5(a), (b)中の点線]、式(2)の2項まで [図中5(a), (b)の実線] を比較すると、2項までを使ったほうが、フィッティングが良かった。また図5(a), (b)の一点鎖線は式(2)の初項のみについて、き裂先端から $100 \mu\text{m}$ までの開口量を使って近似しており、表面近傍の開口形状の一致度に比べて、板厚内部の開口形状の一致度が低くなった。

図6に示すように、評価範囲 r の取り方が応力拡大係数の評価値に影響を及ぼす。図中○, △, □は、図5(a)の板厚中央部付近のき裂開口量に対して、式(2)の初項のみを用いた場合であり、●, ▲, ■は2項まで用いた場合である。図6(a), (b), (c)はそれぞれ $v=10.0 \text{ mm/s}$, 12.5 mm/s , 15.0 mm/s の実験結果に対してである。各熱源移動速度に共通して、式(2)の項数によらず、 $m=0$ の明線から $100 \mu\text{m}$ 程度までの開口量を用いると、 $K_I=0.68 \text{ MPam}^{1/2}$ 前後の値となった。これより、き裂先端から $100 \mu\text{m}$ 程度までのき裂開口形状を用いて、 K_I を評価すればよいと考える。因みに、初項のみを用いた場合、 $100 \mu\text{m}$ までの開口量を用いたときのき裂先端の位置は $m=0$ の明線から $15 \mu\text{m}$ ほど前方となった。また常温におけるガラスの破壊靱性値は平面ひずみ状態に対して、 $K_{Ic}=0.75 \text{ MPam}^{1/2}$ 程度あり、本評価法による板厚内部における安定き裂進展中の応力拡大係数は約10%小さく評価された。

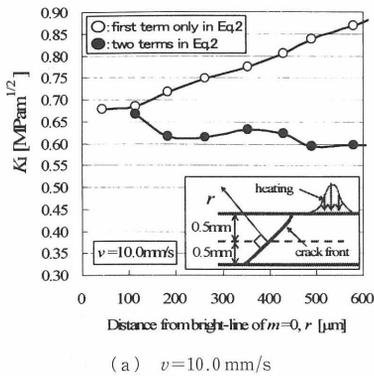
図7は $v=10.0 \text{ mm/s}$, 12.5 mm/s , 15.0 mm/s に

ついて、き裂先端近傍の開口量を式(2)の初項のみを用いて評価した板厚中央部付近から加熱面側にわたる K_I の板厚分布である。 K_I の板厚分布は $0.67 \text{ MPam}^{1/2} \sim 0.77 \text{ MPam}^{1/2}$ の範囲にあり、加熱面側に向かって若干の増加傾向にある。

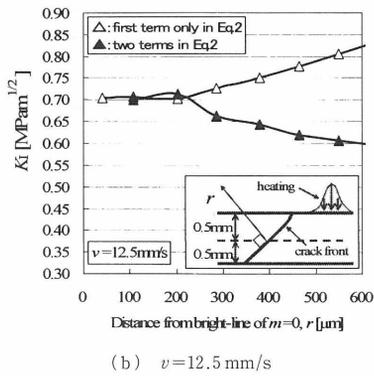
3. 有限要素法による熱応力解析

炭酸ガスレーザを熱源とした熱応力割断実験より、安定き裂進展中では板厚方向に応力拡大係数がほぼ一様分布するように、き裂先端形状が変化していると予

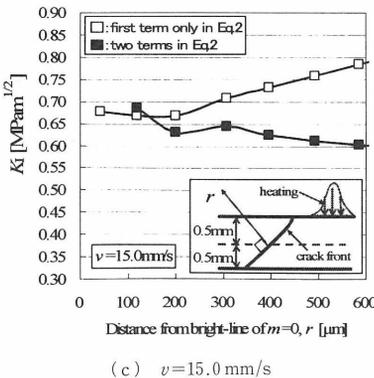
想できるので、有限要素法による三次元熱応力解析により確認した。解析モデルを図8に示す。実験での板長 300 mm とは異なるが、解析モデルの板長を 100 mm とした。同一の加熱条件の元、板幅 25 mm に対して板長が 100 mm 以上あれば、板長中央部付近にき裂先端があるときの応力拡大係数は、実験から得られた熱源とき裂先端の距離に対して、板長に関わらず、その差は 0.5% 以下であることを二次元有限要素解析により確認している。ガウス分布の加熱密度 $I [I=2 \exp(-0.32\phi^2)]$, ϕ は熱源中心からの距離を持つ直径 5 mm の円形熱源が $z=0$ 面上を、板幅 25 mm を等分割するように x 軸上を一定速度 v で、板長半分 $x=50 \text{ mm}$ まで移動した際の非定常温度場を計算し、熱源後方の x 軸上にき裂先端がある場合の熱応力特異場を計算した。き裂面は温度場の対称面上にあり、き裂面は断熱になっている。また自然放熱程度であれば、実験から得られた熱源とき裂先端の距離に対する K_I の差は 1% 以下であることを、板表面からの放熱の有無に対する二次元解析より確認しており、板表面からの放熱は無視した。解析では加熱条件として、表面発熱と体積発熱の2種類について、また板厚内のき裂先端形状として、表面に垂直な直線と実験から得られた曲線について計算した。この際、熱源中心線と板厚中央のき裂先端との距離 D を揃えた。また熱物性および材料物性の温度依存性は無視した。これにより応



(a) $v=10.0 \text{ mm/s}$



(b) $v=12.5 \text{ mm/s}$



(c) $v=15.0 \text{ mm/s}$

Fig. 6 Influence of evaluation range r to K_I estimation

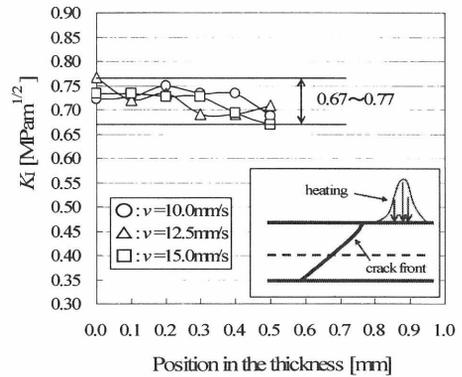


Fig. 7 Distribution of estimated K_I in the thickness

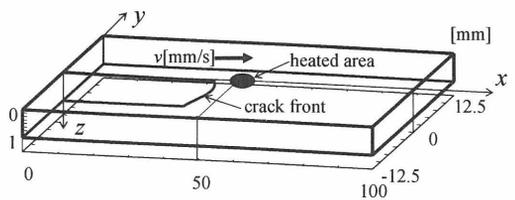


Fig. 8 Analytical model

力拡大係数と照射熱量は正比例する。因みにソーダガラスの熱拡散率の温度依存性を考慮すると、ガラスの熱容量が増加し、高温域ほど温度上昇量が抑制されるので、 K_I は小さめに評価される。

解析に用いた要素分割例を図9に示す。対称割断であるので、き裂面を対称面とした上半分を用いた。き裂先端を含む要素寸法は xy 平面に $0.5\text{ mm} \times 0.5\text{ mm}$ であり、 z 方向にはき裂先端形状に関らず、8等分し、 0.125 mm とし、加熱面側の表面と接する要素は、要素の側面が表面との交点で垂直に交わるように、側面の中間節点を配した。想定したき裂先端位置 $x=42\text{ mm}$ から $x=46\text{ mm}$ に対する xy 平面の要素は正方形とした。三次元解析における全要素数は4240、全節点数は20205である。

有限要素法における形状関数には20節点アイソパラメトリック要素を用い、き裂先端の応力拡大係数の評価点はき裂先端上にある各要素の中間節点である。実験から得られたき裂先端形状に関する応力拡大係数の算出にはき裂閉口積分法における零のき裂進展量によるエネルギー解放率を評価した方法⁽⁶⁾を用いた。本手法はき裂閉口積分法におけるき裂前縁前後の要素分割の制限を考慮する必要が無く、自由に要素分割できる。本手法を用いることで、任意き裂先端形状に対する応力拡大係数の分布を求めることができる。実験から得られたき裂先端形状には上記の算出方法を用いた。ただし、表面に垂直な直線き裂に対して、き裂閉口積分法と比べた場合、5%程度大きめに近似できていた。そこで、表面に垂直な直線き裂先端形状の解析には、き裂閉口積分法を用いて応力拡大係数を算出した。

4. 解析結果

表面発熱に対する結果を図10(a)、図10(b)に示

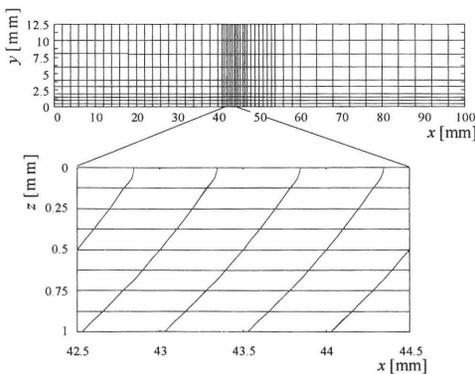
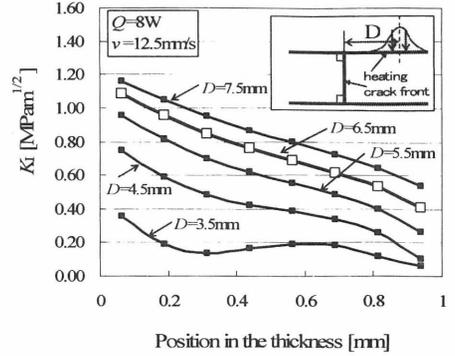
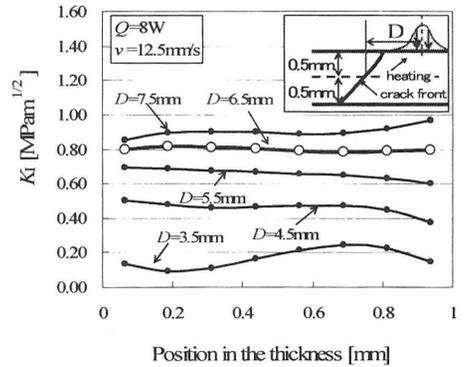


Fig. 9 Mesh division in case of $v=12.5\text{ mm/s}$

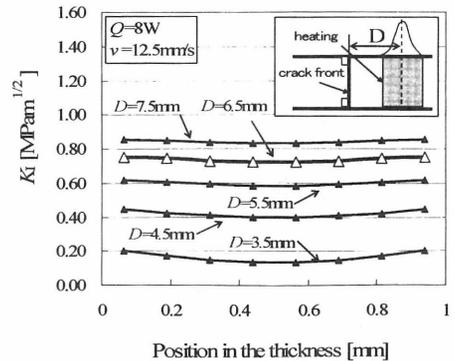
す。図10(a)は加熱量 $Q=8\text{ W}$ 、熱源移動速度 $v=12.5\text{ mm/s}$ のときの計算結果である。表面に垂直な直線き裂先端形状のときに、種々の熱源中心線と板厚中央のき裂先端の距離 D に対する K_I の板厚分布であ



(a) Straight crack front perpendicular to the surface, surface heating



(b) Experimentally observed curved crack front, surface heating



(c) Straight crack front perpendicular to the surface, volume heating

Fig. 10 K_I distributions for various crack front locations

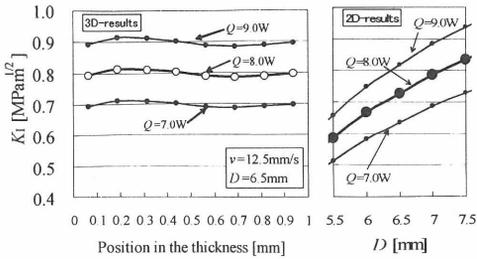


Fig. 11 Comparison of estimated K_I in 3D and 2D analyses

る。実験結果は $D=6.5$ mm であった。 $D=4.5$ mm から $D=7.5$ mm の範囲で、 D の増加に伴い、 K_I は板厚全域で増加し、 K_I の板厚分布は、常に加熱側面の K_I が最大となり、非加熱側面に向かって減少する分布となった。例えば、 $D=6.5$ mm における板厚中央の K_I は約 0.72 MPam^{1/2} であるが、 K_I が板厚中央の値となるように、板厚内に一様分布するとすれば、加熱側面のき裂先端位置は熱源に近づき、非加熱側面のき裂は逆に熱源から遠ざかる必要があり、き裂先端形状が K_I の板厚分布に大きく影響することがわかる。

次に、実験から得られた曲線き裂先端形状を用いて K_I の板厚分布を求めたものが図 10(b) であり、加熱条件は図 10(a) と同じである。図 10(a) の結果と同様に、 D の増加に伴い、 K_I のレベルは増加したが、 K_I の板厚分布が最も一様に近づくのは、 $K_I=0.80$ MPam^{1/2} と高めではあるが、 $D=6.5$ mm のときであり、実験結果との良い一致が見られた。

図 10(c) の体積発熱かつ表面に垂直な直線き裂先端形状に対する K_I の板厚分布である。板厚内にほぼ一様な K_I 分布となり、 $D=6.5$ mm にて、照射熱量 $Q=8$ W の元、板厚中央付近の応力拡大係数は 0.72 MPam^{1/2} となった。この場合は板厚方向に温度分布が生じないので、本解析結果は二次元解析により近似できる可能性がある。

図 11 は図 10(b) の割断実験を模擬した解析モデルと簡便モデルである二次元解析を比較したものである。図 11 に示した照射熱量は共に $Q=7.0$ W, 8.0 W, 9.0 W の 3 種類であり、 $Q=8.0$ W のとき、二次元解析における $D=6.5$ mm の応力拡大係数は 0.73 MPam^{1/2} となった。三次元解析の $D=6.5$ mm における K_I の板厚分布の平均値は 0.80 MPam^{1/2} であり、二次元解析よりも約 10% 大きくなった。この差は応力拡大係数の評価方法の違いやき裂先端形状の違いなどに起因しており、両者の差は実用的には許容し得る。これらの解析結果より、二次元解析のき裂先端位

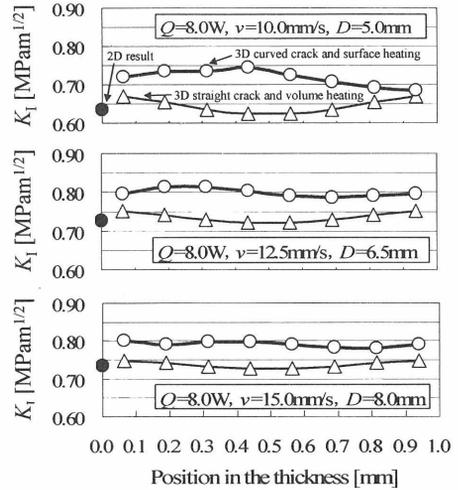


Fig. 12 Comparison of K_I distributions for different crack front shapes and heating methods

置として、板厚中央位置を用いても差し支えない。

図 12 は $Q=8.0$ W の照射条件の元、熱源移動速度 v と熱源中心線と板厚中央のき裂先端の距離 D の関係、 $v=10.0$ mm/s のとき、 $D=5.0$ mm、 $v=12.5$ mm/s のとき、 $D=6.5$ mm、 $v=15.0$ mm/s のとき、 $D=8.0$ mm の 3 種類について、二次元解析と三次元解析における体積発熱かつ表面に垂直な直線き裂先端形状、および表面発熱かつ実験から得られた曲線き裂先端形状の K_I の板厚分布をプロットしている。 v に関らず、二次元解析の K_I は、体積発熱に対する板厚中央付近の K_I とよく一致した。また割断可能な熱源移動速度の範囲で、熱源移動速度の上昇に伴い、表面発熱の K_I の板厚分布は体積発熱の K_I の板厚分布に近づいた。これは照射熱量一定の元、 v の増加に伴い、 D は増加し、板厚内の応力分布は熱源から遠ざかるほど、一様分布に近づくためである。割断上限速度の推定や加工条件の検討において、二次元解析は十分有効と考えられる。

5. 結 言

炭酸ガスレーザを熱源とした板厚 1 mm のソーダガラスの熱応力割断において、き裂進展中のき裂先端形状のその場観察を行い、応力拡大係数の板厚分布を評価し、以下の結論を得た。

(1) 板厚内で、き裂先端はき裂進展方向に傾斜する。これは炭酸ガスレーザのガラスに対する吸収特性が表面発熱のためである。

(2) 安定き裂進展中では、応力拡大係数が一様と

なるようなき裂先端形状をしている。

(3) き裂先端から 100 μm 程度までのき裂開口形状は応力拡大係数でよく近似できる。

(4) 板厚中央部のき裂先端位置を用いた二次元解析は、炭酸ガスレーザーによるソーダガラスの熱応力割断の三次元解析の近似解として有効である。

文 献

- (1) Imai, Y., Morita, H., Takase, T. and Koga, H., Possibility of Employing Thermal Stresses as a Cutting Device for Brittle Materials, *Journal of Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 55, No. 509 (1989), pp. 147-151.
- (2) Morita, H. and Imai, Y., Crack Extension Induced by Thermal Stresses Associated with Uniform Heating in a Circle, *Journal of Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 56, No. 524 (1990), pp. 850-855.
- (3) Imai, Y., Morita, H. and Takase, T., Stress Intensity Factor for a Semi-Infinite Crack Heated by a Moving Source of Heat, *Journal of Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 56, No. 524 (1990), pp. 850-855.
- (4) User's Manual, *Adobe Photoshop 7.0*, (2004), p. 58, Adobe systems.
- (5) Sasaki, K., Kawata, S. and Minami, S., *Interface*, (1983-2), p. 276, CQ Publishing.
- (6) Imai, Y., Saimoto, A. and Motomura, F., Estimation of Energy Release Rate for Zero Crack Extension in the Virtual Crack Closure Integral Method, *Journal of Japan Society of Mechanical Engineers, Series A*, Vol. 72, No. 719 (2005), pp. 37-42.