

歯打ちの基礎的研究*

(かみ合い剛性変動と駆動トルクの高次成分の影響)

吉武 裕^{*1}, 濱野 崇^{*2}, 田村 尋徳^{*3}
原田 晃^{*4}, 小林 敦^{*5}

Fundamental Research on Gear Rattle (Effects of Mesh Stiffness Variation and Higher Harmonics of Driving Torque)

Yutaka YOSHITAKE^{*6}, Takashi HAMANO, Hironori TAMURA,
Akira HARADA and Atushi KOBAYASHI

^{*6} Graduate School of Science and Technology, Nagasaki University,
1-14 Bunkyo-machi, Nagasaki-shi, Nagasaki, 852-8521 Japan

Introducing the mesh stiffness variation and higher harmonics of driving torque into the equation of motion of one pair of helical gear system, the effects of the mesh stiffness variation, the ratio of static torque to dynamic one and higher harmonics of driving torque on the rattle are studied by numerical analysis. As a result, the followings were made clear. (1) Because of interaction of dynamic torque and mesh stiffness variation, resonance occurs in low frequency region. (2) The ratio of static torque to dynamic one influences the occurrence of higher harmonic resonance. (3) When the dynamic torque is larger than the static one, vibration with larger amplitude than that of fundamental resonance occurs in extremely low frequency. (4) The acceleration amplitude of resonance at low frequency, and that of higher harmonic resonance are large enough and comparable to the amplitude of main resonance. (5) By the interaction of 1st harmonics and higher harmonics of driving torque, amplitudes of higher harmonic resonances become large. (6) When the higher harmonics exist in torque variation, region of chaos generation becomes wide.

Key Words: Gear Rattle, Nonlinear Vibration, Parametric Excitation, Forced Vibration, Higher Harmonic Resonance, Chaos

1. 緒 言

車の変速機に発生する振動として、走行中に発生する歯車のかみ合い振動 (Gear Noise) やアイドル時発生する歯打ち振動 (Rattle) がある。かみ合い振動は主に一定トルクと歯形誤差が原因で発生するが、歯打ち振動は一定トルクが小さいためにエンジンのトルク変動が原因で歯面分離が発生することによって発生する。また、歯車はかみ合いの進行とともにかみ合う歯の枚数が変わるため、かみ合いの周期で剛性が変動する。かみ合い振動の研究ではこのかみ合い剛性変動を考慮し、歯面分離を考慮したもの^{(1)~(3)}も多いが、歯打ち振動の研究では歯面の接触と分離を表すがた特性の非線形効果^{(4)~(9)}や衝撃力^{(10), (11)}を調べたものが多く、

かみ合い剛性変動を考慮したものは著者らの知る限りない。よって、歯打ち振動において、一定トルクと変動トルク (強制力)、およびかみ合い剛性変動 (係数励振) の間の相互作用の有無などは不明である。

そこで、変速機の歯打ち現象の基礎的研究として、一對のはずば歯車系を対象に、従来考慮されていなかったかみ合い剛性変動を考慮した数値解析を行い、その振動特性を調べ、かみ合い剛性変動と駆動トルクとの間の相互作用の有無を検証する。また、実際の駆動系で存在するトルク変動の高次の振動数成分の影響についても調べる。

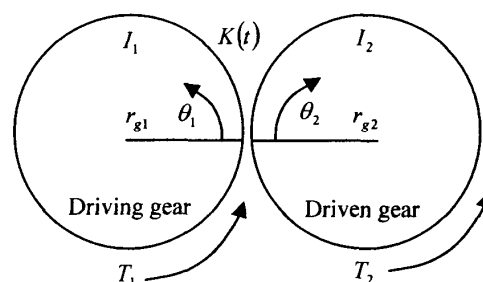


Fig.1 Helical gear system

* 原稿受付 2008年4月21日.

^{*1} 正員, 長崎大学大学院生産科学研究科 (〒852-8521 長崎市文教町1-14).

^{*2} (株)愛知機械工業 (〒456-8601 名古屋市熱田区川並12).

^{*3} 学生員, 長崎大学大学院生産科学研究科.

^{*4} 正員, 長崎大学工学部.

^{*5} (株)日産自動車 (〒243-0192 厚木市岡津古久560-2).

E-mail: yoshitak@nagasaki-u.ac.jp

2. 歯打ち振動系の基礎モデル

2.1 基礎モデル 本研究ではかみ合い剛性変動として、単なる調和関数でなく、梅澤⁽¹²⁾が提案しているはずば歯車の歯剛性の式を用いることにより、はずば歯車を対象とする。よって、基礎モデルとして、図1に示す一定トルクと変動トルクが作用する1対のはずば歯車系を扱う。

2.2 運動方程式の導出 図1に示す1対のはずば歯車系について、回転方向の運動のみを考慮すると運動方程式は次式のようになる。

$$I_1 \ddot{\theta}_1 = T_1 - M_1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 = M_2 - T_2 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、添字 $i=1$ と $i=2$ をそれぞれ駆動歯車と被動歯車として、

- I_i : 歯車の慣性モーメント
- θ_i : 歯車の角変位
- M_i : 歯車の歯面に働く力によるモーメント
- T_1 : 駆動トルク
- T_2 : 負荷トルク

である。モーメント M_1, M_2 は次式のようになる。

$$M_1 = K(t)g_0(\theta_1, \theta_2)r_{g1} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$M_2 = K(t)g_0(\theta_1, \theta_2)r_{g2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$g_0(\theta_1, \theta_2) = \begin{cases} r_{g1}\theta_1 - r_{g2}\theta_2 - \delta, & (r_{g1}\theta_1 - r_{g2}\theta_2 \geq \delta) \\ 0, & (|r_{g1}\theta_1 - r_{g2}\theta_2| \leq \delta) \\ r_{g1}\theta_1 - r_{g2}\theta_2 + \delta, & (r_{g1}\theta_1 - r_{g2}\theta_2 \leq -\delta) \end{cases} \quad \dots\dots(5)$$

ここに、 $i=1,2$ として

- $K(t)$: 歯車のかみ合い剛性
- r_{gi} : 歯車の基礎円半径
- $g_0(\theta_1, \theta_2)$: バックラッシによるがた関数

したがって式(1)~(4)から次式を得る。

$$I_1 \ddot{\theta}_1 = T_1 - K(t)g_0(\theta_1, \theta_2)r_{g1} \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 = -T_2 + K(t)g_0(\theta_1, \theta_2)r_{g2} \quad \dots\dots\dots (7)$$

さらに次のように置く。

$$x_i = r_{gi}\theta_i, \quad m_i = I_i/r_{gi}^2, \quad W(t) = T_i/r_{gi} \quad (i=1,2) \quad \dots\dots(8)$$

ここに、 m_i は歯車の等価質量である。

以上から、角変位に関する運動方程式(6), (7)を並進座標系に変換することにより次式を得る。

$$m_1 \ddot{x}_1 + K(t)G_0(x) = W(t) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - K(t)G_0(x) = -W(t) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $G_0(x)$ はバックラッシによるがた関数を相対変

位 $x = x_1 - x_2$ とがた (バックラッシの半分の値) δ で表したものであり、次式のように定義される。

$$G_0(x) = \begin{cases} x - \delta, & (x \geq \delta) \\ 0, & (|x| \leq \delta) \\ x + \delta, & (x \leq -\delta) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (11)$$

次に、相対変位 x と歯車対の作用線上に換算した等価質量 m を次式のように定義する。

$$m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

式(9), (10)から相対変位 x に関する次の運動方程式を得る。

$$m \ddot{x} + K(t)G_0(x) = W(t) \quad \dots\dots\dots (13)$$

さらに粘性減衰を考慮すると次式となる。

$$m \ddot{x} + c\dot{x} + K(t)G_0(x) = W(t) \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$c = 2\gamma\sqrt{m\bar{K}}, \quad \bar{K} = \frac{1}{t_z} \int_0^{t_z} K(t)dt \quad \dots\dots (15)$$

ここに、 t_z をかみあい周期として、 \bar{K} はかみ合い剛性変動の平均値であり、 γ は減衰比である。

式(14)をがた δ で無次元化すると無次元の運動方程式は次式となる。

$$\xi'' + 2\gamma\xi' + k(\tau)F(\xi) = P(\tau) \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$F(\xi) = \begin{cases} \xi - 1, & (\xi \geq 1) \\ 0, & (|\xi| \leq 1) \\ \xi + 1, & (\xi \leq -1) \end{cases}, \quad k(\tau) = K(t)/\bar{K} \quad \dots\dots(17)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{x}{\delta}, \quad \tau = \omega_n t, \quad ' = \frac{d}{d\tau} \\ \omega_n^2 &= \frac{\bar{K}}{m}, \quad P(\tau) = \frac{W(t)}{K\delta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

2.3 はずば歯車のかみ合い剛性 はずば歯車のかみ合い剛性として梅澤⁽¹²⁾が提案した次式を用いる。

$$K(X) = K_p \exp(C_a |X|^3) \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここに、

$$X = \frac{t - (\varepsilon t_z)/2}{(\varepsilon_a t_z / 2m_n) \times H} = \frac{t - (\varepsilon t_z)/2}{1.125 \times \varepsilon_a t_z} \quad \dots\dots (20)$$

$$C_a = 0.322 \times (\beta_0 - 5) + [0.23 \times (b/H) - 23.26] \quad \dots\dots(21)$$

$$K_p = \frac{[-0.166 \times (b/H) + 0.08](\beta_0 - 5) + 44.5}{H/b \cdot 1/m_n} \times 10^6 \quad \dots\dots(22)$$

であり、上式の各変数は以下のように定義されている。

- X : 図2に示す等価作用線 $A'E'$ 上のかみあい位置の座標
- C_a : 係数
- K_p : はすばラック対のピッチ点でのばね剛性 (N/ μ m)
- $\epsilon_a t_z$: 正面かみあい長さに相当する時間(s)
- ϵ_a : 正面かみあい率
- ϵ_β : 重なりかみあい率
- m_n : 歯直角モジュール(mm)
- t : 等価作用線上のかみあい始めからかみ合い終わりまでの任意の時間(s)
- ϵt_z : はすば歯車対の全かみあい長さに相当する時間(s)
- ϵ : はすば歯車の全かみあい率 $\epsilon = \epsilon_a + \epsilon_\beta$
- β_0 : 基準ピッチ円筒上のねじれ角(deg)
- b/H : 歯幅と標準歯丈の比

図3は隣り合う3対の歯のかみあい1周期中のかみあい剛性とそれらを合成したものの一例である。ここに、用いた歯車の諸元を表1に示している。全かみあい率 ϵ を2.583としている。図中の破線、点線、細実線がそれぞれ1枚目、2枚目、3枚目の歯のかみあい剛性を表しており、実太線が隣り合う3対の歯のかみあい剛性を合成したものとなる。

平均値を1とした無次元かみあい剛性 $k(\tau)$ は、

$$k(\tau) = \frac{K(t)}{\bar{K}} = \frac{\sum_{i=1}^3 K_i(t)}{\frac{1}{\epsilon t_z} \int_0^{\epsilon t_z} \sum_{i=1}^3 K_i(t) dt} \dots\dots\dots (23)$$

と表される。

2.4 トルク変動について 4気筒エンジンの場合、トルク変動はクランクシャフト1/2回転の成分が

支配的であるが、高次成分を多く含む^{(4), (13)}。そこで、このクランクシャフト1/2回転の成分のみを考慮した場合と、その2次、3次成分まで考慮した場合のトルク⁽¹³⁾をそれぞれ次式で仮定する。

$$T_1(t) = T_0 + T_a \sin \omega t \dots\dots\dots (24)$$

$$T_1(t) = T_0 + T_b (\sin \omega t + 0.50 \sin 2\omega t + 0.25 \sin 3\omega t) \dots\dots\dots (25)$$

ここに、 T_0 は静的トルクであり、式(24)と式(25)の振幅が同じになるように T_a と T_b の比($T_b/T_a = 4/7$)を決めている。

また、歯車の剛性変動の角振動数 Ω とトルク変動の角振動数 ω の関係は、歯数を Z として次式のようになる。

$$\Omega = \omega Z/2 \dots\dots\dots (26)$$

3. 数値解析手法

本研究では数値積分とニュートン法を組み合わせることで周期解を効率よく求める手法であるシューティング法を用いて共振曲線を求める。

3.1 状態方程式 運動方程式(16)を1階の連立常微分方程式に変形すると、次式のような状態方程式で表される。

$$\frac{dy}{dt} = f(y, t) \dots\dots\dots (27)$$

$$y = (\xi, \xi'), f = (f_1, f_2) \dots\dots\dots (28)$$

式(27)に微小変分 η を導入すると次の変分方程式を得る。

Table 1 Parameters of helical gear

	Driven	Driving
Number of teeth	38	38
Module	2(mm)	
Helix angle	30(deg)	
Base circle diameter	82.465(mm)	
Pitch diameter	87.757(mm)	
Pressure angle	20(deg)	
Face width	15(mm)	
Whole depth	4.5(mm)	
Total contact ratio	2.583	
Average of mesh stiffness	2.4955×10^8 (N/m)	
Backlash	0.15(mm)	

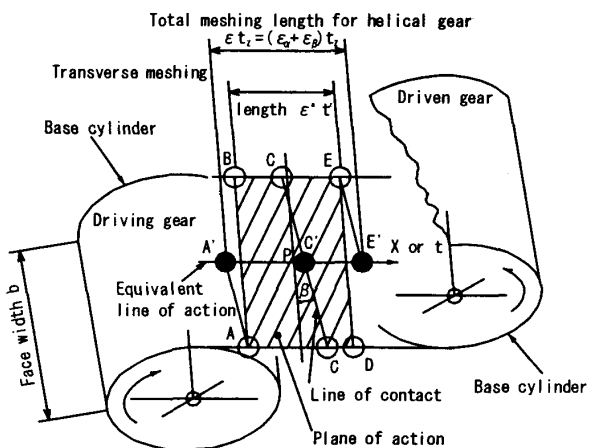


Fig.2 The plane and equivalent line of action for helical gears⁽²⁾⁽¹⁰⁾

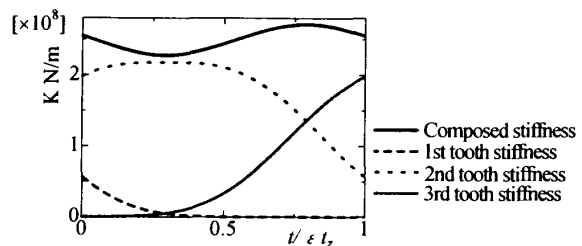


Fig.3 Composition of mesh stiffness

$$\frac{d\eta}{dt} = A(y)\eta \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$\eta = (\eta_1, \eta_2), \quad A(y) = \frac{\partial f(y, t)}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (30)$$

3.2 周期解の導出 解の周期条件は次式となる.

$$y_1 - y_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (31)$$

$t = 0$ で仮定した初期値 y_0 から、一周期数値積分を行うことにより y_1 が求まることを考えれば、 y_1 は y_0 の関数である。したがって、 $y_1(y_0)$ とおけば、式(31)は次式となる。

$$y_1(y_0) - y_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (32)$$

式(31)にニュートン法を適用すると次式を得る。

$$(B - I_n)\tilde{y}_0 = -(y_1 - y_0) \quad \dots\dots\dots (33)$$

ここに、 B は状態遷移行列と呼ばれ、単位マトリクスを形成する各列を初期値として、変分方程式を1周期数値積分した解を列方向に並べることにより求まる。

式(33)を解くことにより、補正量 \tilde{y}_0 を求め、 $y_0 + \tilde{y}_0$ を新しい初期値として $|y_1 - y_0|$ が収束条件より小さくなるまで繰り返す。周期解に収束したときの状態遷移行列 B の固有値を求めることにより、解の安定判別を行う。すなわち、求まったすべての固有値の絶対値が1よりも小ならば得られた周期解は安定となる。

4. 数値解析結果

4.1 かみ合い剛性変動の影響 現在まで、歯打ちの研究においては、もっぱらバックラッシュ、すなわち、がたの影響が調べられている⁽⁴⁾⁻⁽⁶⁾。また、より実際的な研究として摩擦とバイリニアの復元力特性を用いた歯打ちの防止の研究が多く行われている⁽⁷⁾⁻⁽⁹⁾が、そこでもかみ合い剛性変動による係数励振の効果は明らかにされていない。

そこで本節では、1対のはずば歯車系を対象に、梅澤のかみ合い剛性の近似式を用いて、数値解析により、剛性変動が歯打ち現象に及ぼす影響を明らかにする。本論文では、減衰比として $\gamma = 0.05$ ⁽¹⁴⁾を用いる。

図4の(a), (b), (c)に予め歯打ち振動のタイプを示しておく。図4(a)は歯が常に接触しながら回転している

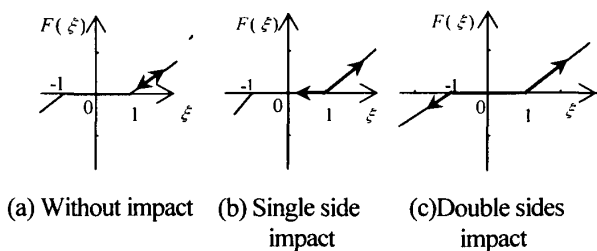


Fig.4 Types of rattle

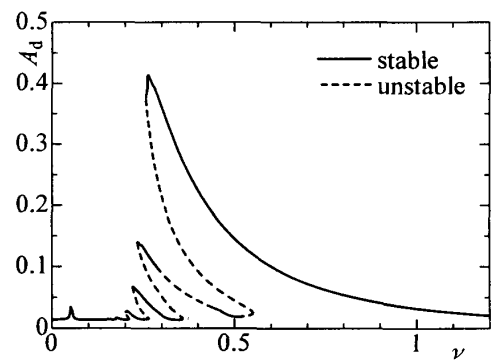
状態、図4(b)は片面での歯打ち現象、図4(c)は歯の両面での歯打ち現象を示している。

横軸を変動トルクの角振動数 ω と固有角振動数 ω_n の比 ν 、縦軸を無次元変位振幅 A_d とした共振曲線を図5に示す。図5(a)はかみ合い剛性変動を考慮したもの、図5(b)はそれを考慮していないものである。両図共に一定トルク T_0 と変動トルク振幅 T_a をそれぞれ 10Nm, 10Nm としている。(それらの無次元値は $P_0 = P_1 = 0.012958$)ここに、振幅は $(\xi_{max} - \xi_{min})/2$ で計算し、実線は安定解を、破線は不安定解を示している。なお、周期倍分岐による分数調波振動は図に示していない。

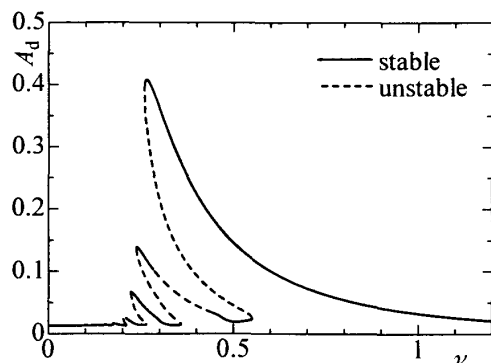
図5では左へ大きく傾く主共振だけでなく、 $\nu \approx 1/2, 1/3, 1/4$ から立ち上がり、同様に左に傾く高調波共振が見られる。一般的に歯車振動においては、歯面分離が発生するとこのような高調波共振が発生する⁽³⁾。

このように各共振曲線は全体的に左に大きく傾いたソフトスプリングの形をしているのは、図4のがた特性で示す片面での歯打ちの解が生じているためである。このソフトスプリングタイプの共振曲線の特徴から振動数の増減により履歴現象が生じ、振動数を減少させるときのみ各共振点に到達することから、減速時に発生するタイプの歯打ちに対応すると思われる。

図5(a)と(b)を比較すると、かみ合い剛性変動による係数励振を考慮した図5(a)では $\nu \approx 0.052$ で小さなピー



(a) With mesh stiffness variation



(b) Without mesh stiffness variation

Fig.5 Resonance curve (Amplitude of displacement)

クが存在するのに対し、かみ合い剛性変動による係数励振を考慮していない図5(b)では存在しないことがわかる。よって、この振動はかみ合い剛性変動の影響により発生したと言える。これ以外では、両者の差はほとんどみられない。

次に無次元加速度振幅 (A_a とする) を縦軸にとった共振曲線を図6に示す。また、代表的な波形として、主共振, 2倍の高調波振動の振動波形をそれぞれ図7(a), (b)に示している。図7では変位波形と加速度波形をそれぞれ上段と下段に示している。図6の加速度振幅の共振曲線と図5の変位振幅の共振曲線を比較すると、図5では主共振や高調波共振に比較してかなり小さな

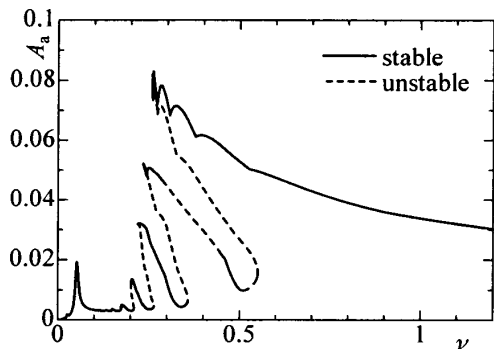
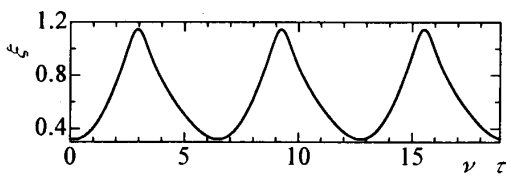
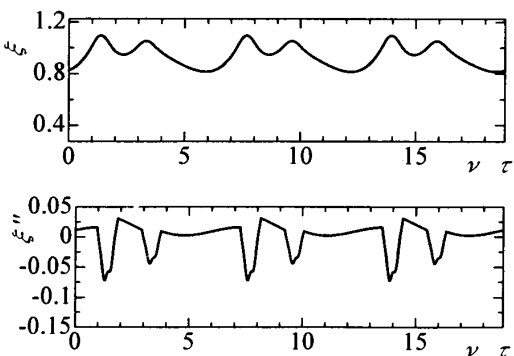


Fig.6 Resonance curve (Amplitude of acceleration)
(With mesh stiffness variation)



(a) Harmonic vibration ($\nu=0.267$)



(b) 2nd higher-harmonic vibration ($\nu=0.236$)

Fig.7 Waveforms

値であった $\nu \approx 0.052$ のピークが、図6の加速度振幅では比較できるくらいに大きくなっている。また、図6では高調波共振も図5の変位振幅の共振曲線よりも強調されている。これは図7(b)に示すように、そもそも高調波共振が強制力の振動数のほぼ整数倍である固有振動数成分を多く持つことによる。歯打ちが騒音問題であり、変位振幅よりも速度振幅や加速度振幅に注目しなければならないことを考えると、図6のこのような特徴は注意する必要がある。

次に、 $\nu \approx 0.052$ のピークについて考察する。 $\nu = \omega/\omega_n \approx 0.052$ と式(26)の $\Omega = \omega Z/2$ より、 $\Omega/\omega_n = \omega/\omega_n \cdot Z/2 \approx 0.052 \cdot 38/2 \approx 1$ となり、かみ合い角振動数 Ω が固有角振動数 ω_n にほぼ等しいということがわかる。これはいわゆるギヤノイズの条件である。ただし、ここでは歯形誤差は考慮していないので、一定トルクとかみ合い剛性変動のみにより発生するギヤノイズということになるが、これに対するトルク変動の影響を考えてみる。 $\nu = 0.052$ 付近の領域について、一定トルクは常に作用しているとし、変動トルクのみ存在する場合、かみ合い剛性変動のみ存在する場合、両方が存在する場合の3つの場合の共振曲線を図8にそれぞれ点線、破線、実線で示している。図から、変動トルク単独、あるいはかみ合い剛性単独で存在する場合は、それらの振幅はいずれも小さいが、両方が存在するときの振幅は、それらの振幅の重ね合わせよりも大きな振幅になっていることがわかる。したがって、このピークは振動数間の関係としてギヤノイズの条件で発生しているものの、変動トルクとかみ合い剛性変動の相互作用の結果、ある程度の大きさとして発生していると言える。

このことを、振動波形を比較して示す。図9に $\nu = 0.052$ における変位振動波形を示している。ここに、一定トルクはいずれも作用しており、図9(a)はかみ合い剛性変動とトルク変動がいずれも存在する場合で、図9(b)はかみ合い剛性変動を考慮せず、トルク変動の

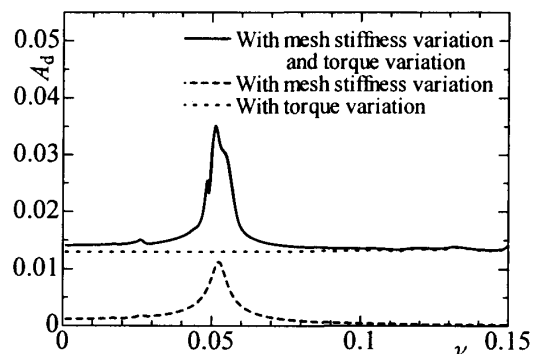
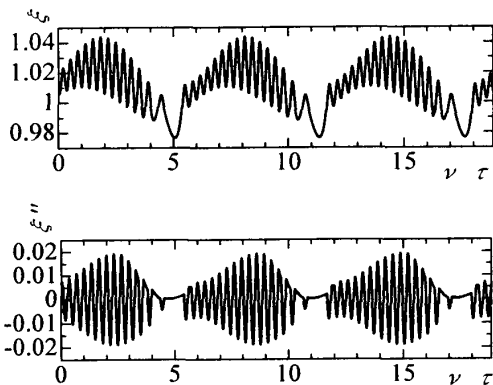


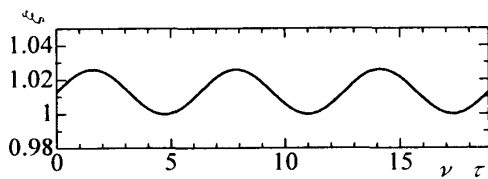
Fig.8 Magnified resonance curves

みが存在する場合であり、図9(c)は変動トルクがなく、かみ合い剛性変動のみ存在する場合である。これらの図から、変動トルクとかみ合い剛性変動の相互作用の結果、歯打ちが発生しているとわかる。なお、図9(a)に示した波形からわかるように、この振動はほぼ固有振動数と同じ高い振動数であるかみ合い剛性変動の振動数成分を多く持つため、共振曲線では加速度の振幅が変位の振幅よりも強調されたのである。

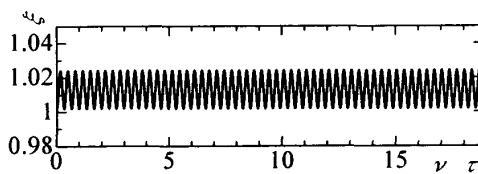
次に、図5(a)と同じパラメータを用いて計算した分岐線図を図10に示す。ここに、縦軸をトルク変動の位



(a) With mesh stiffness variation and torque variation



(b) With torque variation



(c) With mesh stiffness variation
Fig.9 Waveforms ($\nu=0.052$)

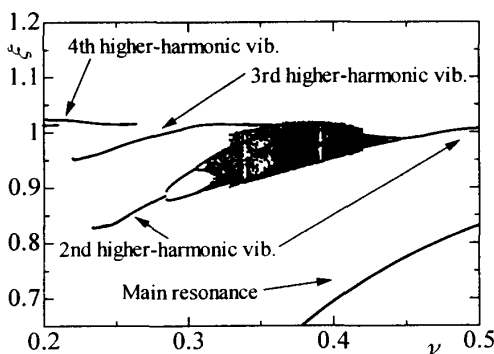
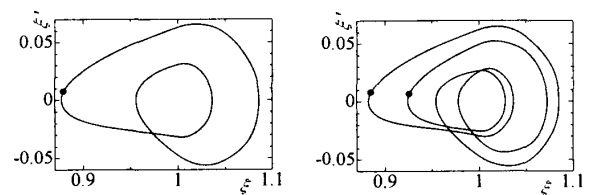


Fig.10 Bifurcation diagram

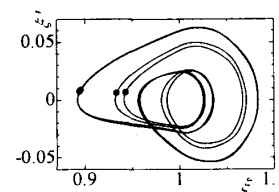
相が零の瞬間の無次元変位 ξ の値としている。また、代表的な位相平面とポアンカレ断面を図11に示している。図5(a)と図10の分岐線図からわかるように、2倍の高調波振動の不安定解が存在する領域で、カオスが発生することがわかる。このように歯打ちではカオスが発生するのが特徴である。図10, 11からわかるようにカオスへのルートは周期倍分岐である。図10において、振動数比 $\nu=0.31092$ における2/128次超分数調波振動(2倍の高調波振動から周期倍分岐を繰返した1/128次数調波振動)の時のリアプノフ指数は $\rho_1=-0.16081$, $\rho_2=-0.16082$ であった。一方、振動数比 $\nu=0.31093$ では $\rho_1=0.15955$, $\rho_2=-0.48116$ となり、カオスと判定できる。

4.2 変動トルク振幅の影響 本節では、一定トルクと変動トルク振幅の比に着目して、数値解析を行う。一定トルク T_0 と変動トルク振幅 T_a の値をそれぞれ10 Nm, 12 Nmとしたときの共振曲線を図12に示す(それらの無次元値は $P_0=0.012958$, $P_1=0.015550$)。図12(a)は縦軸が無次元変位振幅、図12(b)は縦軸が無次元加速度振幅である。各パラメータは表1のとおりである。図12(a),(b)と図5(a), 図6をそれぞれ比較すると、変動トルク振幅が大きくなると、全体的に振幅が大きくなっている。また、各高調波振動も変動トルク振幅が大きくなると、その振幅が大きくなっている。ここでの最大の特徴は図12(a)において $\nu=0.009$ に主共振振幅以上の振幅が現われることである。このときの変位波形と加速度波形を図13に示している。図から両歯打ちであることがわかる。また、多くの高調波振動が発生し、共振曲線は低振動数の領域において複雑な形を示している。これは一定トルクよりも変動トルク振幅

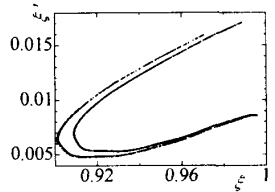


(a) 2nd higher-harmonic vib. ($\nu=0.28$)

(b) 2/2-ultra-subharmonic vib. ($\nu=0.30$)



(c) 2/4-ultra-subharmonic vib. ($\nu=0.31$)



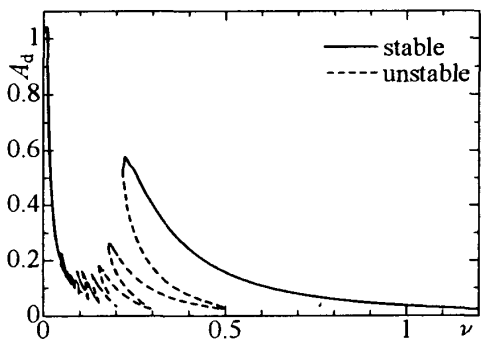
(d) Chaos ($\nu=0.33$)

Fig.11 Phase planes and Poincaré section

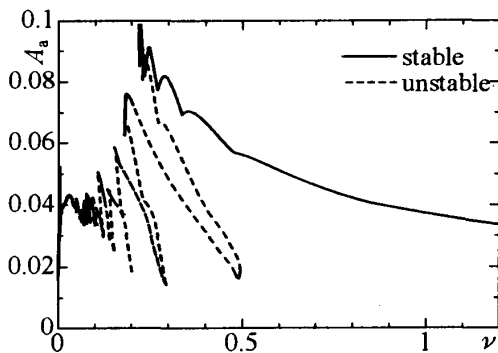
の方が大きいときに起きる特別な現象である。このように一定トルクと変動トルク振幅の大小関係は振動現象に大きく影響することがわかる。図 12(b)から、低振動数域における加速度レベルが図 6 の $P_1=P_0$ のときに比較してずっと大きくなっていることがわかる。

4.3 トルク変動の高次成分の影響 本節では、トルク変動に高次成分を含む場合の数値解析を行なう。一定トルク T_0 と変動トルク振幅の値を等しく 10 Nm としたときの共振曲線を図 14 に示す。図 14(a) と図 5(a) を比較すると図 14(a) の方が、主共振振幅が小さくなっている。これは、両者の変動トルク振幅の値は変わらないものの、前者は 1 次、2 次、3 次成分を合成したト

ルク変動であるため、主共振部に最も影響が大きい変動トルクの 1 次成分の振幅が小さいためである。一方、図 14(a) の $\nu \approx 0.211$ にピークをもつ 3 倍の高調波共振と $\nu \approx 0.197$ にピークをもつ 4 倍の高調波共振は図 5(a) の対応する高調波共振より共振振幅が大きくなっている。これは、トルク変動の 1 次成分による 3 倍の高調波共振とトルク変動の 3 次成分による主共振が共存するために、図 5(a) のトルク変動の 1 次成分のみによる 3 倍の高調波共振よりも振幅が大きくなったためと考えられる。また、この 3 倍の高調波共振部はトルク変動の高次成分を考慮しなかった場合と比べ、解の不安定領域が広がっていることがわかる。図 14(a) の $\nu \approx 0.197$ のピークはトルク変動の 1 次成分による 4 倍の高調波共振とトルク変動の 2 次成分による 2 倍の高調波共振の共存により図 5(a) よりも大きな共振振幅となったと考えられる。さらに、5 倍より高次の高調波共振においてはトルク変動の高次成分を考慮した方が共振振幅が大きくなっている。このように、低振動数域において、トルク変動の高次成分が大きく影響を与えている。一方、かみ合い剛性変動の係数励振による影響のピークである $\nu = 0.052$ 付近では逆にトルク変動の高次成分を考慮した場合の振幅のピークが約 15% 小さくなっている。この $\nu = 0.052$ の変位波形と加速度波形を図 15 に示す。トルク変動の 1 次成分のみ考慮した図 9(a) と図 15 を比較すると、歯面分離時の変位が小さ



(a) Amplitude of displacement



(b) Amplitude of acceleration

Fig. 12 Resonance curve

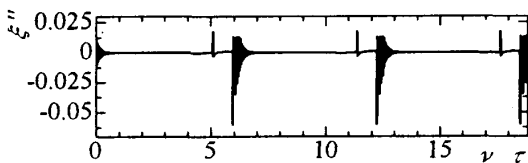
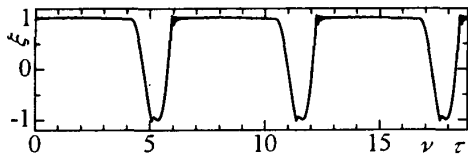
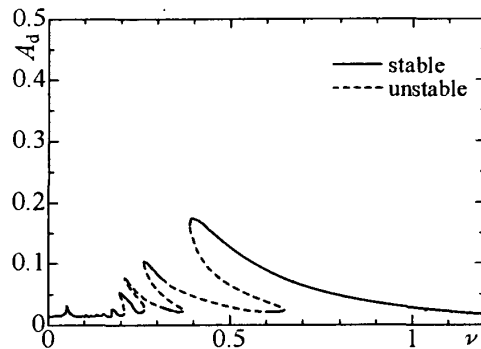
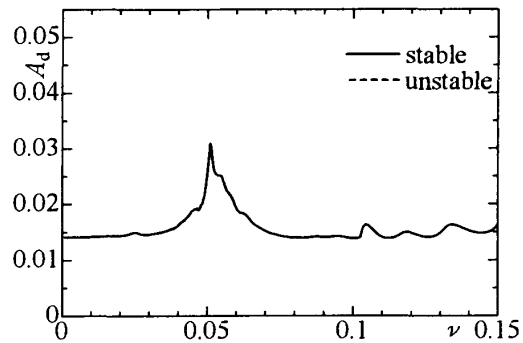


Fig. 13 Waveforms ($\nu = 0.009$)



(a) Amplitude of displacement



(b) Magnified resonance curves

Fig. 14 Resonance curve

くなっていることがわかる。また、加速度振幅も小さくなっている。図15では、図9(a)に比較してトルク変動の1次成分が小さくなったことが原因と推察できる。

図16に図10に対応する分岐線図を示す。図14(a)で不安定領域が広い3倍の高調波振動とそれが分岐した解が存在する領域では、図10のトルク変動の高次成分がない場合に比較してカオスの領域が広いことがわかる。

5. 結 言

1対のはずば歯車系について、かみ合い剛性変動の有無、一定トルクと変動トルク振幅の比、および変動トルクの高次成分が歯打ちに及ぼす影響について数値解析より調べた結果は次のようにまとめられる。

- (1) 変動トルクとかみ合い剛性変動の相互作用の結果、低振動数域に共振ピークが発生する。
- (2) 一定トルクに対する変動トルク振幅の比が、高調波振動の発生に影響を及ぼす。
- (3) 変動トルク振幅が一定トルクよりも大きくなると、極めて低い角振動数域で主共振振幅以上の振幅をもつ振動が発生する。

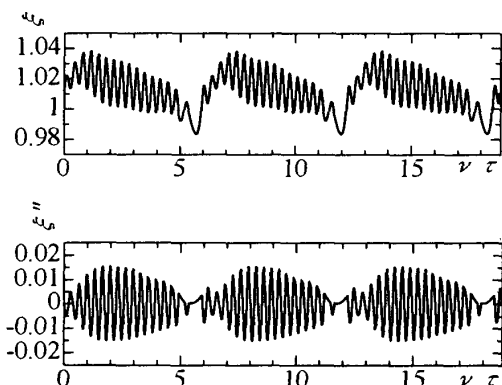


Fig.15 Waveforms

(With higher harmonics of driving torque, $\nu = 0.052$)

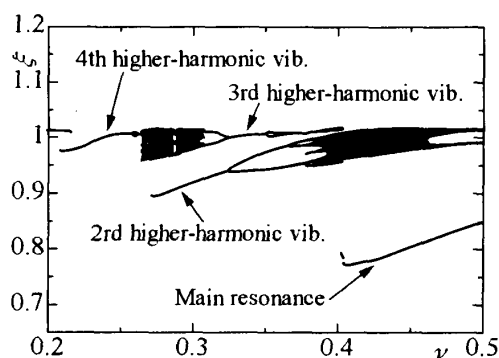


Fig.16 Bifurcation diagram

(With higher harmonics of driving torque)

- (4) (1)で述べた低振動数域の共振ピークや高調波共振は加速度振幅としては大きな値をもつ。
- (5) トルク変動の1次成分と高次成分による高調波共振あるいは共振との相互作用のため、それらの高調波共振振幅が大きくなる。
- (6) 変動トルクに高次成分を含む場合、カオスの発生領域が広がる。

最後に、数値計算の協力をいただいた小柳一馬氏 [現：アイシン精機]、鳥飼敬之氏 [現：東芝 LSI ソリューションパッケージ]、濱田知宏氏 [現：長崎大学大学院] に謝意を表す。

文 献

- (1) Aida, T., *et al.*, Research on Gear Vibration and Noise (5th report, Characteristic of Rotational Vibration), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.35, No.278 (1969), pp.2113-2119.
- (2) Cai, Y., Simulation on the Rotational Vibration of Helical Gears Considered Tooth Separation : (1st Report, A New Stiffness Function of Helical Involute Tooth Pair), *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, Vol. 62, No.594 (1996), pp.705-712.
- (3) Ma, Q. and Kahraman, A., Period-one Motions of a Mechanical Oscillator with Periodically Time-varying Piecewise-nonlinear Stiffness, *Journal of Sound and Vibration*, 284(2005), pp.893-914.
- (4) Singh, R., Xie, H. and Comparin, R. J., Analysis of Automotive Neutral Gear Rattle, *Journal of Sound and Vibration*, 131(2) (1989), pp.177-196.
- (5) Kahraman, A. and Singh, R., Non-linear Dynamics of a Spur Gear Pair, *J. Sound and Vib.* 142(1) (1990), pp.49-75.
- (6) Padmanabhan, C. and Singh, R., Spectral Coupling Issues in a Two-degree-of-freedom System with Clearance Nonlinearities, *Journal of Sound and Vibration*, 155(2) (1992), pp.209-230.
- (7) Hagiwara, F., Non-linear Torsional Vibration Analysis of Heavy Traffic Drive System, *Technical review of Hino Motors, Ltd.*, 31(1983), pp.38-45.
- (8) Chikatan, Y. and Suehiro, A., Reduction of Idling Rattle Noise in Trucks, SAE911044, (1991), pp.49-56.
- (9) Yahata, S. and Umemoto, O., Subharmonic Oscillation and Idling Rattle of Manual Transmission, *Transactions of Society of Automotive Engineers of Japan*, 35(1)(2004), pp.153-158.
- (10) Tobe, T. and Takatsu, N., Dynamic loads on spur gear teeth caused by teeth impact, *Bull. JSME*, 16 (1973), pp.1031-1037.
- (11) Yamamoto, S. *et al.*, A study on lateral impact of Timoshenko beam, *Computational Mechanics*, 6(1990), pp.101-108.
- (12) Umezawa, K., Suzuki, T. and Sato, T., Vibration on Power Transmission Helical Gears (Approximate Equation of Stiffness), *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Series C, Vol.51, No.469(1985), pp. 2316-2323(in Japanese).
- (13) Theodossiades, S., Tangasawi, O., Rahnejat, H., Gear Teeth Impacts in Hydrodynamic Conjunctions Promoting Idle Gear Rattle, *Journal of Sound and Vibration*, 303(2007), pp.632-658.
- (14) Furumoto, T., *et al.*, Analysis of vibration in gear-shaft-bearing system of an automatic transmission, *Lecture papers of Society of Automotive Engineers of Japan*, No.09-02(2002), 20024821, pp.1-5.