

有限の上向き水平面上の膜状凝縮熱伝達*

茂地 徹^{*1}, 川江 信治^{*1}
時田 雄次^{*2}, 山田 岩^{*1}Film Condensation Heat Transfer on a Finite-Size
Horizontal Plate Facing UpwardToru SHIGECHI, Nobuji KAWAE,
Yuji TOKITA and Takashi YAMADA

An analysis has been made of two-dimensional, steady-state, laminar film condensation heat transfer on a finite-size, isothermal, horizontal plate facing upward in a stagnant saturated vapor, taking into account the effect of the plate edge. The boundary-layer equations for the condensate flow on the plate are solved using an integral method. The solutions are obtained under the two conditions that (i) the inclination angle of the vapor-liquid interface may be given at the plate edge, and (ii) the thickness of condensate film is minimized. For the former case, the effect of the inclination angle upon the condensate film thickness and heat transfer rate are investigated. For the latter case, the thickness of the condensate film and heat transfer rate are calculated. An approximate solution for the heat transfer rate is proposed in terms of the Nusselt number. Also, the present analyses are compared with the correlation equation by Leppert et al.

Key Words: Phase Change, Film Condensation, Heat Transfer, Upward-Facing Surface, Finite-Size Horizontal Plate

1. まえがき

有限の上向き水平面上の膜状凝縮においては、凝縮液は冷却面上で安定な液膜として存在し、冷却面に沿って中心から周辺部へと流れ端部より流出する⁽¹⁾。したがって、このような系に対して、傾斜面(垂直面を含む)に対する周知のNusselt形の解析方法⁽²⁾は、体積力の冷却面に沿う方向の成分が存在しないため適用することができない。Leppert-Nimmo⁽³⁾は有限の上向き水平面上の層流膜状凝縮に対して、液膜内の冷却面に沿う流れは液膜厚さの流动方向の変化(減少)による静圧こう配に起因して生じると仮定して解析し、平均ヌッセルト数に対して理論解を提示しているが、この解には冷却面中心での液膜厚さ δ_0 と端部での厚さ δ_L との比 δ_L/δ_0 が未定のままパラメータとして含まれている。その後、Nimmo-Leppert⁽⁴⁾は液膜厚さの比 δ_L/δ_0 の平均ヌッセルト数への依存性を検討して、 $\delta_L/\delta_0 \leq 0.4$ の場合に、パラメータ δ_L/δ_0 を含まない平均ヌッセルト数の近似式を示し、これに基づいて彼らの測定値を整理している。

本研究は、静止飽和蒸気中におかれた有限の上向き水平面上の二次元定常膜状凝縮熱伝達を、冷却面端部の影響とLeppertら⁽³⁾の解析で省略された運動方程式中の慣性項とエネルギー式中の対流項を考慮して境界層積分法で解析し、Leppertらの解析で最後まで未決定のまま残されたパラメータ δ_L/δ_0 の代わりに、冷却面端部における液膜の気液界面の傾斜角を新たに導入して、この傾斜角が液膜厚さと平均ヌッセルト数に及ぼす影響と傾斜角が90°に相当する最小液膜厚さの解の有用性を検討したものである。さらに、最小液膜厚さの解に関して液膜の分布形状と熱伝達特性を調べ、Nimmoら⁽⁴⁾の伝熱整理式との比較を行った結果についても報告する。

主要記号

- c_p : 定圧比熱
- g : 重力の加速度
- Gr : グラフホフ数 [式(31)]
- h : 热伝達係数
- H : 顯潜熱比 [式(33)]
- H^* : 修正顯潜熱比 [式(32)]
- k_1, k_2 : 定数 [式(29), (30)]
- l : 潜熱

* 原稿受付 平成元年9月11日。

** 正員、長崎大学工学部 (852 長崎市文教町1-14)。

** 正員、長崎大学大学院。

L : 冷却面の半幅
 Nu : ヌッセルト数
 P : 圧力
 Pr : プラントル数
 T : 温度
 T_s : 鮎和温度
 T_w : 冷却面表面温度
 ΔT_s : 過冷度 $= T_s - T_w$
 u, v : x 方向と y 方向の速度成分 (図 1)
 u_x : 代表速度
 x, y : 冷却面に沿う方向と直角な方向の座標
 α : 冷却面端部における液膜の気液界面の傾斜角 (図 1)
 $\beta_1 \sim \beta_3$: 数値定数 [式(22)～(24)]
 γ_1, γ_2 : 数値定数 [式(25), (26)]
 δ : 液膜厚さ
 δ_0 : 冷却面中心における液膜厚さ
 δ_L : 冷却面端部における液膜厚さ
 λ : 热伝導率
 μ : 粘性係数
 ν : 動粘性係数
 ρ : 密度
添字
 L : 液体
 V : 鮎和蒸気
 x : 局所
 $-$: 平均
 δ : 気液界面

2. 理 論 解 析

2・1 基礎式 図 1.に示すように、幅 $2L$ 、温度

T_w 一定の上向き水平面上での静止飽和蒸気(温度 T_s) の膜状凝縮を考える。熱伝達の解析に際して、

(1) 冷却面上に形成される液膜は薄く境界層近似が可能で、面に沿う流れは二次元定常層流である。

(2) 気液界面は平滑で表面張力効果は無視することができる。

(3) 物性値は一定である。と仮定すると、液膜に関する質量、運動量およびエネルギーの保存式を得る。

$$\left| \rho_L \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P_L}{\partial x} + \mu_L \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \dots \dots \dots (2) \right.$$

$$0 = -\rho_L g - \frac{\partial P_L}{\partial y} \dots\dots\dots (3)$$

$$\rho_{LCP_L} \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda_L \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

境界条件と気液界面での条件を次のように定める。

$$\lambda_L \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{\delta} = l \rho_L \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} u \ dy \quad \dots \dots \dots \quad (10)$$

冷却面の影響を受けない静止した飽和蒸気に対して、

が成り立つので、式(2)の右辺の静圧こう配 $\partial P_L / \partial x$ は、式(11)、(3)および式(8)により、次のように与えられる

$$\frac{\partial P_L}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \int_0^s (\rho_L - \rho_V) g \, dy \dots \dots \dots \quad (12)$$

さらに式(12)は、仮定(3)により $(\rho_L - \rho_r)$ は一定であるから、次のように書くことができる

$$\frac{\partial P_L}{\partial r} = (\rho_L - \rho_V) g \frac{d\delta}{dr} \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

式(13)を式(2)に代入すると、液膜に関する運動方程式は次のようになる

$$\rho_L \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -(\rho_L - \rho_V) g \frac{d\delta}{dx} + \mu_L \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad \dots \dots \dots (14)$$

式(14)の運動方程式と式(4)のエネルギー式を、それぞれ、条件式(5)～(10)と連続の式(1)の積分形を用いて、 y に関して零から δ の範囲で積分すると次のようになる。

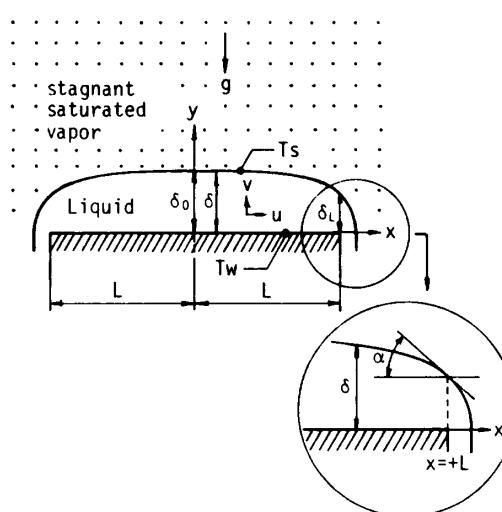


図 1 物理モデルと座標系

$$\rho_L \left(\frac{d}{dx} \int_0^\delta u^2 dy - u_s \frac{d}{dx} \int_0^\delta u dy \right) + (\rho_L - \rho_v) g \delta \frac{d\delta}{dx} + \mu_L \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_0 = 0 \quad \dots \dots \dots (15)$$

$$\rho_L C_{P_L} \frac{d}{dx} \int_0^\delta u \left\{ (T_s - T) + \frac{l}{C_{P_L}} \right\} dy - \lambda_L \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_0 = 0 \quad \dots \dots \dots (16)$$

次に、液膜内の速度 u と温度 T の分布を次のように仮定する。

$$u = u_x \varphi(\eta) \quad \dots \dots \dots (17)$$

$$T_s - T = \Delta T_s \theta(\eta) \quad \dots \dots \dots (18)$$

ここに、 u_x は代表速度 (x のみの関数)、 ΔT_s は過冷度 $T_s - T_w$ で、 η は次式で定義される無次元座標である。

$$\eta \equiv y/\delta \quad \dots \dots \dots (19)$$

式(15)、(16)に、式(17)の u と式(18)の T を代入して、 y を η に変換すると、液膜厚さ δ と代表速度 u_x に関する次の連立常微分方程式が得られる。

$$\beta_1 \frac{d(\delta u_x^2)}{dx} - \beta_2 \varphi(1) u_x \frac{d(\delta u_x)}{dx} + g \left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_L} \right) \delta \frac{d\delta}{dx} + \gamma_1 \nu_L \frac{u_x}{\delta} = 0 \quad \dots \dots \dots (20)$$

$$\left(\beta_3 + \beta_2 \frac{l}{C_{P_L} \Delta T_s} \right) \frac{d(\delta u_x)}{dx} + \gamma_2 \frac{\lambda_L}{\rho_L C_{P_L} \delta} = 0 \quad \dots \dots \dots (21)$$

ここに、 $\beta_1 \sim \beta_3$ および γ_1, γ_2 は与えられた速度分布と温度分布により定まる数値定数で次のように定義される。

$$\beta_1 \equiv \int_0^1 \varphi^2 d\eta \quad \dots \dots \dots (22)$$

$$\beta_2 \equiv \int_0^1 \varphi d\eta \quad \dots \dots \dots (23)$$

$$\beta_3 \equiv \int_0^1 \varphi \theta d\eta \quad \dots \dots \dots (24)$$

$$\gamma_1 \equiv \frac{d\varphi}{d\eta} \Big|_0 \quad \dots \dots \dots (25)$$

$$\gamma_2 \equiv \frac{d\theta}{d\eta} \Big|_0 \quad \dots \dots \dots (26)$$

δ と u_x に関する連立微分方程式、式(20)、(21)を

$$x=0 : \delta = \delta_0, u_x = 0 \quad \dots \dots \dots (27)$$

の条件のもとに形式的に解けば、 δ, δ_0 および x の関係が次式のように定まる⁽⁴⁾。

$$\frac{x}{L} = \sqrt{\frac{k_1 Gr}{H^*(1+k_2 H^*)}} \left(\frac{\delta_0}{L} \right)^5 \int_{(\delta_0/\delta_0)}^1 F(\xi) d\xi \quad \dots \dots \dots (28)$$

ここに、 k_1 と k_2 は定数、 Gr はグラフホフ数、 H^* は修正顯潜熱比で、それぞれ次のように定義される。

$$k_1 \equiv 3\beta_2 / \{2\gamma_1(-\gamma_2)\} \quad \dots \dots \dots (29)$$

$$k_2 \equiv \{4 - 3\varphi(1)\beta_2/\beta_1\}\beta_1(-\gamma_2)/(3\beta_2\gamma_1) \quad \dots \dots \dots (30)$$

$$Gr \equiv (gL^3/\nu_L^2)(1 - \rho_v/\rho_L) \quad \dots \dots \dots (31)$$

$$H^* \equiv H/[Pr_L \{1 + (\beta_3/\beta_2)H\}] \quad \dots \dots \dots (32)$$

H は顯潜熱比で次式で定義される。

$$H \equiv C_{PL} \Delta T_s / l \quad \dots \dots \dots (33)$$

式(28)の右辺の定積分の被積分関数 $F(\xi)$ は、定数 ω を含む次の関数である。

$$F(\xi) = \frac{\xi^{\frac{\omega}{2}} (\xi^{3-\omega} - \omega/3)}{\sqrt{1 - \xi^{3-\omega}}} \quad \dots \dots \dots (34)$$

ここに、定数 ω は次式で与えられる。

$$\omega = \frac{\{2(-\gamma_2)\beta_1 / (\gamma_1\beta_2)\} H^*}{1 + \left\{ 1 - \frac{\varphi(1)\beta_2}{2\beta_1} \right\} \left\{ \frac{2(-\gamma_2)\beta_1}{\gamma_1\beta_2} \right\} H^*} \quad \dots \dots \dots (35)$$

なお、式(28)から液膜厚さ δ のこう配は

$$\frac{d\delta}{dx} = - \sqrt{\frac{H^*(1+k_2 H^*)}{k_1 Gr}} \left(\frac{L}{\delta_0} \right)^3 / F(\delta/\delta_0) \quad \dots \dots \dots (36)$$

となる。また、式(28)で、 $x=L$ で $\delta=\delta_L$ とおくと

$$\frac{\delta_0}{L} = \left\{ \frac{H^*(1+k_2 H^*)}{k_1 Gr} \right\}^{1/5} / \left\{ \int_{(\delta_L/\delta_0)}^1 F(\xi) d\xi \right\}^{2/5} \quad \dots \dots \dots (37)$$

が得られ、さらに式(28)は次のように書かれる。

$$\frac{x}{L} = \frac{\int_{(\delta/\delta_0)}^1 F(\xi) d\xi}{\int_{(\delta_L/\delta_0)}^1 F(\xi) d\xi} \quad \dots \dots \dots (38)$$

さて、式(28)で与えられる δ と x の関係を確立するためには冷却面中心 ($x=0$) における液膜厚さ δ_0 を決定する必要がある。本研究では、 δ_0 の決定に際して後述の「最小液膜厚さの解」を採用するが、ここでは、 δ_0 の代わりに冷却面の端部 ($x=L$) における気液界面の傾斜角 α [図1参照] を導入して、任意の α ($0 < \alpha \leq 90^\circ$) に対する解を提示する。

$x=L$ において気液界面が水平面となす角を α とすると

$$\frac{d\delta}{dx} \Big|_{x=+L} = -\tan \alpha \quad \dots \dots \dots (39)$$

$$(0 < \alpha \leq 90^\circ)$$

であるから、式(36)、(37)から次式が得られる。

$$\tan \alpha = \left\{ \frac{H^*(1+k_2 H^*)}{k_1 Gr} \right\}^{1/5} \times \left\{ \int_{(\delta_L/\delta_0)}^1 F(\xi) d\xi \right\}^{3/5} \times \{1/F(\delta_L/\delta_0)\} \quad \dots \dots \dots (40)$$

したがって、傾斜角 α が指定されれば、式(40)より (δ_L/δ_0) が定まり、式(37)の (δ_0/L) を介して式(28)または(38)から x/L と δ/L の関係が求まることになる。

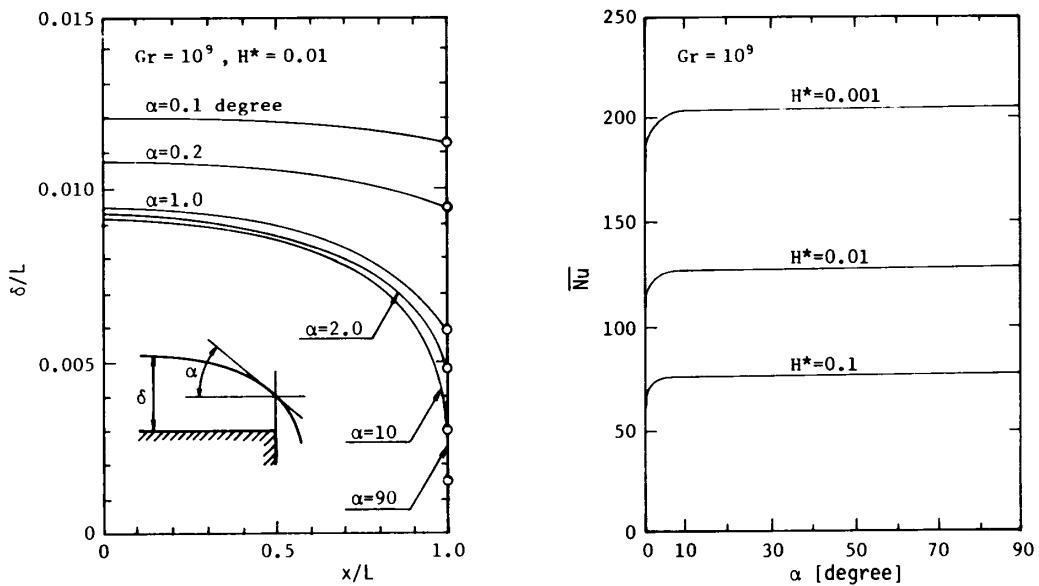
液膜厚さ δ の分布が確定すると熱伝達係数は次のように計算される。

$$\text{局所熱伝達係数} : h_x \equiv \frac{\lambda_L}{\Delta T_s} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_0 = \frac{(-\gamma_2)\lambda_L}{\delta} \quad \dots \dots \dots (41)$$

の大きさにはほとんど変化がない。しかしながら、 α が 0° に近づくにつれて \overline{Nu} の大きさは急激に減少し、 $\alpha=0^\circ$ において $\overline{Nu}=0$ となる。なお図には示していないが他の Gr 数の場合にも同様な傾向がみられた。以上のことから、液膜厚さと熱伝達に及ぼす傾斜角 α の影響は、 α が 0° に極めて近い場合(約 $\alpha \leq 1^\circ$)に顕著にみられ、 α が大きい場合($\alpha=10\sim 90^\circ$)にはほとんど

認められないことがわかる。すなわち、傾斜角 α が 90° に相当する最少液膜厚さの解は、冷却面端部において気液界面の傾斜が水平に近い場合($\alpha \leq 1^\circ$)を除けば、傾斜角 α の広い範囲で実際上適用可能な解であると考えられる。

3・2 最小液膜厚さの解 大気圧の飽和水蒸気に對して、冷却面の幅 $2L=10\sim 80$ mm, 過冷度 $\Delta T_s =$



(a) 液膜厚さに及ぼす傾斜角 α の影響
(b) 平均ヌッセルト数 \overline{Nu} に及ぼす傾斜角 α の影響

図 2

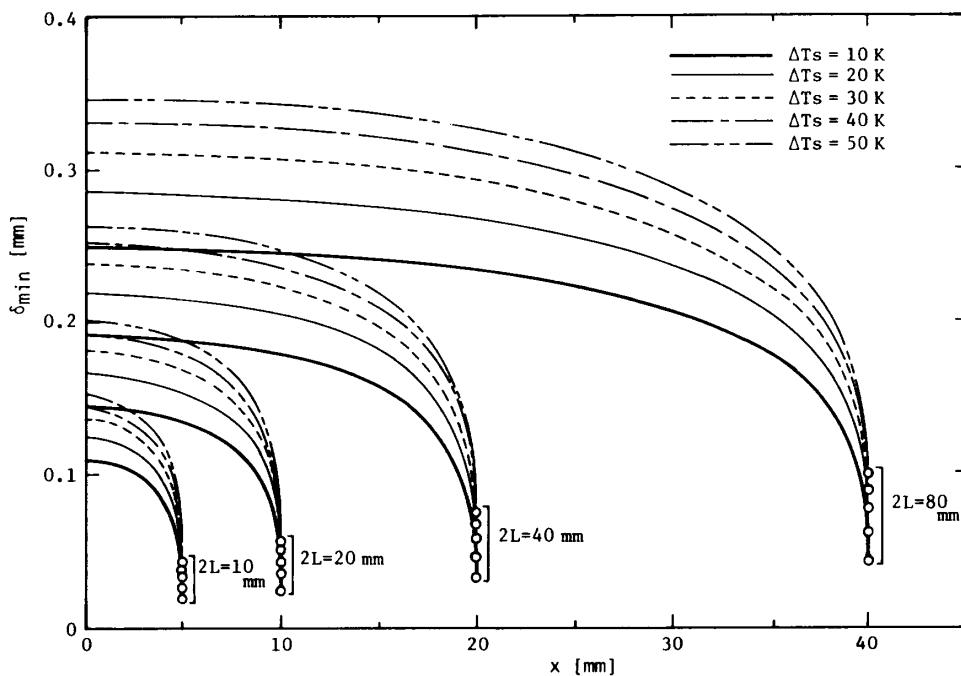
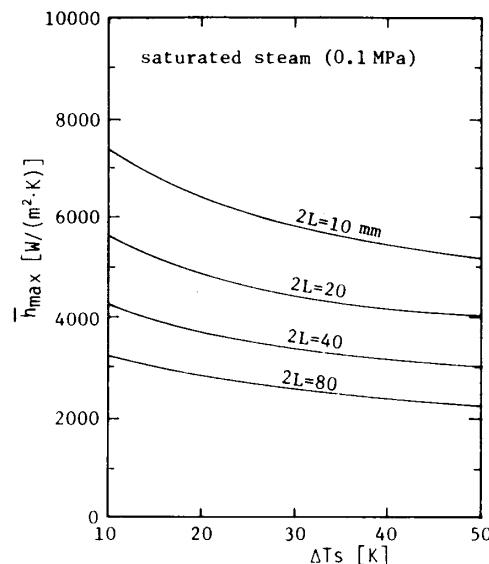
(a) 冷却面に沿う液膜厚さ δ_{min} の分布

図 3



(b) 平均熱伝達係数 \bar{h}_{\max} 、冷却面幅 $2L$ および過冷度 ΔT_s との関係

図 3

10~50 K の場合に、最小液膜厚さの解より定まる液膜厚さ δ_{\min} と平均熱伝達係数 \bar{h}_{\max} の計算例を図 3(a), (b) に示す。液膜厚さ δ_{\min} は幅 $2L$ あるいは過冷度 ΔT_s が大きくなるにつれて大きくふくらむが、平均熱伝達係数 \bar{h}_{\max} の大きさは、その逆の傾向を示し小さくなる。次に、式(48)で計算される平均ヌッセルト数 Nu_{\max} の近似解は、 $0 < H^* \leq 1.0$ の範囲で、 $\pm 0.5\%$ の精度で次式で与えられる。

$$\overline{Nu}_{\max} = 0.821(1 + 6.23H^*)^{-1/8}(Gr/H^*)^{1/5} \quad \dots\dots\dots (54)$$

なお、本解析において液膜の運動方程式、式(14)の左辺の慣性項を省略すると、最小液膜厚さの解は次式の

ようになる。

$$\overline{Nu}_{\max} = 0.821(Gr/H^*)^{1/5} \quad \dots\dots\dots (55)$$

式(55)は、Nimmo ら⁽¹⁾が $\delta_L/\delta_0 \leq 0.4$ に対して与えた近似解〔文献(1)の式(5)〕と一致している。

さて、Nimmo ら⁽¹⁾は半幅 $L = 610$ mm の水平冷却面上での膜状凝縮実験と解析⁽¹⁾⁽³⁾から次の整理式を得ている。

$$\overline{Nu} = 0.64(Gr/H^*)^{1/5} \quad \dots\dots\dots (56)$$

式(56)と本解析の最小液膜厚さの解あるいは式(54)、(55)を比較すると、式(56)のほうが約 22 % 低い Nu の値を与える。この差は、Nimmo ら⁽¹⁾の実験では、凝縮液が端部よりほぼ水平に流出するよう端部に曲面状のガイドが接続してあるため傾斜角 α が 0° に近く、本解析の最小液膜厚さの解 ($\alpha = 90^\circ$) より低い Nu が得られているためであると考えられる。

4. む　す　び

静止飽和蒸気中におかれた有限の上向き水平面上の膜状凝縮熱伝達を境界層積分法で解析し、冷却面端部での気液界面の傾斜角が液膜厚さ分布と熱伝達に及ぼす影響を検討して、傾斜角が 90° に相当する最小液膜厚さの解に対して液膜の分布形状と平均熱伝達係数の大きさを明らかにするとともに平均ヌッセルト数の近似式を作製した。

文　献

- (1) Nimmo, B. and Leppert, G., *Heat Transfer* 1970, **6** (1970), Elsevier Pub.
- (2) Nusselt, W., *Zeits. VDI*, **60** (1916), 541.
- (3) Leppert, G. and Nimmo, B., *Trans. ASME., J. Heat Transf.*, **90** (1968), 178.
- (4) 茂地・ほか 3 名, 機論, **54** 503, B (1988), 1808.