

内部縦フィン付き管の十分に発達した層流強制対流熱伝達*

金丸邦康^{*1}, 川江信治^{*2}
茂地徹^{*1}, 山田昭^{*1}

Numerical Analysis on Fully Developed Laminar Forced Convective Heat Transfer in Circular Tube with Internal Longitudinal Fins

Kuniyasu KANEMARU, Nobuji KAWAE,
Toru SHIGECHI and Takashi YAMADA

Fully developed laminar forced convective heat transfer in a circular tube with internal longitudinal fins is analyzed by using the finite difference method under two kinds of thermal boundary conditions at the outer tube wall (i.e., constant wall temperatures and uniform heat fluxes). Extended Nusselt numbers based on the outer wall temperature are compared for a wide range of geometrical parameters and the following results are obtained: (1) For small values of the ratio of tube-material-to-fluid thermal conductivities heat transfer augmentation by fins is not effective. (2) When the thermal conductivity ratio lies in the order of 100, the effect of the wall thickness on the heat transfer coefficient can be neglected. Furthermore in the case that the ratio is greater than 500, the thermal resistance of the fin can be ignored in respect to the heat transfer.

Key Words: Heat Transfer, Forced Convection, Internal Longitudinal Fins, Numerical Analysis, Laminar Flow

1. 緒 言

内部縦フィン付き管を用いて管内強制対流熱伝達を改善する試みは従来より広範に行われている。これまでの研究においては、主に銅管を対象としており、管やフィンの厚さを極薄肉としたり、管の熱伝導率を非常に大きいとした層流の数値解析⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾が多いが、最近この分野の研究は進展し、実験による検証⁽⁷⁾、速度および温度の助走区間解析⁽⁸⁾、水平管における浮力の影響⁽⁹⁾⁻⁽¹¹⁾、ふく射の影響⁽¹²⁾、対向二重管問題⁽¹³⁾のほか、伝熱管やフィンの厚さを考慮した伝熱解析⁽¹⁴⁾など、より広範かつ実用的な問題に及んでいる。著者らも、冷間引抜き鋼管の伝熱管としての適用を検討するために、温度助走区間において伝熱管の管厚さと熱伝導率およびフィンの厚さや高さの熱伝達に及ぼす効果⁽¹⁵⁾を議論した。本研究は、流体力学的および熱的に層流で十分発達した場合に対して、縦フィン付き管内の流動と熱伝達を、管厚さやフィン形状に関する広範な幾何学的形状パラメータについて、有限差分法を用いて解析したものである。

記 号

A_f :	流路の断面積
a_f :	流体の温度伝導率 (図 1(a))
d_e, d_{in} :	流路等価直径およびフィン根元直径
h, H :	フィン高さおよびその無次元量 $H=h/r_{in}$
h^* :	拡張熱伝達率 ($=q_{in}/(t_w-t_b)$)
k_f, k_s :	流体および伝熱管の熱伝導率
M :	フィン枚数
Nu^* :	拡張ヌッセルト数 (式(7))
p :	流体の圧力
Q :	単位長さあたりの伝熱量
q_{in} :	フィン根元基準熱流束 ($=Q/(2\pi r_{in})$)
r, R :	半径および無次元半径 $R=r/r_{in}$
r_{in} :	フィン付管の内半径
t, T :	流体または伝熱管の温度およびその無次元量 (式(3))
t_b, T_b :	流体の混合平均温度およびその無次元量 (式(3))
t_w :	伝熱管の外壁面温度
u, U :	流速およびその無次元量 (式(3))
u_b, U_b :	平均流速およびその無次元量 (式(3))
w, W :	管厚さおよびその無次元量 $W=w/r_{in}$
α :	2隣接フィン中心面とフィン側面とのなす角
β :	フィンの両側面の半角
λ^* :	流体に対する伝熱管材質の熱伝導率の比 ($=k_f/k_s$)
μ :	流体の粘度
ρ :	流体の密度

* 原稿受付 平成5年10月21日。

^{*1} 正員、長崎大学工学部 (852 長崎市文教町1-14)。^{*2} 正員、久留米工業大学工学部 (830 久留米市上津町2228-66)。

2. 問題設定

図1(a)に示すように、内壁に複数の縦フィンを有する円管内を流体が層流で流れ、円管外壁で熱流束または壁温が一定で加熱される系を考える。この系は、流体力学的および熱的に十分発達しており、重力の影響を無視する。流体の管軸方向(x 方向)の無次元速度を U とすると、流体の運動方程式は、無次元の極座標系(R, θ)により、次式で与えられる。

$$\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial U}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} = -1 \quad \dots(1)$$

また、流体および管材質に対するエネルギー式は無次元温度 T を用いて次式で得られる。

$$\frac{\partial^2 T}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial T}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = \begin{cases} -\frac{2\pi r_{in}^2}{A_f} \cdot \frac{U}{U_b} \cdot \frac{T}{T_b} \\ (for Fluid) \end{cases} \dots(2)$$

(for Tube Material)

ここで、外壁で等熱流束加熱の場合には、式(2)右辺の流体相の対流項において、 $T/T_b = 1$ となる。上記の無次元方程式(1)および(2)の導出において、以下の無次元数が導入されている。無次元温度 T の定義に現われる t_w は、次節で議論されるように外壁に関する加熱条件により異なる。

$$R = \frac{r}{r_{in}}, \quad U = \frac{U_b}{u_b} = \frac{1}{r_{in}^2 \left[-\frac{dp}{dx} \right]}, \quad \frac{T}{t_w - t} = \frac{T_b}{t_w - t_b} = \frac{1}{k_f} \quad \dots(3)$$

その際、フィン根元基準熱流束 $q_{in} = Q/(2\pi r_{in})$ が用いられた。管摩擦係数 f_e およびレイノルズ数 Re_e は、次式で与えられる。

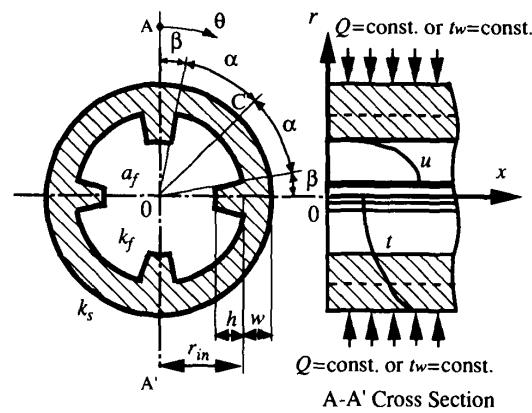
$$f_e = \frac{d_e}{4} \left[-\frac{dp}{dx} \right], \quad Re_e = \frac{\rho \cdot d_e \cdot u_b}{\mu} \quad \dots(4)$$

ここで、等価直径 d_e 、平均速度 u_b および混合平均温度 t_b は以下のように定義され、濡れ縁長さ P_{wet} 、流路断面積 A_f が用いられた。

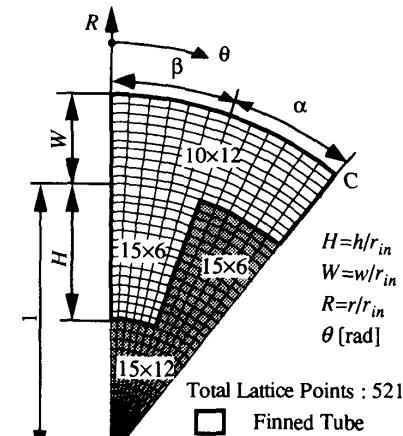
$$d_e = \frac{4 \cdot A_f}{P_{wet}}, \quad u_b = \frac{\iint u \cdot r \cdot dr \cdot d\theta}{A_f}, \quad t_b = \frac{\iint t \cdot u \cdot r \cdot dr \cdot d\theta}{\iint u \cdot r \cdot dr \cdot d\theta} \quad \dots(5)$$

3. 数値解析法

流体の無次元運動方程式(1)と流体相と管材質相のエネルギー式(2)を、フィンが周方向に等間隔に配置されていることを考慮して扇形部の計算領域に対して離散化した(図1(b)参照)。本計算では、フィンの扇形モジュールの半領域を半径方向に15分割、周方向に6分割、伝熱管壁を10×12分割、流体要素を15×12+15×6に分割している。本分割数法による数値解の妥当性は、半径方向分割数は同じで周方向分割数を α および β に対してそれぞれ12とする半分のきざみを用いた場合の数値解と比較して検討された。これによると、分割数倍増に伴う平均流速の変化量の本分割数でのそれに対する比は、本計算パラメータの範囲で、3.17%以下であり、フィン数 M が大きくなると、その比は小さくなる。伝熱解析については次章に述べる拡張ヌッセルト数 Nu^* を用いて検討され、本計算パラメータの範囲でその変化量の相対比は2%以下の変化であった。また、本



(a) Physical Model



(b) Calculation Meshes

論文の分割数と2倍の分割数との間で、拡張ヌッセルト数に対する本伝熱管の幾何形状および熱伝導度比 λ^* の特性や最大ヌッセルト数を与えるフィン枚数などの値も変わらない。

境界条件は、以下のように与え、これを離散化した。すなわち、周期境界($\theta=0, \theta=\alpha+\beta$)では、その対称性から、 $\partial U/\partial\theta=0, \partial T/\partial\theta=0$ とし、濡れ縁境界で、 $U=0$ とする。外壁の温度境界条件としては、外壁温度一定の場合は、外壁で一定の温度 t_w を与え、その結果 $T=0$ とする。この場合の解法としては、最初に式(2)右辺の T_b を仮定し、計算により得られた流体温度分布より T_b を再計算し、仮定した T_b との相対誤差が 10^{-7} 以下になるまで反復する。また、等熱流束加熱の場合、管外壁の1点、例えば隣合う2つのフィンの中心線と外壁が交わる点C($R=1+W, \theta=\alpha+\beta$)の温度 t_{wC} を t_w に取り無次元温度 T は定義されると考える。従って、計算上、この点Cで $T=0$ となり、それ以外の外周上の点では、 Q は一定の条件を与える。なお、この場合の参照温度 t_w の選び方には任意性があるが、 t に関して周方向に最大になることが予想される点Cの値を選んだ。また、流体に対する伝熱管の熱伝導率の比 λ^* が500程度と大きくなると伝熱管内温度変化すなわち外壁温度の周変化が無視できるために、境界条件に関しては等温壁と同じように $T=0$ を取り扱うことができる。さらに、流体と管材質相の境界上で熱流束の連続性および管路中心の特異性に注意して、差分化を行った。

4. 解析結果と考察

4.1 流動解析 図2は、式(5)で定義される等価直徑 d_e に基づく管摩擦係数 f_e の変化を、フィン根元直径 d_{in} と等価直徑 d_e の比で整理した結果を示している。フィン枚数の増加は直徑比 d_e/d_{in} の減少に対応するので、本図からわかるように、無次元フィン高さ（以下、フィン高さという） H が、 $H=0.2$ と低いときは、フィン枚数 M の増加とともに、 $f_e Re_e$ は、単調に減少していくが、 H が高くなるにつれて、フィン枚数が少ないとき、平滑管($d_e/d_{in}=1$)の場合の $f_e Re_e=16$ に等しいか、それより一旦高くなつてから、減少する傾向がみられる。なお、図中の実線は、Nandakumar-Masliyah⁽¹⁶⁾の整理法を参考にして得られたつぎの整理式である。

$$f_e Re_e = 16.0 \left(\frac{d_e}{d_{in}} \right)^{1.89 - 3.88H} \quad \dots\dots(6)$$

適用範囲： $\beta=1.5^\circ \sim 6.0^\circ, H=0.05 \sim 0.4, d_e/d_{in}=0.5 \sim 1.0$ (誤差 $\pm 10\%$)

4.2 热伝達 フィン付き管の熱伝達特性は、管壁厚さおよびフィンの熱抵抗を考慮して、外壁の温度を基準にした拡張ヌッセルト数 Nu^* により評価した。その際、 Nu^* は、フィン根元円上で定義される熱流束 $q_{in}=Q/(2\pi r_{in})$ を用いて、

$$Nu^* = \frac{h^*(2 \cdot r_{in})}{k_f} = \frac{q_{in} \cdot d_{in}}{(t_w - t_b) k_f} = \frac{2}{T_b} \quad \dots\dots(7)$$

のように与えられ、無次元温度 T の定義の議論に一致して t_w を選べば、加熱条件による Nu^* に関する定義の差はない。

ここで、流体に対する伝熱管材質の熱伝導率の比 λ^* を、主な組合せに対して示すと、表1のようになり、流体として水、伝熱管として銅管を使用した場合、 λ^* は500程度であるが、水と钢管の場合の λ^* はかなり小さく50程度であることに注意する。

以下に数値計算により得られた熱伝達特性を述べる。本研究において実行された計算パラメータは、フィンの半角 $\beta=1.5^\circ, 3.0^\circ, 6.0^\circ$ 、フィン高さ $H=0.2, 0.5, 0.8$ であり、フィン枚数 M は、 $\beta=1.5^\circ$ に対して30まで、 3.0° に対して24まで、 6.0° に対しては18までである。計算結果は、他の β の値においても傾向は同じであるので、主として、 $\beta=3.0^\circ$ について以下議論する。

まず、本計算範囲について、拡張ヌッセルト数 Nu^* の最大値を与えるフィン枚数 M とそれに対応する d_e/d_{in} の値を、等熱流束加熱で、流体に対する管材質の熱伝導率の比 λ^* が100の場合に対して、表2に示す。この

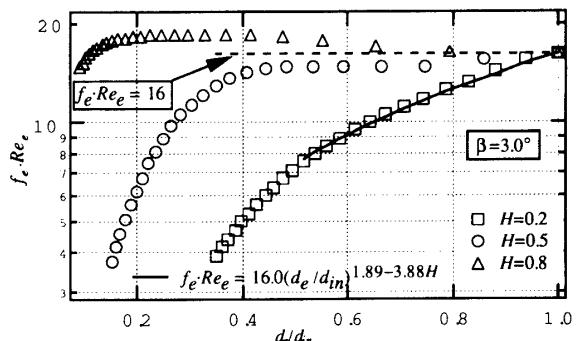


図2 摩擦係数の相関

Coolant Tube	Air	Transformer Oil	Water
Stainless Steel	538	132	24.9
Carbon Steel	1500	368	69.4
Copper	12300	3020	569

表1 热伝導率の比 λ^* の概略値

λ^* の値は管材質が炭素鋼で流体が水の組合せや、ステンレス管とトランス油のそれに対応する（表1参照）。この場合、 $H=0.8$ の場合の拡張ヌッセルト数が格段に高い。これは、主として後で述べるように、フィン高さ H の増大により軸方向速度が大きく変化し、その結果熱伝達が改善されたためであるが、流路面積 A_f が小さくなつても拘らず、代表直徑としてフィン根元直徑 d_{in} を用いている定義式(7)にも関係している。

図3は、外壁で均一加熱される場合の拡張ヌッセルト数のフィン高さ H による影響をみるためのもので、フィン枚数 M の増加、すなわち直徑比 d_e/d_{in} の減少とともに、一般に上に凸の曲線になる図3(a)に示すように、熱伝導率の比が $\lambda^*=500$ 、フィン高さが $H=0.2$ のときは、フィンを付けてもあまり熱伝達の改善は見られない。一方、熱伝導率の比 $\lambda^*=500$ で、フィン高さが $H=0.8$ と高いときはフィン枚数の増加に対して、ヌッセルト数は大きく向上することがわかる。また、図3(b)からわかるように、熱伝導率の比が $\lambda^*=10$ と小さい場合、熱伝達に対するフィン高さ H の影響は、 $\lambda^*=500$ に対する場合と定性的には同じ傾向を示すが、 $H=0.8$ でも大幅な熱伝達の改善は得られない。さらに、無次元管厚さ W の増加によるヌッセルト数の低下は、この熱伝導率の比が小さい方が、熱伝導率の比が高い場合より若干大きいことが、同図よりわかる。

ここで、図3の曲線の極大値に対応したフィン形状

λ^*	W	β	H	M	d_e/d_{in}	Nu^*_{max}
100	0.2	1.5°	0.2	9	0.625	4.64
			0.5	8	0.434	8.35
			0.8	21	0.134	63.5
		3.0°	0.2	8	0.642	4.68
			0.5	7	0.444	8.97
			0.8	17	0.143	67.7
		6.0°	0.2	6	0.692	4.69
			0.5	6	0.458	9.22
			0.8	13	0.147	61.4
		1.5°	0.2	9	0.625	4.62
			0.5	8	0.434	8.88
			0.8	21	0.134	59.5
		3.0°	0.2	8	0.642	4.65
			0.5	7	0.444	8.88
			0.8	17	0.143	63.0
		6.0°	0.2	6	0.692	4.66
			0.5	6	0.458	9.11
			0.8	13	0.147	57.5
	0.8	1.5°	0.2	9	0.625	4.60
			0.5	8	0.434	8.22
			0.8	21	0.134	56.6
		3.0°	0.2	8	0.642	4.64
			0.5	7	0.444	8.81
			0.8	17	0.143	59.7
		6.0°	0.2	6	0.692	4.64
			0.5	6	0.458	9.04
			0.8	13	0.147	54.7

表2 最大拡張ヌッセルト数 Nu^*_{max}
(外壁熱流束一定, $\lambda^*=100$)

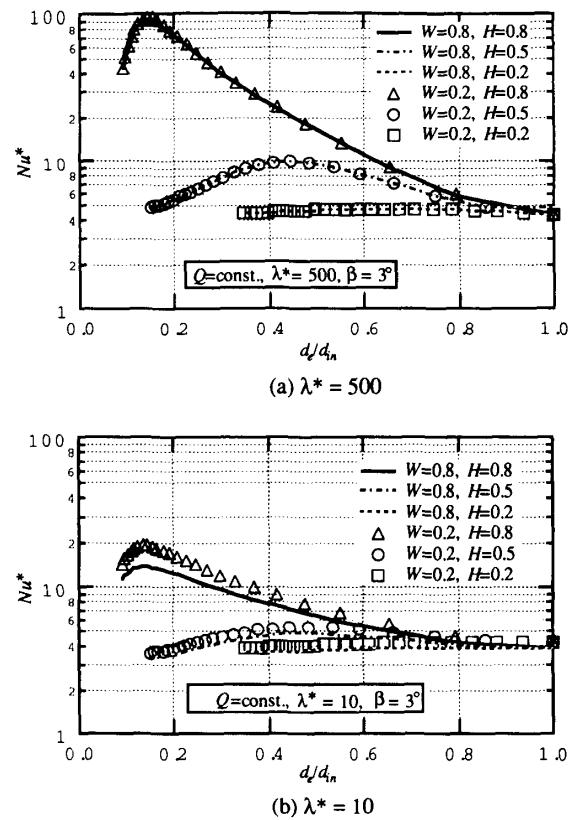


図3 拡張ヌッセルト数 Nu^* の変化
(外壁熱流束一定, フィン高さ H の影響)

をとる場合の温度と速度の等高線を、図4にそれぞれ破線と実線で示す。すなわち、図中の四角枠内の数値は速度を、枠無しのそれは温度のレベルを与える。まず、図4(a)は、熱伝導率の比が $\lambda^*=500$ で、幾何形状パラメータが $H=0.8$, $W=0.8$, $\beta=3^\circ$ の場合で、このときフィン枚数 $M=17$ で、最大ヌッセルト数を与える。前述のように、一般に $H=0.8$ とフィン高さが高い場合、軸方向速度分布の極大点は管路中心（管中心部詳細図参照）と隣合うフィン間の中心軸上との2ヶ所にあり、後者の等速度線のループの方がかなり大きくなる。フィン枚数の増加により生じたフィン近傍の大きな速度勾配により、ヌッセルト数は大きく向上することがわかる。

一方、図4(b)に示されるのは、フィン高さが $H=0.2$ と低い場合で、最大ヌッセルト数が $M=8$ で得られる場合の温度分布と速度分布である。本図より、速度 U の最大値は管中心のみにあり、フィンによる軸方向速度の変形は少ないために、熱伝達率の改善の程度も小さい。 $\lambda^*=500$ に対する上記の図4(a)および(b)の温度分布では、伝熱管内部の温度変化は余り顕著でなく、流体内部の温度分布はフィンに沿って湾曲した等温線を得る。

さらに、 $\lambda^*=10$ に対しては、 $H=0.8$, $W=0.8$, $\beta=3^\circ$ の場

合、 $M=18$ が Nu^* の最大値を与えるが、このときの等温線のみを図4(c)に示す。熱伝導率の比 λ^* が低い場合、管部およびフィン内部の温度勾配が流体内部のそれと同程度に顕著であり、フィンおよび伝熱管部の熱抵抗を無視することはできない。この場合、等温線は流体相、フィンおよび伝熱管壁に渡ってほぼ同心円状に分布しており、外壁温度の周方向変化が、わずかながら生じている。

図5は、外壁温度一定の条件で、フィン高さ H をパラメータに拡張ヌッセルト数に対する d_e/d_{in} の影響を示した計算結果であり、等熱流束加熱の場合と同様、 $H=0.2$ のときは、フィンを付けてもあまり熱伝達は改善されないことがわかる。

無次元管壁厚さ W の拡張ヌッセルト数に対する影響を、図6(外壁熱流束一定)および図7(外壁温度一定)において考察した。ここで、管壁厚さ W が0.2の場合の拡張ヌッセルト数 $Nu^*(W=0.2)$ を基準に取り、ヌッ

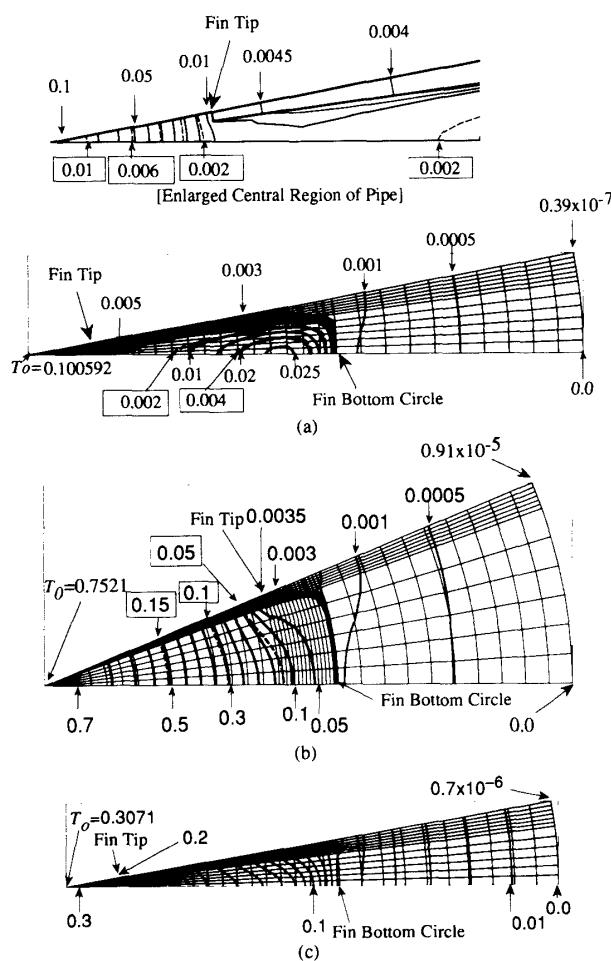


図4 等温線と等速度線
(a) $\lambda^*=500, H=0.8, W=0.8, \beta=3^\circ, M=17$
(b) $\lambda^*=500, H=0.2, W=0.8, \beta=3^\circ, M=8$
(c) $\lambda^*=10, H=0.8, W=0.8, \beta=3^\circ, M=18$

セルト数比 $Nu^*/Nu^*(W=0.2)$ の変化を縦軸に、 d_e/d_{in} を横軸に取り示している。図6および7より、熱伝導率の比 λ^* が500以上のときは、本計算範囲のすべての幾何形状パラメータについて管壁厚さの影響がみられなくなることがわかる。図6より、 $\lambda^*=10$ の場合は、 H が大きいほど、 W のヌッセルト数比への影響は大きい。

つぎに、熱伝導率の比 λ^* の、熱伝達に対する影響を調べるために、拡張ヌッセルト数 Nu^* を伝熱管の熱伝導率

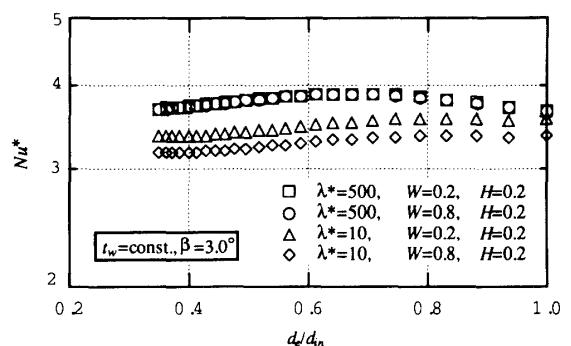


図5 拡張ヌッセルト数 Nu^* の変化
(外壁温度一定、フィン高さ H の影響)

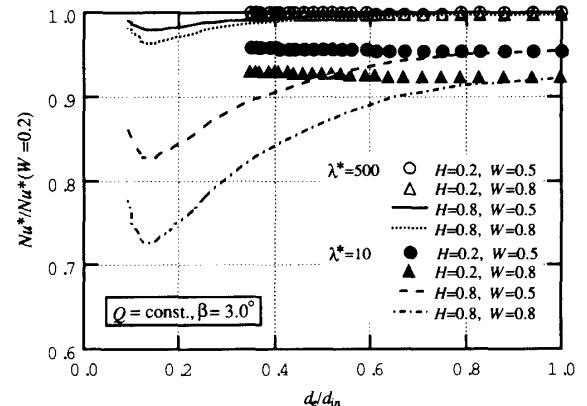


図6 $Nu^*/Nu^*(W=0.2)$ の変化
(外壁熱流束一定)

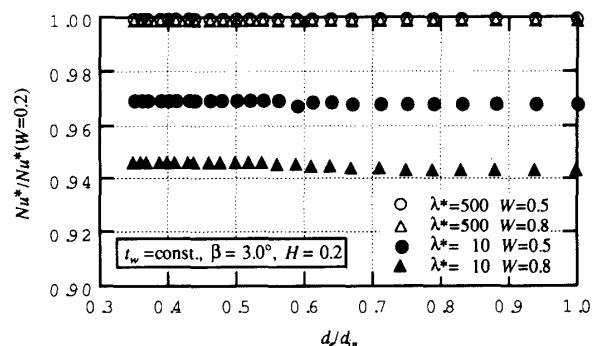


図7 $Nu^*/Nu^*(W=0.2)$ の変化
(外壁温度一定)

が無限大の場合の拡張ヌッセルト数 $Nu^*(\lambda^*=\infty)$ で割った比 $Nu^*/Nu^*(\lambda^*=\infty)$ を検討した。表3は、この比が、常に0.94以上の計算パラメータの場合を列挙しており、これらより、(1) 热伝導率の比 λ^* が100程度の大きさであれば、無次元管厚さは $W=0.8$ の厚さまででかつフィン高さは $H=0.2$ の高さまでの範囲で、(2) λ^* が500以上であれば、フィン高さは $H=0.5$ までの範囲で、拡張ヌッセルト数に対するフィン幾何形状の影響は、ほとんど無視できる。

最後に、図8および9は、 λ^* の広い範囲で拡張ヌッセルト数の比 $Nu^*/Nu^*(\lambda^*=\infty)$ を図示している。これより、 λ^* の低下により、比 $Nu^*/Nu^*(\lambda^*=\infty)$ は大幅に減少すること、 λ^* が10以下と小さい場合はフィン枚数 M を増やしても全く効果がないことがわかる。 H または W が大きいほど、 λ^* のヌッセルト数比への影響は大きいことがわかる。

5. 結 言

軸対称な複数の縦フィンを内壁側に持つ伝熱管が外壁から加熱されるとき、管内の層流強制対流熱伝達が、管外壁の温度を基準に定義した拡張ヌッセルト数を用いて検討され、以下の結論を得た。

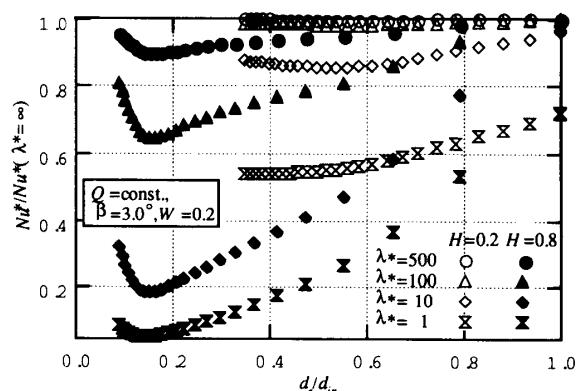
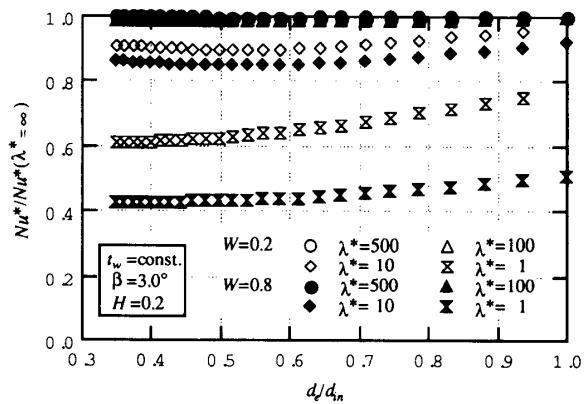
- (1) 流路の等価直径は、縦フィン付き管の内部形状特性として流動および熱伝達特性に対して大きな影響を及ぼす。
- (2) 流体に対する管材質相の熱伝導率の比が小さくなると、フィンによる伝熱促進の効果は期待できない。
- (3) 流体に対する管材質相の熱伝導率の比が100程度と大きくなると、熱伝達に対する伝熱管厚さの影響は無視できるようになり、さらにこの比が500以上に大きくなるとフィンの熱抵抗の影響も無視できるようになる。

文 献

- (1) Hu, H. M. and Chang, Y. P., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **95**(1973), 332.
- (2) Masliyah, J. H. and Nandakumar, K., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **98**(1976), 257.
- (3) Soliman, H.M. and Feingold, A., *Proc. 6th Int. Heat Transf. Conf.*, Vol. 2(1978), 571.
- (4) Soliman, H.M., Chau, T. S. and Trupp, A. C., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **102**(1980), 598.
- (5) Soliman, H.M., *Can. J. Chem. Eng.*, **59**(1981), 251.
- (6) Rustum, I. M. and Soliman, H.M., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **110**(1988), 310.
- (7) Rustum, I. M. and Soliman, H.M., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **110**(1988), 366.
- (8) Choudury D. and Patankar, S. V., *Proc. ASME Natn. Heat Transfer Conf.*, 1985, 57.
- (9) Mirza, S. and Soliman, H. M., *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, **12**-2(1985), 191.
- (10) Parkash, C. and Liu, Y-D., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **107**(1985), 118.
- (11) Rustum, I. M. and Soliman, H.M., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **33**-7(1990), 1485.
- (12) Morales, J. C. and Campo, A., *Int. J. Heat Mass Transfer*, **34**-7(1991), 1861.
- (13) Tao, W-Q., *Trans. ASME, J. Heat Transf.*, **109**-3(1987), 791.
- (14) Kettner, I. J., Degani, D. and Gutfinger, C., *Numerical Heat Transfer, Part A*, **20**-2(1991), 159.
- (15) Kanemaru, K., Shigechi, T. and Yamada, T., *Transport Phenomena in Thermal Engineering*(Eds Lee, J. S.), Vol.1(1993), 140, Begell House.
- (16) Nandakumar, K. and Masliyah, J. H., *Chem. Eng. J.*, **10**(1975), 113.

λ^*	β	H	W
100	{1.5°, 3.0°, 6.0°}	0.2	{0.2, 0.5, 0.8}
500	{1.5°, 3.0°, 6.0°}	{0.2, 0.5, 0.8}	{0.2, 0.5, 0.8}

λ^*	β	H	W
{100, 500}	{1.5°, 3.0°, 6.0°}	0.2	{0.2, 0.5, 0.8}

(a) $Q = \text{const.}$ (b) $t_w = \text{const.}$ 表3 $Nu^*/Nu^*(\lambda^*=\infty) > 0.94$ を満足する計算パラメータ図8 $Nu^*/Nu^*(\lambda^*=\infty)$ の変化
(外壁熱流束一定)図9 $Nu^*/Nu^*(\lambda^*=\infty)$ の変化
(外壁温度一定)