外部経済とシュタッケルベルグゲームの均衡

村　田　省　三

Abstract

In this paper we consider the output level at the equilibrium of Cournot duopoly game and Stackelberg game with perfect information. When first mover has decreasing cost because of extenal economy, first mover advantage becomes greater than it in the case there is no external economy. And from the analysis of this paper it is easily verified that the point of Parato dominannce to Nash equilibiria is located to the right side of Cournot point. In this case only the reaction curve of the firm which has smaller cost under external economy exist in the Pareto field.

keyword: first mover advantage, Stackelberg game

1　序

同時手番のクールノー複占ゲームの均衡とシュタッケルベルグ複占ゲームの均衡を比較するとき，完全情報下の均衡においては，価格はシュタッケルベルグゲームよりクールノーのほうが大きくなり，逆に，生産量合計は，クールノーゲームよりシュタッケルベルグゲームのほうが大きくなるといわれる。また，シュタッケルベルグ先手の獲得利潤はクールノーゲームの均衡からえられる利潤よりも大きくなり，したがって先手有利であるといわれる。不完全情報を想定するなどのわずかな例外を除けば，事実上，この結論は不動のものと考えられている。ただし，そのことが敷衍されて，この先手有利

性の程度もまた状況によって変化しない性質と思われているかもしれない。これは正しくない。

本稿は，この先手有利性の結論が外部経済の存在によってどの程度まで左右されるかを検討する。シュタッケルベルグ後手にたいして外部経済効果がはたらき，その効果として後手企業の費用水準低下があるケースは，先手有利性が相当程度に縮減され，数値上ほとんど先手有利性がない状態になることをすでに確認している。したがって，ここでは，逆にシュタッケルベルグ先手にたいして外部経済効果がはたらいた場合の効果を検討する。ただでさえ先手有利であるところに，先手にたいして外部経済が有利にはたらくのであるから，先手の有利性が圧倒的なものになると予想される。これは結論的には正しい予想である。ところが，同時手番クールノーゲームのナッシュ均衡における均衡生産量は実際には微増にとどまり，したがって均衡価格は予想に反してほとんど変化しないことがあるかもしれない。また，外部経済の効果によって，Hamilton, J., and S, Slutsky. (1990)のなかで示されている，最適反応曲線と等利潤線の形状組合せについての総括的分類（Fig.5 Reaction functions and Pareto sets）のどれにも属さない組合せがある可能性は否定できないのである。

かりにそうであれば，ほぼ完全に分析し尽された感のある完全情報複占ゲームにもいまだ未開拓の領域が含まれていることが明確になり，そこには本稿の分析結果がもつ意義も存在するわけである。なお，ここでの分析結果は，ただちに先手有利性をくつがえす具体的反例をもたらすことはないが，外部経済効果を具体的に検証しているから，外部経済が後手有利性につながる可能性を暗示することはあると思われる。なお，本稿での分析のなかでもっとも重要な結論は，外部経済効果の恩恵を受ける企業が先手の場合，クールノー均衡よりもシュタッケルベルグ均衡のほうがパレート優位になっているという事実である。このことは，このようなゲームがはじめから先手・後手ゲームとしておこなわれることを意味している。いわゆる先手後手の決定

問題に光を与えている。

2　モデルとその解析

本稿では，需要関数(1)が想定される。ここで，x_1は第1企業の生産量であり，x_2は第2企業の生産量である。需要切片(a)は本稿を通じて常に正値をとるものとする。また，需要曲線の傾き(b)も本稿をつうじて常に正値であると仮定する。

$$P=a-b(x_1+x_2) \tag{1}$$

第1企業および第2企業の費用関数は(2)，(3)であると仮定する。後半の式の右辺第2項が本稿モデルの特徴である。この項は外部経済の効果を示すものであるが，第二項の係数(e_2)が正値であれば外部経済効果を示し，負値であれば外部不経済効果を示すことになる。通常は右下がりの最適反応曲線が，外部経済係数のために仮に右上がりになるとすれば，その効果はただ各企業の獲得利潤を変動させるということにとどまらない。本稿では，外部経済係数(e_2)は正定数と仮定する。したがって，第2企業は第1企業の生産拡大とともに，自企業生産についての費用を縮小していくことが想定されている。

$$C_1(x_1,x_2)=c_1x_1 \tag{2}$$

$$C_2(x_1,x_2)=c_2x_2-e_2x_2x_1 \tag{3}$$

この結果，第1企業および第2企業の利潤関数は(4)，(5)となり，最適反応関数は(6)，(7)になる。

$$\pi_1=(a-b(x_1+x_2))x_1-c_1x_1 \tag{4}$$

$$\pi_2=(a-b(x_1+x_2))x_2-(c_2x_2-e_2x_2x_1) \tag{5}$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial x_1} = (a - c_1) - 2bx_1 - bx_2 = 0 \tag{6}$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial x_2} = (a - c_2) + (e_2 - b)x_1 - 2bx_2 = 0 \tag{7}$$

ここで，第2企業の最適反応曲線上で，第2企業の生産数量を拡大するほど第2企業の利潤拡大が実現できるかどうか確認する。第2企業の最適反応関数から，最適反応曲線上での第1企業と第2企業の生産数量関係は(8)になり，これを第2企業の利潤関数に代入すると(9)が得られ，単調な利潤拡大が確認できる。

$$x_1 = \frac{-2b}{b - e_2} x_2 + \frac{a - c_2}{b - e_2} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} \pi_2 &= (a - b(\frac{-2b}{b - e_2} x_2 + \frac{a - c_2}{b - e_2}) + x_2)x_2 - (c_2 x_2 - e_2(\frac{-2b}{b - e_2} x_2 + \frac{a - c_2}{b - e_2})x_2) \\ &= bx_1^2 \end{aligned} \tag{9}$$

同様に，第1企業にとっても，やはり，最適反応曲線上にそって生産拡大することが利潤拡大につながることがわかる。これは，e_2 が正値あるいは負値であるかどうかにかかわらず常に成立する。このことは，外部経済効果を考えるときにはまったく不自然なことではないけれども，外部不経済効果を想定するときにはかならずしも自明なことではない。外部不経済によって幾何級数的に費用がかさむこととなるからである。

3 ゲーム均衡と最適反応曲線

第1企業および第2企業の両方に，外部経済がまったく影響ない場合（$e_2 = 0$），第1企業および第2企業の最適反応曲線(10)，(11)は図1で示されるものになる。第1企業の最適反応曲線の傾きのほうが第2企業の最適反応曲線の傾きより（絶対値で）おおきい。これは通常の（外部経済効果のない）クールノー複占ゲームおよびシュタッケルベルグ複占ゲームの状況とまった

く同じである。第 1 企業の最適反応曲線の傾きと第 2 企業の最適反応曲線の傾きは互いに逆数になっているがこれも通常の関係である。第 1 企業の等利潤線は第 1 企業の最適反応曲線を頂点として，一方の漸近線が縦軸である。もう一方の漸近線は以下の等利潤線を示す式の右辺第 3 項を除いたものにある。なお，第 2 企業の等利潤線を示す関数は(12)である。なお，次の不等式の成立を仮定する。

$$a-c_1 \geq 0, a-c_2 \geq 0, b-e_2 \geq 0$$

$$x_2=\frac{a-c_1}{b}-2x_1 \tag{10}$$

$$x_2=\frac{a-c_2}{2b}-\frac{1}{2}x_1 \tag{11}$$

$$x_1=\frac{a-c_2}{b}-x_2-\frac{\bar{\pi}_2}{bx_2} \tag{12}$$

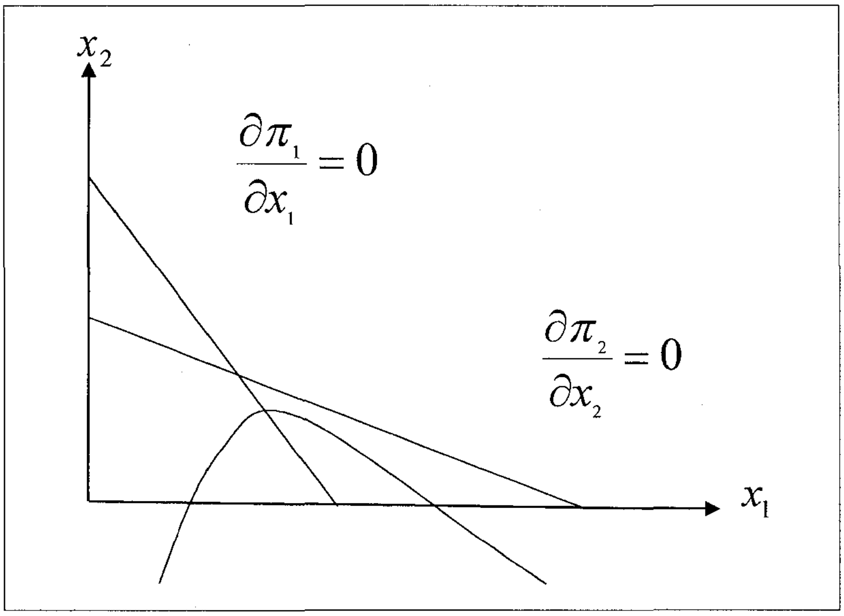

図 1 ：外部経済がない場合

次に，第 1 企業の生産活動が第 2 企業の生産費水準にたいして，外部経済効果をもたらすと仮定する。これまでと同様に $a-c_1 \geq 0, a-c_2 \geq 0$ を仮定するが，外部経済効果によって $e_2-b \leqq 0$ が成立していると仮定すれば，第 1 企業の最適反応が(13)，第 2 企業の最適反応が(14)，第 1 企業の等利潤線が

(15)第2企業の等利潤線が(16)になり，図2が得られる。わずかではあるが，シュタッケルベルグ均衡のほうが後手第1企業生産量は大きく，先手第2企業生産量は小さくなる。この大小関係が成立する根拠は以下で示す。

次式は後手第1企業の最適反応関数，次次式は先手第2企業の最適反応関数，その次は第1企業の等利潤線，その次は第2企業の等利潤線である。なお，この漸近線はひとつは横軸，もうひとつは $x_1=-\frac{2b}{b-e_2}x_2+\frac{a-c_2}{b-c_2}$ であるが，この漸近線は最適反応曲線と同一切片をもち，傾きが2倍になっている。

$$(a-c_1)-2bx_1-bx_2=0 \tag{13}$$

$$(a-c_2)+(e_2-b)x_1-2bx_2=0 \tag{14}$$

$$x_2=\frac{a-c_1}{b}-x_1-\frac{\bar{\pi}_1}{bx_1} \tag{15}$$

$$x_1=\frac{a-c_2}{b-e_2}-\frac{b}{b-e_2}x_2-\frac{\bar{\pi}_2}{(b-e_2)x_2} \tag{16}$$

$$a-c_1\geq 0, a-c_2\geq 0, e_2-b\leqq 0$$

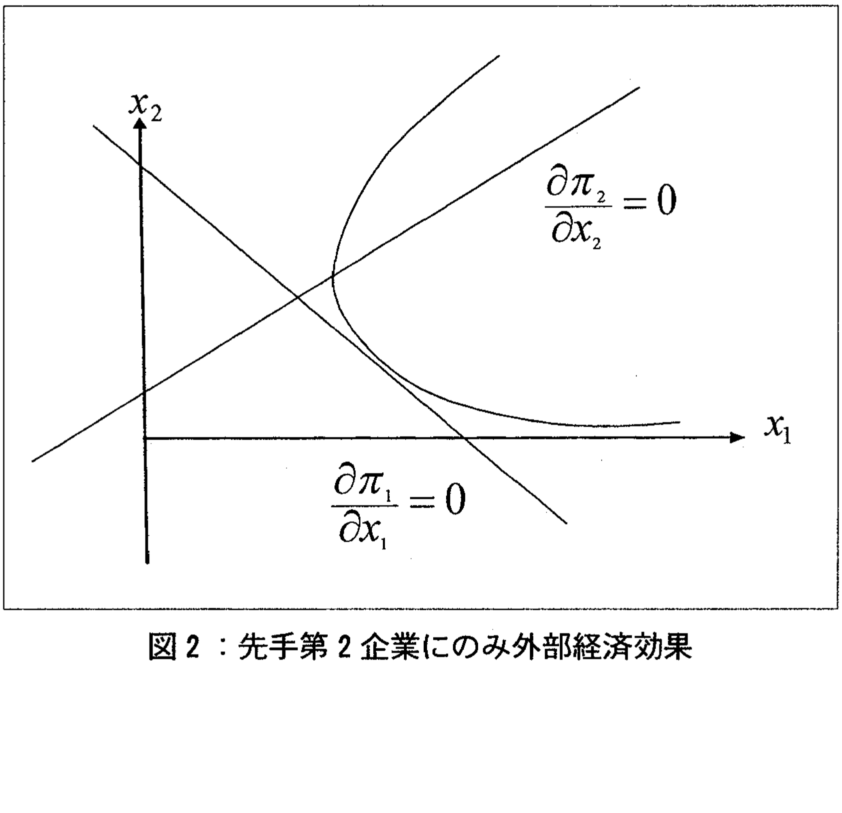

図2：先手第2企業にのみ外部経済効果

ここで第2企業の行動に注目すると，先手であるにもかかわらず，わざわざクールノー均衡より低い生産量を選択していることに気づく。外部経済がないときには，先手は生産量を拡大して利潤増をはかるということが知られているから，表面的な行動はここではまったく逆になっている。この大小関係は，外部経済効果の恩恵を受ける先手第2企業の最適反応曲線をその等利潤線が通過するところでの傾きが無限大（以下の式を参照）になり，後手第1企業の最適反応曲線の傾き（-2）より，絶対値で大きいことから確認できる。

$$(e_2-b)x_2\cdot dx_1+((a-c_2)+(e_2-b)x_1-2bx_2)\cdot dx_2=0$$

$$\frac{dx_2}{dx_1}=-\frac{e_2-b}{(a-c_2)+(e_2-b)-2bx_2}$$

本稿の仮定のもとでは，後手第1企業の最適反応曲線の傾きの絶対値は1より小さくなるから，このシュタッケルベルグ均衡点では，クールノー均衡より合計生産量が大きくなり価格は低くなる。パレート効率性の観点からすれば消費者にとって条件の良い均衡になっていることが明らかである。この点で外部経済の恩恵を受けない企業が先手であった場合と大きく異なる。外部経済の恩恵を受けない企業が先手であった場合は，第1企業と第2企業の両方の（クールノー＝ナッシュ均衡に比べて）生産縮減を発生させる。なお，本稿モデルにおけるシュタッケルベルグ均衡では，第1企業と第2企業の両方にとってクールノー均衡点との対比でパレート改善となるような領域はクールノー点の右側に広がっている。つまり，外部経済効果を受ける第2企業の生産量拡大よりも外部経済効果を受けない第1企業の生産拡大によって両企業はパレート改善されるのである。ただし，そのパレート優位集合のなかを通過する最適反応曲線は第1企業と第2企業の両方の反応曲線であることにとくに注目しなければならない。このため，パレート改善に向かう誘引は非常に強いものとなるであろう。この点で，通常の（外部経済効果を考慮

しない）クールノー複占ゲームでは，パレート優位集合が原点よりに位置していて，そのなかを両企業のどちらの最適反応曲線も通過していない状況とはまったく根本的に異なっている。本稿のような複占ゲームははじめから先手後手ゲームとしておこなわれ，けっして同時手番クールノーゲームとはならないといって差し支えないかもしれない。

また，先手第2企業は，均衡より生産数量を減少させて利潤拡大を図るから，せっかくの天恵である外部経済はその効果を抑えられる結末となるが，第1企業の最適反応曲線の傾きの絶対値が1より小さいことが功を奏して，両企業による生産量合計は若干ではあるが拡大している。このあたりの具体的な数値例は次節で与えられる。

4　後手有利の数値例

本節では，先手有利性に外部効果による典型的な影響を与えるゲームを具体的に表示する。ひとつの例は，第1企業および第2企業が，以下の利潤関数をもつ場合である。このときは，第2企業の生産活動が第1企業の費用水準を減少させる効果をもっているが，その外部効果の程度は，両企業の生産増大とともに幾何級数的におおきくなることが想定される。

$$\pi_1 = (20 - 3(x_1 + x_2))x_1 - (5x_1)$$
$$\pi_2 = (20 - 3(x_1 + x_2))x_2 - (5x_2 - 4x_1x_2)$$

このときの最適反応関数および等利潤関数は以下のようになる。最初が第1企業の最適反応関数であり，これは外部経済の影響はないから右下がりである。一方，第2企業のほうは外部経済の影響によって最適反応曲線が右上がりになる。

$$15 - 6x_1 - 3x_2 = 0$$
$$15 + x_1 - 6x_2 = 0$$

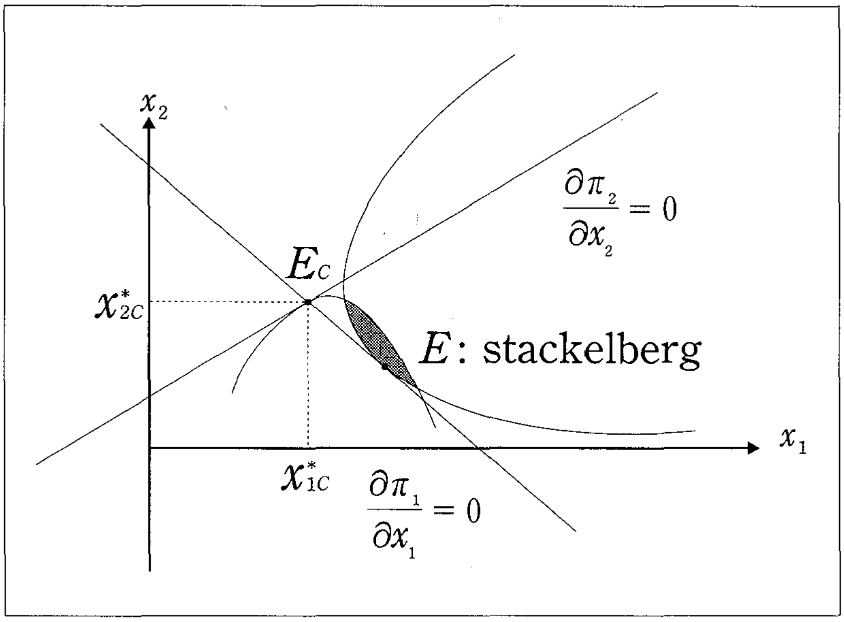

図 3 ：外部経済効果の数値例

クールノーゲームとしての均衡生産量を，第 1 企業 x^*_{1C}，第 2 企業 x^*_{2C}，均衡価格を P^*_C，第 1 企業利潤を π^*_{1C}，第 2 企業利潤を π^*_{2C} とする。これにたいして，シュタッケルベルグゲームとしての均衡生産量を，後手第 1 企業 x^*_{1S}，先手第 2 企業 x^*_{2S}，均衡価格を P^*_S，後手第 1 企業の利潤を，π^*_{1S} および後手第 2 企業の利潤を π^*_{2S} とすると，これらは各々，以下のような数値になる。クールノー均衡よりシュタッケルベルグ均衡のほうが圧倒的に先手有利である。ただし，このとき，先手第 2 企業の費用水準はちょうどゼロになる。

ところで，第 2 企業についてみると，同時手番ゲームとしてのクールノー複占ゲーム均衡生産量のほうがシュタッケルベルグ先手としての均衡生産量より大きくなっていることに気づく。また，生産数量の絶対値だけでなく，後手第 1 企業の生産量との比率でもクールノーゲームのほうが大きい。ただ，利潤だけがシュタッケルベルグ先手のほうが大きくなるだけという状況である。ただし，どちらの企業も利潤拡大を実現している。

$$x_{1C}^{*}=\frac{15}{13}\fallingdotseq 1.154$$

$$x_{2C}^{*}=\frac{35}{13}\doteq 2.692$$

$$P_{C}^{*}=\frac{110}{13}\doteq 8.461$$

$$\pi_{1C}^{*}=\frac{675}{169}\doteq 3.994$$

$$\pi_{2C}^{*}=\frac{3675}{169}\doteq 21.745$$

$$x_{1S}^{*}=\frac{5}{4}=1.25$$

$$x_{2S}^{*}=\frac{5}{2}=2.5$$

$$P_{S}^{*}=\frac{35}{4}=8.75$$

$$\pi_{1S}^{*}=\frac{75}{16}\doteq 4.687$$

$$\pi_{2S}^{*}=\frac{225}{6}-(5\times\frac{5}{2}-4\times\frac{5}{2}\times\frac{5}{4})=\frac{225}{6}=37.5$$

ここで，クールノー均衡よりもシュタッケルベルグ均衡のほうがパレート優位になっていることにもっとも注意したい。このことは，このゲームが最初から先手後手ゲームでおこなわれることを意味しているからである。

5 結 語

本稿では，外部経済が存在する場合には，完全情報下の均衡においては，先手企業の生産量はシュタッケルベルグゲームのほうがクールノーゲームのときより大きくなり，後手企業については逆にシュタッケルベルグゲームのほうで生産縮小に追いこまれるという意味での先手有利性にひとつの反例を与えた。外部経済効果を考慮するとき，シュタッケルベルベルグ先手企業が

生産縮小して，後手企業の生産拡大を図ろうとすることを確認したからである。また，複占企業の生産量合計については，シュタッケルベルグゲームのほうがクールノーゲームのときより大きくなりるという通説にたいして，ひとつの反例を与えた。外部経済効果を考慮すれば，クールノー＝ナッシュ均衡よりシュタッケルベルグ均衡における複占企業の生産量合計のほうが大きくなることを具体的な数値例によっても確認したからである。これにより，均衡価格の大小に関するこれまでの常識的な理解についての反例もまたあたえたことになる。とくにこれら結果を不完全情報を仮定しないで，完全情報下で論証したところに意味があると思われる。なお，ただでさえ先手有利であるところに，先手にたいして外部経済が有利にはたらくのであるから，先手の有利性が圧倒的なものになると予想されたことについては，先手有利であることだけは正しいが，同時手番クールノーゲームのナッシュ均衡にたいしてシュタッケルベルグ先手による均衡生産量は実際には微増にとどまり，したがって均衡価格は予想に反してほとんど変化しないことが明らかになった。

一方，ここでの分析結果は，先手有利性そのものについての反例を与えているわけではないが，先手有利性が利潤にどの程度まで出現するかということの検討をおこなうなかで，利潤をささえる生産数量および価格という変数が，外部経済効果の導入によってはおどろくほど変化しないことも確認した。そればかりでなく，シュタッケルベルグ後手企業の利潤も，クールノー＝ナッシュ均衡におけるより大きくなっていることは，本稿分析においてもっとも重要視されてよいであろう。このことは，外部経済効果をともなうゲームが，クールノー型の同時手番ではなく，外部経済効果の恩恵を受ける企業先手でおこなわれる可能性を論証しているからである。クールノー均衡よりもシュタッケルベルグ均衡のほうがパレート優位になっている。

また，外部経済の効果によって，Hamilton, J., and S, Slutsky.（1990）のなかで示されている，最適反応曲線と等利潤線の形状組合せについての総括的

分類（Fig.5 Reaction functions and Pareto sets）のどれにも属さない組合せがある可能性を提示した。本稿モデルにおけるシュタッケルベルグ均衡では，第1企業と第2企業の両方にとってクールノー均衡点との対比でパレート改善となるような領域はクールノー点の右下側に広がっている。つまり，外部経済効果を受ける第2企業の生産量拡大よりも外部経済効果を受けない第1企業の生産拡大によって両企業はパレート改善されるのである。ただし，そのパレート優位集合のなかを通過する最適反応曲線は第1企業と第2企業の両方の反応曲線であることに注目しなければならない。これは，Hamilton, J., and S, Slutsky.（1990）では見落とされている分類に属している。

かりにそうであれば，ほぼ完全に分析しつくされた感のある完全情報複占ゲームにもいまだ未開拓の領域が含まれていることが明確になり，そこには本稿の分析結果がもつ意義も存在するわけである。なお，ここでの分析結果は，ただちに先手有利性をくつがえす具体的反例をもたらすことはないが，外部経済効果を具体的に検証しているから，外部経済が後手有利性につながる可能性を暗示することはあると思われる。

参考文献

[1] Amir,.R.(1995). "Endogenous Timing Two-Player Games: A Counter Example," *Games and Economic Behavior.*

[2] Anderson, S., and M, Engers, (1992) "Stackelberg versus Cournot Oligopoly equilibrium," *International Jpurnal of Organization.* 10.127-135

[3] Gal-Or, E. (1985). "First Mover and Second Mover Advantages," *International Economic Review.* 26.649-652.

[4] Hamilton, J., and S, Slutsky. (1990). "Endogenious Timing in Duopoly Games: Stackelberg or Cournot Equilibria," *Games and Economic Behavior.* 2.29-46