

## 航走する圧力分布が造る三次元波\*

### —IAF法による数値計算—

正会員 塩 谷 茂 明\*\*, 正会員 仲 渡 道 夫\*\*\*

### Three-Dimensional Waves Generated by a Running Pressure Disturbance —Numerical Computation by IAF Scheme—

By Shigeaki SHIOTANI(*Member*) and Michio NAKATO(*Member*)

This paper deals with numerical computational method on three-dimensional surface waves which are generated by a running pressure disturbance. The computational method by modified IAF scheme is investigated. The characteristics of this computational method are that the three dimensional Navier-Stokes equations are treated including viscosity terms, that the distribution of a pressure disturbance is arbitrary and that the computing efficiency is very superior compared with the ordinary MAC scheme in this problem.

The validation of computational results by this scheme is investigated by comparison with results obtained by MAC scheme.

The calculations of wave pattern generated by running pressure of various distributions are tried.

**Keywords :** Numerical Simulation, Waves Generated by a Running Pressure Disturbance, IAF Scheme, Finite Differential Method

### 1. 緒 言

本研究は、一様速度で航走する圧力分布が造る三次元波の数値計算方法に関するものである。この問題に関し小原ら<sup>1)</sup>はMAC法で三次元Navier-Stokes方程式を解き、解析的手法による計算結果との比較から、この数値計算方法の妥当性を論じている。しかし、差分法でNavier-Stokes方程式を解く場合、通常のMAC法を用いると、正確な波面を得るために自由表面近傍で格子間隔を十分密にし、かつ計算の安定性から時間刻み幅を十分小さくしなければ良い結果は得られない。このため波が十分発達し定常状態に達するまでには長い計算時間が必要で、計算効率が悪く多数の計算を行なう場合には莫大な労力と経費を要するので、できるだけ計算効率を向上させる工夫が必要である。

そこで、著者等は今回、圧縮性流体でよく利用され、陽解法と比較すると計算時間刻み幅が大きくでき、その

結果計算時間の短縮が可能であるIAF(Implicit Approximate Factorization)法の適用を提案する<sup>2)</sup>。ただし、ここで用いたIAF法は圧力項をMAC法で陽的に、流速成分は運動方程式を因数分解し陰的に計算するよう改良した方法である。この方法の特徴はオリジナルのIAFよりはるかにアルゴリズムが簡単であることと、初心者には比較的平易であるMAC法のスキームから容易に改良できることである。

前述の通りMAC法による数値計算はStanding<sup>3)</sup>による解析計算結果とよく一致していたので、今回はIAF法とMAC法の計算結果を比較検討し、本方法の妥当性を吟味する。その結果、両者共ほとんど一致した計算結果と精度が得られたので報告する。また、本方法の計算効率はMAC法のおよそ3倍程度も改善されることがわかったので、多数の計算が比較的容易に実行できるため、圧力分布の航走速度や矩形圧力分布の形状を変えた場合の波についても計算する。

なお、実験との詳細な比較は、後日に譲る。

### 2. 基礎方程式

流体は非圧縮性流体であり、粘性を考慮する。このと

\* 平成5年5月28日 関西造船協会春季講演会において講演、  
原稿受付平成5年6月16日

\*\* 長崎大学水産学部 (旧姓: 小原茂明)

\*\*\* 広島大学工学部

き、無次元化した三次元流れの基礎方程式は、次のような Navier-Stokes 方程式で与えられる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u - \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad \dots(1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} + \frac{1}{Re} \nabla^2 v - \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad \dots(2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{1}{Re} \nabla^2 w - \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad \dots(3)$$

ここに、 $Re$  はレイノルズ数、 $\Phi$  は

$$\Phi = P + \frac{z}{Fn^2} \quad \dots(4)$$

で定義された圧力であり、 $Fn$  はフルード数である。また、無次元化した連続の式は、次式で与えられる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots(5)$$

(1), (2), (3) 式を時間に関して一次前進差分近似で表わすと

$$\frac{u^{n+1}}{\Delta t} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} = E \quad \dots(6)$$

ただし、

$$E = \frac{u^n}{\Delta t} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u - \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad \dots(7)$$

$$\frac{v^{n+1}}{\Delta t} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} = F \quad \dots(8)$$

ただし、

$$F = \frac{v^n}{\Delta t} + \frac{1}{Re} \nabla^2 v - \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad \dots(9)$$

$$\frac{w^{n+1}}{\Delta t} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} = G \quad \dots(10)$$

ただし、

$$G = \frac{w^n}{\Delta t} + \frac{1}{Re} \nabla^2 w - \left( u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad \dots(11)$$

となる。ここで添字  $n, n+1$  はそれぞれタイムステップを示している。(6), (8), (10) 式をそれぞれ  $x, y, z$  に関し偏微分して加えると、

$$\frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = \nabla^2 \Phi + \frac{1}{\Delta t} \left( \frac{\partial u^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial v^{n+1}}{\partial y} + \frac{\partial w^{n+1}}{\partial z} \right) \quad \dots(12)$$

となる。(12) 式の右辺第2項の( )内は、MAC 法によると、(5) 式の連続の式よりゼロとしている。すると、

(12) 式はポアソンの式で次のようになる。

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial z} = R \quad \dots(13)$$

$\Phi$  は点 S.O.R 法の反復計算から得られる。

水面上の波面計算は、任意水面( $x, y$ )での時刻  $t$  の水面変位を  $\eta(x, y, t)$  とすると、水面の式

$$H(x, y, z, t) = z - \eta(x, y, t) = 0 \quad \dots(14)$$

において、 $H$  の実質微分は  $DH/Dt = 0$  であるから

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{DH}{Dt} = \frac{\partial H}{\partial t} + u \frac{\partial H}{\partial x} + v \frac{\partial H}{\partial y} + w \frac{\partial H}{\partial z} \\ &= -\frac{\partial \eta}{\partial t} - u \frac{\partial \eta}{\partial x} - v \frac{\partial \eta}{\partial y} + w \cdot 1 \end{aligned} \quad \dots(15)$$

となる。したがって、

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = w - u \frac{\partial \eta}{\partial x} - v \frac{\partial \eta}{\partial y} \quad \dots(16)$$

となり、この式から  $\eta(x, y, t)$  を計算する。

### 3. 基礎方程式の差分化と IAF 法

三次元直交座標系  $x, y, z$  と一般座標系  $\xi, \eta, \zeta$  との関係式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \xi &= \xi(x, y, z, t) \\ \eta &= \eta(x, y, z, t) \\ \zeta &= \zeta(x, y, z, t) \\ \tau &= t \end{aligned} \quad \dots(17)$$

これを用い(1)～(3)式を非保存型ベクトル表示にすると次のように与えられる。

$$q_\tau + U q_\xi + V q_\eta + W q_\zeta = \frac{1}{Re} \nabla^2 q - H' \quad \dots(18)$$

ここに、 $q, H'$  は速度と圧力項のベクトル表示

$$q = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}, \quad H' = \begin{bmatrix} \Phi_{\xi\xi} + \Phi_{\eta\eta} + \Phi_{\zeta\zeta} \\ \Phi_{\xi\xi} + \Phi_{\eta\eta} + \Phi_{\zeta\zeta} \\ \Phi_{\xi\xi} + \Phi_{\eta\eta} + \Phi_{\zeta\zeta} \end{bmatrix} \quad \dots(19)$$

であり、 $U, V$  および  $W$  は時間項を考慮した反変速度成分

$$\begin{aligned} U &= \xi_\tau + u \xi_x + v \xi_y + w \xi_z \\ V &= \eta_\tau + u \eta_x + v \eta_y + w \eta_z \\ W &= \zeta_\tau + u \zeta_x + v \zeta_y + w \zeta_z \end{aligned} \quad \dots(20)$$

である。

(18) 式の差分化は完全陰解法表示すると次式のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{q^{n+1} - q^n}{\Delta\tau} + (U q_\xi)^{n+1} + (V q_\eta)^{n+1} + (W q_\zeta)^{n+1} \\ & = \frac{1}{Re} (\nabla^2 q)^{n+1} - H'^{n+1} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(21)$$

(21)式の  $n+1$  タイムステップでの値はそれぞれ未知数であるからこのままでは解けないので、線型化し時間に関する2次オーダ以上以上の高次項を省略すると

$$\begin{aligned} (U q_\xi)^{n+1} &= U^n q_\xi^n + U^n \frac{\partial q_\xi^n}{\partial \tau} \Delta\tau + q_\xi^n \frac{\partial U^n}{\partial q^n} \frac{\partial q^n}{\partial \tau} \Delta\tau + \mathcal{O}(\Delta\tau^2) \\ (V q_\eta)^{n+1} &= V^n q_\eta^n + V^n \frac{\partial q_\eta^n}{\partial \tau} \Delta\tau + q_\eta^n \frac{\partial V^n}{\partial q^n} \frac{\partial q^n}{\partial \tau} \Delta\tau + \mathcal{O}(\Delta\tau^2) \\ (W q_\zeta)^{n+1} &= W^n q_\zeta^n + W^n \frac{\partial q_\zeta^n}{\partial \tau} \Delta\tau + q_\zeta^n \frac{\partial W^n}{\partial q^n} \frac{\partial q^n}{\partial \tau} \Delta\tau + \mathcal{O}(\Delta\tau^2) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(22)$$

となり、これを(21)式に代入する際、次式のような差分表示を用いる。

$$\begin{aligned} \Delta q^n &= q^{n+1} - q^n \\ \Delta U^n &= \frac{\partial U^n}{\partial \tau} \Delta\tau = \frac{U^{n+1} - U^n}{\Delta\tau} \Delta\tau = U^{n+1} - U^n \\ \Delta V^n &= \frac{\partial V^n}{\partial \tau} \Delta\tau = \frac{V^{n+1} - V^n}{\Delta\tau} \Delta\tau = V^{n+1} - V^n \\ \Delta W^n &= \frac{\partial W^n}{\partial \tau} \Delta\tau = \frac{W^{n+1} - W^n}{\Delta\tau} \Delta\tau = W^{n+1} - W^n \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(23)$$

(22)(23)式を(21)式に代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta q^n}{\Delta\tau} + U^n q_\xi^n + U^n \Delta q_\xi^n + q_\xi^n \frac{\partial U^n}{\partial q^n} \Delta q^n \\ & + V^n q_\eta^n + V^n \Delta q_\eta^n + q_\eta^n \frac{\partial V^n}{\partial q^n} \Delta q^n \\ & + W^n q_\zeta^n + W^n \Delta q_\zeta^n + q_\zeta^n \frac{\partial W^n}{\partial q^n} \Delta q^n \\ & = -H'^n + \frac{1}{Re} (\nabla^2 q^n + \nabla^2 \Delta q^n) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(24)$$

ここで、(21)式の圧力項  $H'^{n+1}$  はこのままでは解けないので、 $n$  タイムステップの値で近似する。また、(24)式の左辺第4, 7及び10項の  $U, V, W$  の  $q$  に関する微分項もこのままでは因数分解できないので定常解に接近すると近似的に次の様に変換した。

$$\begin{aligned} q_\xi^n \frac{\partial U^n}{\partial q^n} \Delta q^n &= \frac{\partial q^n}{\partial \xi} \frac{\partial U^n}{\partial q^n} \Delta q^n = \frac{\partial U^n}{\partial \xi} \Delta q^n = U_\xi^n \Delta q^n \\ q_\eta^n \frac{\partial V^n}{\partial q^n} \Delta q^n &= \frac{\partial q^n}{\partial \eta} \frac{\partial V^n}{\partial q^n} \Delta q^n = \frac{\partial V^n}{\partial \eta} \Delta q^n = V_\eta^n \Delta q^n \\ q_\zeta^n \frac{\partial W^n}{\partial q^n} \Delta q^n &= \frac{\partial q^n}{\partial \zeta} \frac{\partial W^n}{\partial q^n} \Delta q^n = \frac{\partial W^n}{\partial \zeta} \Delta q^n = W_\zeta^n \Delta q^n \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(25)$$

なお、これらの項は省略しても計算波形はほとんど変化しなかった。

(25)式を(24)に代入し、ラプラス演算子を導入すると次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta q^n}{\Delta\tau} + U^n q_\xi^n + U^n \Delta q_\xi^n + U_\xi^n \Delta q^n + V^n q_\eta^n + V^n \Delta q_\eta^n \\ & + V_\eta^n \Delta q^n + W^n q_\zeta^n + W^n \Delta q_\zeta^n + W_\zeta^n \Delta q^n \\ & = -H'^n + \frac{1}{Re} (a_1 q_{\xi\xi}^n + a_2 q_{\eta\eta}^n + a_3 q_{\zeta\zeta}^n + a_4 q_\xi^n \\ & + a_5 q_\eta^n + a_6 q_\zeta^n + a_7 q_{\xi\eta}^n + a_8 q_{\eta\zeta}^n + a_9 q_{\zeta\xi}^n) \\ & + \frac{1}{Re} (a_1 \Delta q_{\xi\xi}^n + a_2 \Delta q_{\eta\eta}^n + a_3 \Delta q_{\zeta\zeta}^n + a_4 \Delta q_\xi^n \\ & + a_5 \Delta q_\eta^n + a_6 \Delta q_\zeta^n + a_7 \Delta q_{\xi\eta}^n + a_8 \Delta q_{\eta\zeta}^n + a_9 \Delta q_{\zeta\xi}^n) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(26)$$

ここに、 $a_1 \sim a_9$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} a_1 &= \xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2 \\ a_2 &= \eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2 \\ a_3 &= \zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2 \\ a_4 &= \xi_{xx} + \xi_{yy} + \xi_{zz} \\ a_5 &= \eta_{xx} + \eta_{yy} + \eta_{zz} \\ a_6 &= \zeta_{xx} + \zeta_{yy} + \zeta_{zz} \\ a_7 &= 2(\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y + \xi_z \eta_z) \\ a_8 &= 2(\eta_x \zeta_x + \eta_y \zeta_y + \eta_z \zeta_z) \\ a_9 &= 2(\zeta_x \xi_x + \zeta_y \xi_y + \zeta_z \xi_z) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(27)$$

(26)式で  $\Delta q^n$  に関する項を左辺に、他の項を右辺に移行し、近似因数分解法を用いてまとめるとき式を得る。

$$\begin{aligned} & \left[ I + \Delta\tau \left\{ U_\xi^n + \left( U^n - \frac{a_4}{Re} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{a_1}{Re} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right\} \right] \\ & \left[ I + \Delta\tau \left\{ V_\eta^n + \left( V^n - \frac{a_5}{Re} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} - \frac{a_2}{Re} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right\} \right] \\ & \left[ I + \Delta\tau \left\{ W_\zeta^n + \left( W^n - \frac{a_6}{Re} \right) \frac{\partial}{\partial \zeta} - \frac{a_3}{Re} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \right\} \right] \Delta q^n = \Delta\tau Q^n \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(28)$$

ここに、 $Q^n$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} Q^n &= -(U^n q_\xi^n + V^n q_\eta^n + W^n q_\zeta^n) \\ & + \frac{1}{Re} (a_1 q_{\xi\xi}^n + a_2 q_{\eta\eta}^n + a_3 q_{\zeta\zeta}^n + a_4 q_\xi^n \\ & + a_5 q_\eta^n + a_6 q_\zeta^n + a_7 q_{\xi\eta}^n + a_8 q_{\eta\zeta}^n + a_9 q_{\zeta\xi}^n) \\ & + \frac{1}{Re} (a_7 \Delta q_{\xi\eta}^n + a_8 \Delta q_{\eta\zeta}^n + a_9 \Delta q_{\zeta\xi}^n) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(29)$$

(29)式中、 $\Delta q^n$  の交差微分は  $n-1$  タイムステップの値から陽的に計算する。

さらに、(28)式は次のように書ける。

$$\begin{aligned} & \left[ I + \Delta\tau \left\{ U_{\xi}^n + \left( U^n - \frac{a_4}{Re} \right) \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{a_1}{Re} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right\} \right] \Delta q^{n*} = \Delta\tau Q^n \\ & \left[ I + \Delta\tau \left\{ V_{\eta}^n + \left( V^n - \frac{a_5}{Re} \right) \frac{\partial}{\partial \eta} - \frac{a_2}{Re} \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right\} \right] \Delta q^{n**} = \Delta q^{n*} \\ & \left[ I + \Delta\tau \left\{ W_{\zeta}^n + \left( W^n - \frac{a_6}{Re} \right) \frac{\partial}{\partial \zeta} - \frac{a_3}{Re} \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2} \right\} \right] \Delta q^n = \Delta q^{n**} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (30)$$

ここで、微分項は4次中心差分、対流項は3次風上差分を用い、 $\xi$ ,  $\eta$ および $\zeta$ 方向別々に5重対角行列を計算すると最終的に $\Delta q^n$ が得られる。そして、 $n+1$ タイムステップの流速は次式で得られる。

$$q^{n+1} = q^n + \Delta q^n \quad \dots\dots\dots (31)$$

非圧縮性流体の場合、圧力 $\phi$ に対し通常のIAF法では疑似圧力を導入し(19)式の速度ベクトル $q$ の中に含め速度成分と同時に計算している<sup>4)</sup>。しかし、本方法では圧力項は速度成分と別に(13)式から陽的に計算する。

#### 4. 計算対象と計算方法

Fig. 1 はIAF法のアルゴリズムである。流速は加速しないで一様流速の平水面上に無次元時間 $T=0$ に突然圧力分布が負荷したとして計算を開始している。初期条件と初期計算格子が与えられると(7), (9), ならびに(11)式から運動方程式の $E$ ,  $F$ ,  $G$ を計算する。さらに、(12)式からポワソン方程式の $R$ を計算する。そして、(13)式から圧力 $\phi$ を得る。ここまで過程は陽解法のMAC法と同じである。次にIAF法にしたがって、(30)式より $\Delta\tau Q^n$ を計算し、(30)式より $\Delta q^n$ を得る。そして、(31)式から次のタイムステップの速度 $u$ ,  $v$ ,  $w$ を得る。

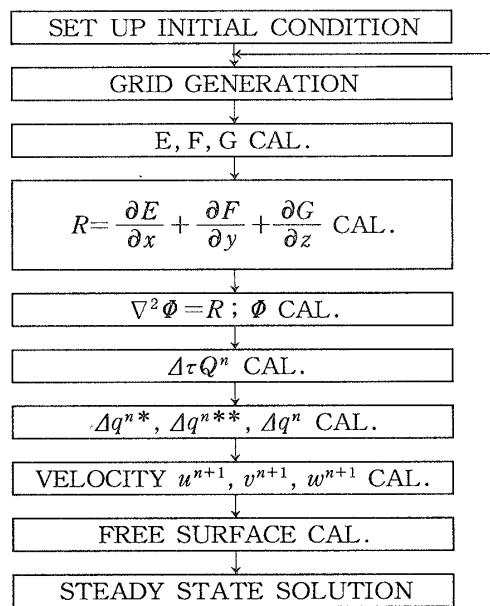


Fig. 1 Algorithm of computation

この速度で自由表面上に設置したマーカ粒子を移動させ、(16)式から波面を計算する。計算格子は物体適合座標を用いているため各タイムステップ毎に再構成する。以上の過程を定常状態に達するまで繰り返す。

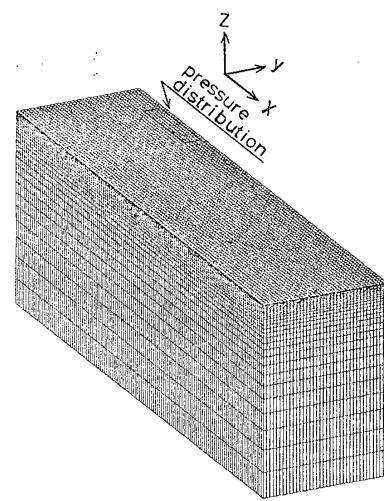


Fig. 2 Grid system

Fig. 2 は矩形圧力分布が造る波の計算格子を示す。格子は計算機のメモリーの制約のためレギュラーメッシュを用い幾何学的に生成した物体適合座標である。図で座標系の原点は静止水面上圧力分布中心に、 $X$ 軸は下流方向に正、 $Y$ 軸は圧力分布の右側を正、 $Z$ 軸は鉛直上向きに正としている。計算領域は圧力分布に対して左右対称であるから、左側半分のみとする。メッシュ数は $x$ ,  $y$ ,  $z$ 方向にそれぞれ $I=123$ ,  $J=38$ ,  $K=30$ 、これは無次元座標で $x=(-1.1, 5.0)$ ,  $y=(1.8, 0.0)$ ,  $z=(-3.77, 0.0)$ の範囲に対応する。格子間隔は波面を詳細に計算するため自由表面付近に集中させた。最小格子間隔は $\Delta z=0.01$ ,  $x$ ,  $y$ 方向は $\Delta x=\Delta y=0.05$ となり一定間隔とした。

境界条件は次のように与えた。底部境界において速度は境界垂直方向に零勾配とし、圧力は静水圧で一定とし

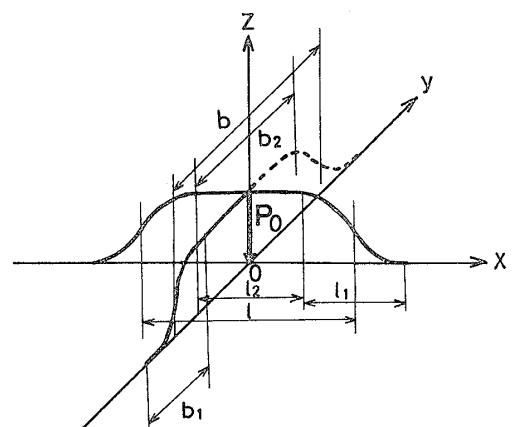


Fig. 3 Free surface pressure distribution

た。流入境界では速度は一様流速、圧力は静水圧とし、他方、流出境界では速度、圧力とも垂直方向に零勾配であるとした。圧力分布の進行方向中心線断面での境界は左右対称面となるから、速度は対称条件および $v=0$ 、圧力は対称であるとし、圧力分布の左側遠方にある計算領域の側面境界は速度、圧力とも垂直方向に零勾配であるとした。自由表面境界では速度は垂直方向に零勾配、圧力は負荷圧力分布以外では大気圧とした。

Fig. 3 は計算に用いた自由表面上の負荷圧力分布を示している。圧力の強さは次式で与えられる。

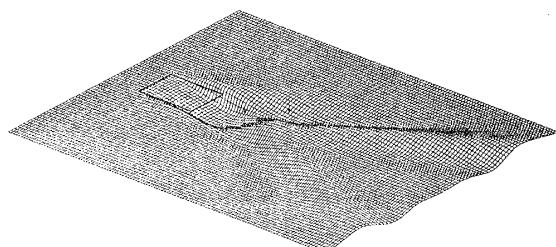
$$p_x = \begin{cases} \frac{C_p}{2} \left[ 1 + \sin \left\{ \frac{\pi}{l_1} \left( x + \frac{l}{2} \right) \right\} \right] & x \in \left[ -l_1 - \frac{l_2}{2}, -\frac{l_2}{2} \right] \\ C_p & x \in \left[ -\frac{l_2}{2}, \frac{l_2}{2} \right] \\ \frac{C_p}{2} \left[ 1 - \sin \left\{ \frac{\pi}{l_1} \left( x - \frac{l}{2} \right) \right\} \right] & x \in \left[ \frac{l_2}{2}, \frac{l_2}{2} + l_1 \right] \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases}$$

$$p_0 = \begin{cases} \frac{p_x}{2} \left[ 1 + \sin \left\{ \frac{\pi}{b_1} \left( y + \frac{b}{2} \right) \right\} \right] & y \in \left[ -b_1 - \frac{b_2}{2}, -\frac{b_2}{2} \right] \\ p_x & y \in \left[ -\frac{b_2}{2}, \frac{b_2}{2} \right] \\ 0 & \text{それ以外} \end{cases} \quad \dots\dots\dots(32)$$

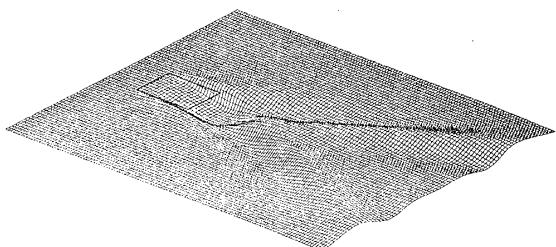
ここに、 $C_p$  は圧力係数である。

## 5. 計 算 結 果

最初に、本計算方法の精度を検定するため MAC 法で



IAF scheme



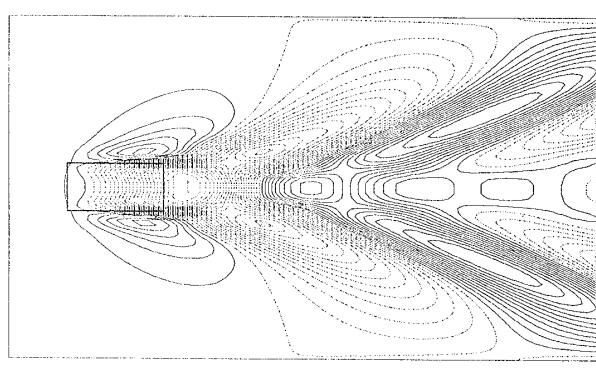
MAC scheme

Fig. 4 Comparison of perspective views of wave pattern at  $Fn=1.0$

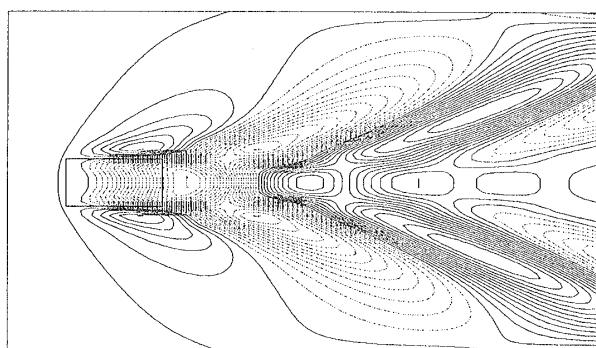
計算した結果と比較検討した。計算に用いた圧力分布は Fig. 2 で  $p=C_p$ ,  $C_p=0.016/Fn^2$ ,  $l=1.0$ ,  $l_1=0.2$ ,  $l_2=0.8$ ,  $b=0.5$ ,  $b_1=0.1$ ,  $b_2=0.4$  とした。圧力分布の長さと幅比  $B/L$  は 0.5 である。

Fig. 4 は無次元時間  $T=10.0$  まで計算した時の波の鳥瞰図の比較である。圧力分布は紙面上左斜め上方に水面上を航走している。フルード数は  $Fn=1.0$  である。水面変位を強調するため  $z$  方向に 3 倍に増幅して描いている。レイノルズ数は  $Fn=10^4$  である。両者を比較するとほとんど一致している。

Fig. 5 は波の等高線図の比較である。図中に実線は静止水面より正、点線は負の水面変位を示している。両計算とも等高線図は無次元時間  $T=5.0$  以上ではほとんど



IAF scheme



MAC scheme

Fig. 5 Comparison of wave contours at  $Fn=1.0$

$y = 0.0$

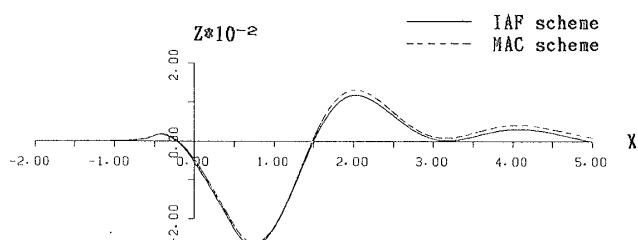
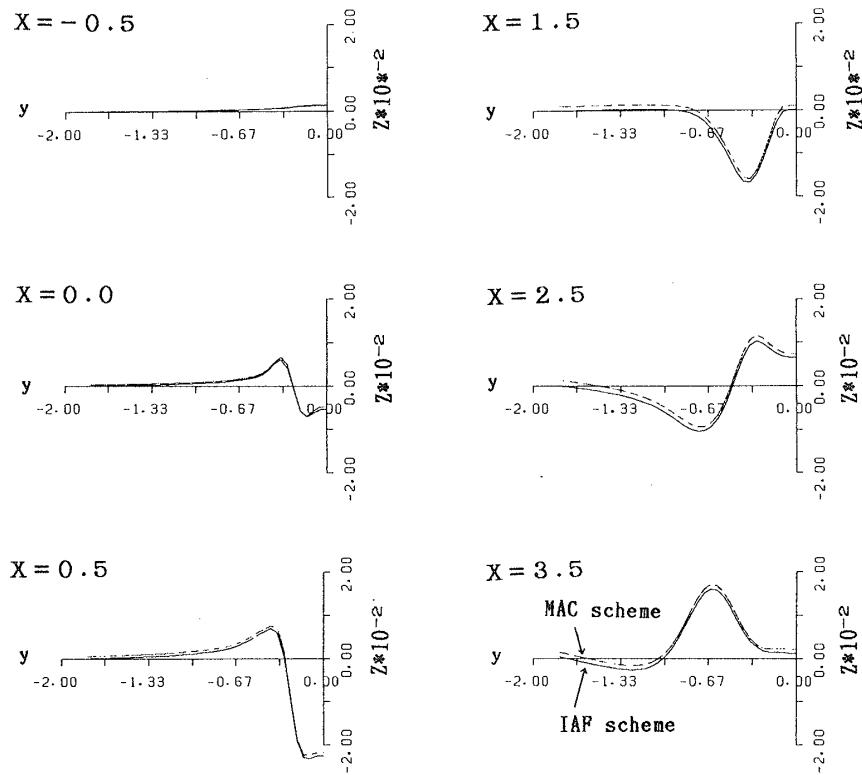
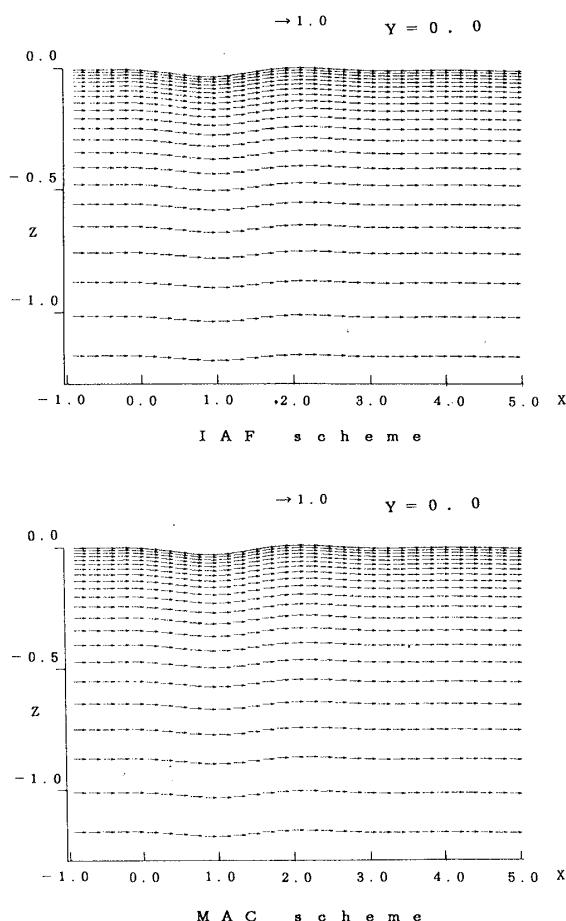


Fig. 6 Comparison of free surface elevations along center line of  $y=0.0$  at  $Fn=1.0$

Fig. 7 Comparison of free surface elevations along line of  $x=\text{constant}$ Fig. 8 Comparison of velocity vectors in the waves along center line of  $y=0.0$  at  $F_n=1.0$ 

変化なく、両者はほとんど一致している。

Fig. 6 は圧力分布中心線( $x$ 線)上の水面変位の比較である。波の位相差ではなく波形の差は波の山で極く僅か見られるがほとんど一致している。

Fig. 7 は  $y$ - $z$  座標面に平行な各断面上の水面変位の比較である。両者は Fig. 6 と同様にほとんど良く一致している。

Fig. 8 は圧力分布中心線断面( $x$ - $z$  座標面)の流体速度ベクトル( $u, w$  成分), Fig. 9 は  $y$ - $z$  座標面に平行な各断面上の速度ベクトル( $v, w$  成分)の比較を示している。IAF 法による計算では特に乱れた部分もなく流れの様子を良く表わしていると考えてよい。両者の速度分布には差はなくほとんど一致している。

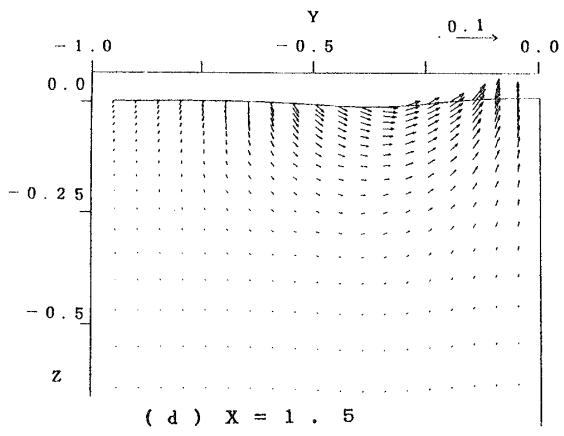
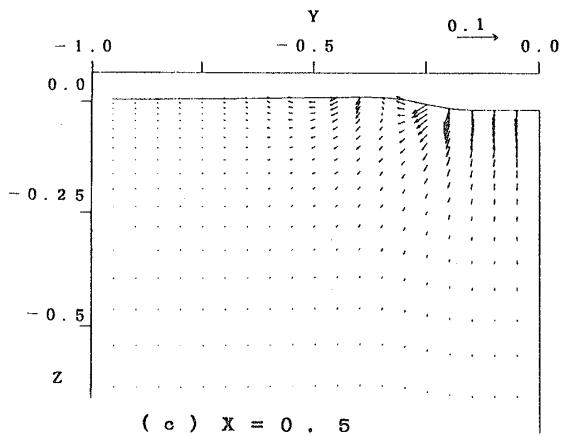
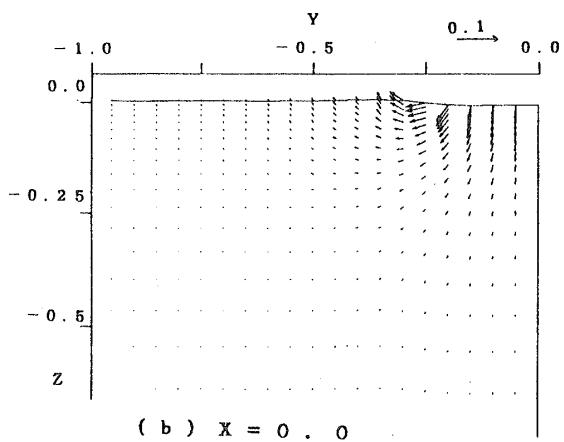
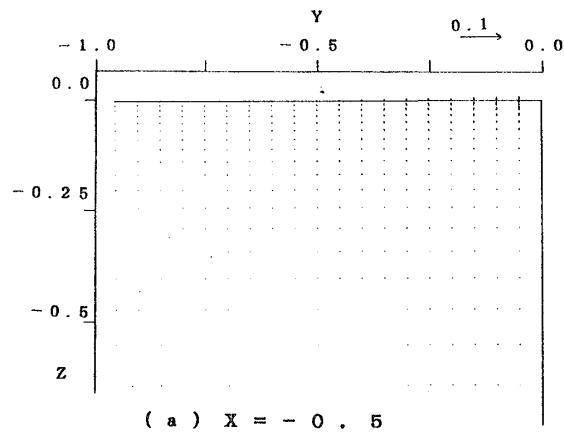
Fig. 10 は圧力分布真下の波形から得られた造波抵抗の時間経過の比較を示している。ここで、造波抵抗  $R$  は次式で定義する。

$$R = \int_S \phi_{(y-\eta)} \cdot \eta_x ds' \quad \dots\dots\dots (33)$$

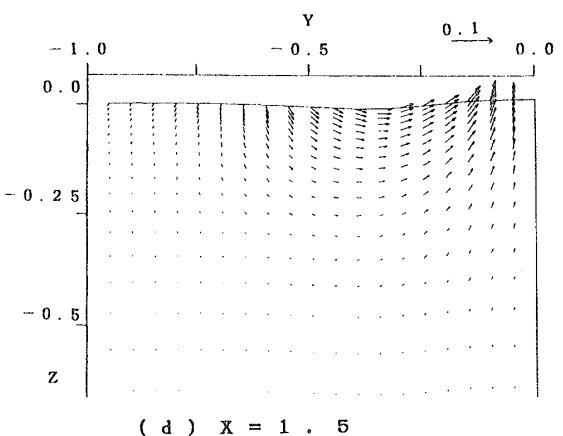
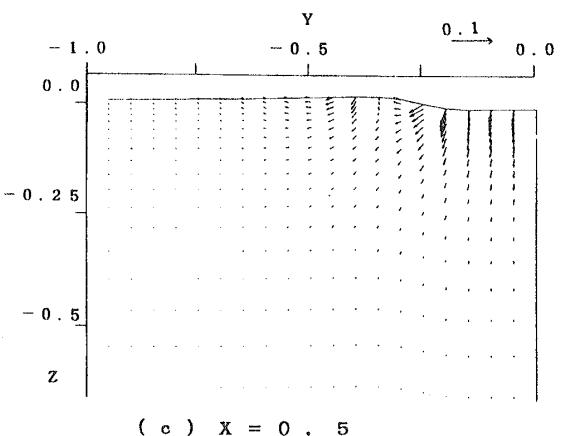
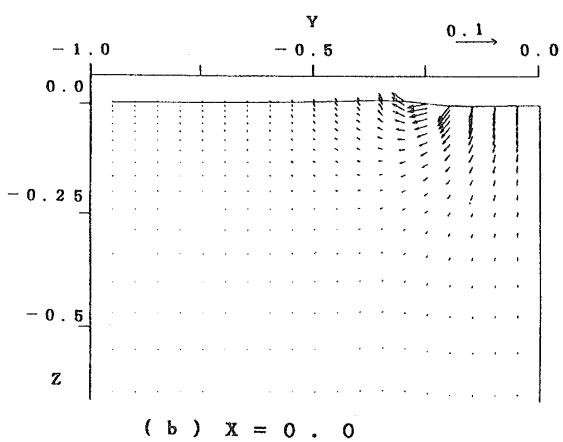
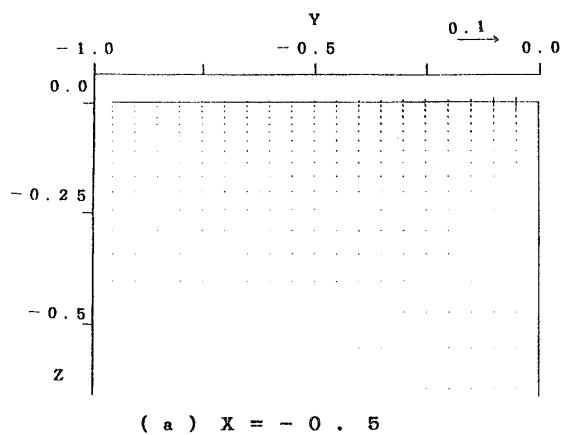
ここに,  $ds'$  は負荷圧力分布の微小面積,  $\eta_x$  は圧力分布真下の波面の  $x$  方向の勾配,  $S$  は圧力分布の全領域を示している。造波抵抗は比較的速い時間で一定値に収束している。これは圧力分布近傍の水面が最も速く定常解に達するからである。両者共ほとんど一致している。

以上、MAC 法と IAF 法で計算した波を比較した結果、両者はほとんど一致することを確認した。これより、

IAF scheme



MAC scheme



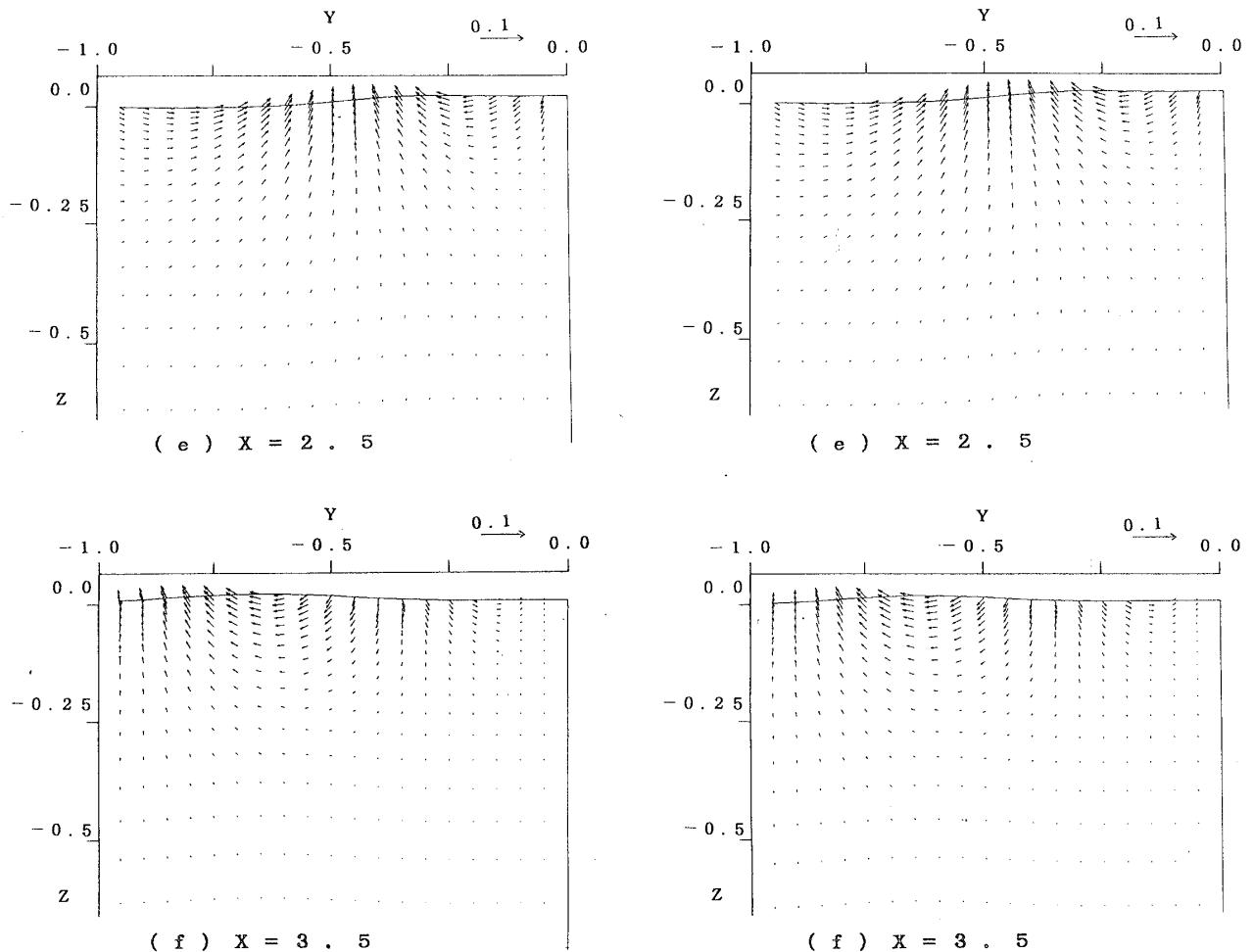


Fig. 9 (a)~(f) Comparison of velocity vectors  
in the waves along line of  $x=\text{constan}$  at  $Fn=1.0$

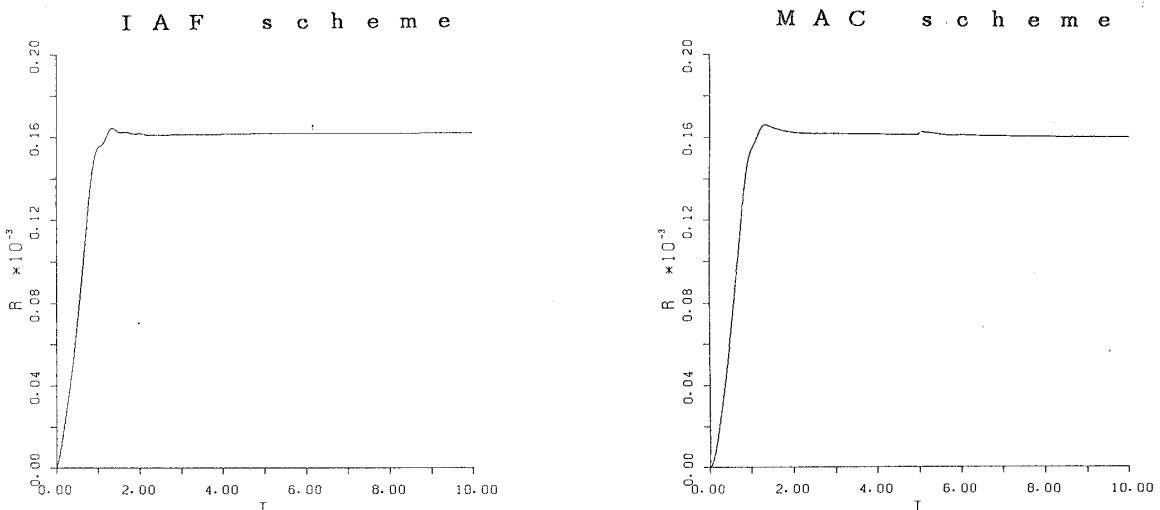
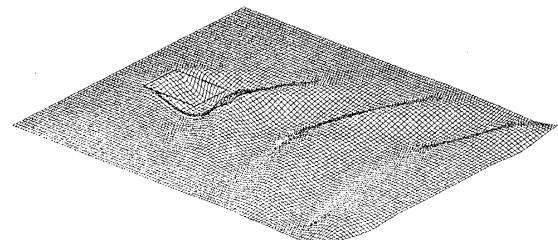


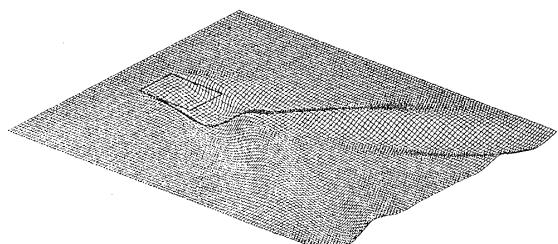
Fig. 10 Comparison of time histories of wave resistance

IAF法でもMAC法と同じ精度の計算ができることが分かった。さらに、IAF法は陰解法であるため計算時間刻み幅を大きくすることが可能であるといった利点がある。ここで行なった比較計算での時間刻み幅  $\Delta t$  はMAC法が0.005、IAF法が0.02であり4倍の差がある。無次元時

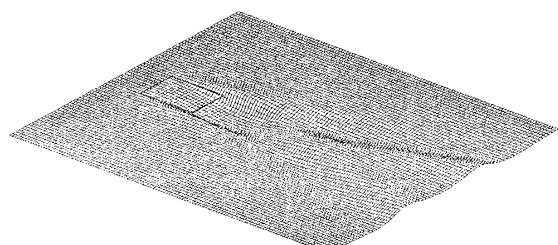
間  $T=10.0$ まで計算した時のCPU時間は前者が約31時間48分、後者が約10時間25分であり、IAF法は計算効率がおよそ3倍程度良い。なお、IAF法の時間刻み幅をMAC法の5倍の  $\Delta t=0.025$ にすると圧力分布後方の波面が乱れたので4倍程度が限界であると思われる。



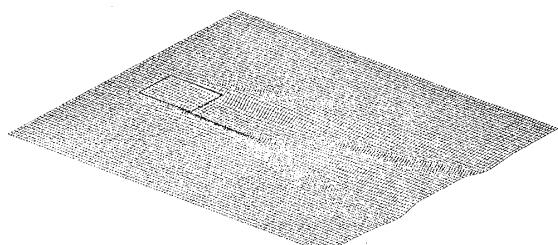
$F_n = 0.5$



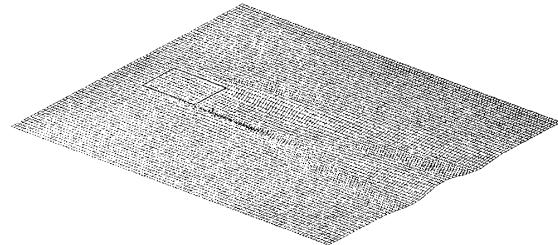
$F_n = 0.75$



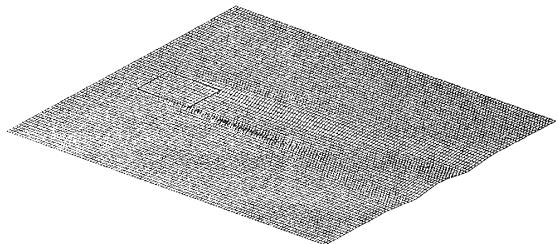
$F_n = 1.5$



$F_n = 2.0$

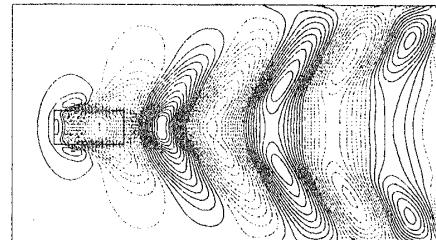


$F_n = 2.5$

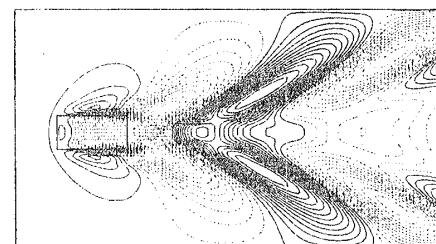


$F_n = 3.0$

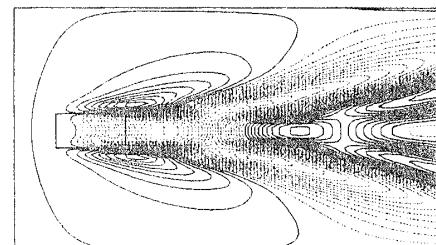
Fig. 11 Perspective views of wave pattern  
(the case varying  $F_n$ )



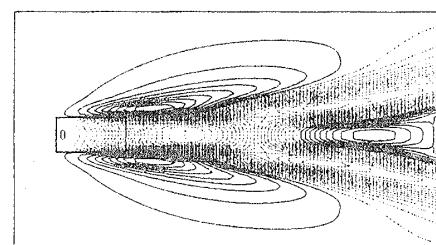
$F_n = 0.5$



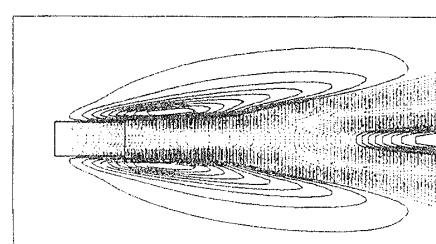
$F_n = 0.75$



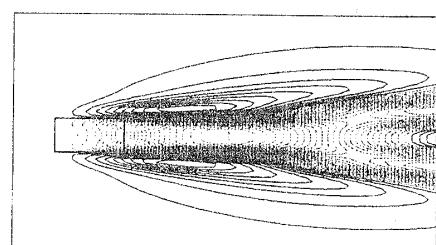
$F_n = 1.5$



$F_n = 2.0$



$F_n = 2.5$



$F_n = 3.0$

Fig. 12 Wave contours (the case varying  $F_n$ )

次に、IAF法の計算効率が優れ、短時間で数多くの計算が可能になることが分かったので、圧力分布の航走速度(フリード数)および幅と長さ比 $B/L$ をいろいろ変えて波の変化についても調査した。

Fig.11は圧力分布の強さと形は一定であるがフルード数が変化する場合の波の変形を示す鳥瞰図であり、Fig.12をそれらの等高線図である。フルード数の増加

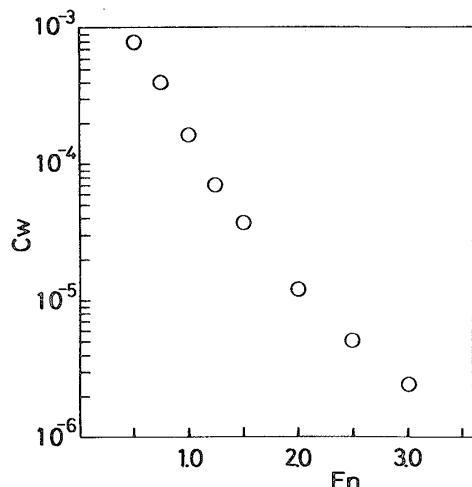


Fig. 13 Wave resistances(the case varying  $Fn$ )

に伴い波が後方に伸張する様子がよく表われており、もし、高速滑走艇を適当な圧力分布に置き換えることが出来るならば滑走艇が造る波のシミュレーションが可能であることを示している。

Fig.13はこの場合のフルード数に対する造波抵抗の変化を示している。圧力分布が一定であるから理論的に知られている通り高フルード数になると造波抵抗が減少している様子がよく分かる。

Fig.14は圧力分布の航走速度が一定であるが幅と長さ比 $B/L$ 比が変化する場合の波の変形を示す鳥瞰図であり、Fig.15はそれらの等高線図である。ここでは圧力分布の長さ $L$ を一定とし、幅 $B$ を変えている。したがって；ここでは圧力分布の長さを基準としたフルード数は1.0になる。かなり広い幅を有する圧力分布でも計算可能である。

Fig.16はこの場合の $B/L$ に対する造波抵抗の変化を示している。圧力分布の大きさに比例して造波抵抗は増加している。

## 6. 結 言

自由表面上を一定速度で航走する圧力分布が造る波の計算にIAF法を用いて行う方法について詳細に述べた。

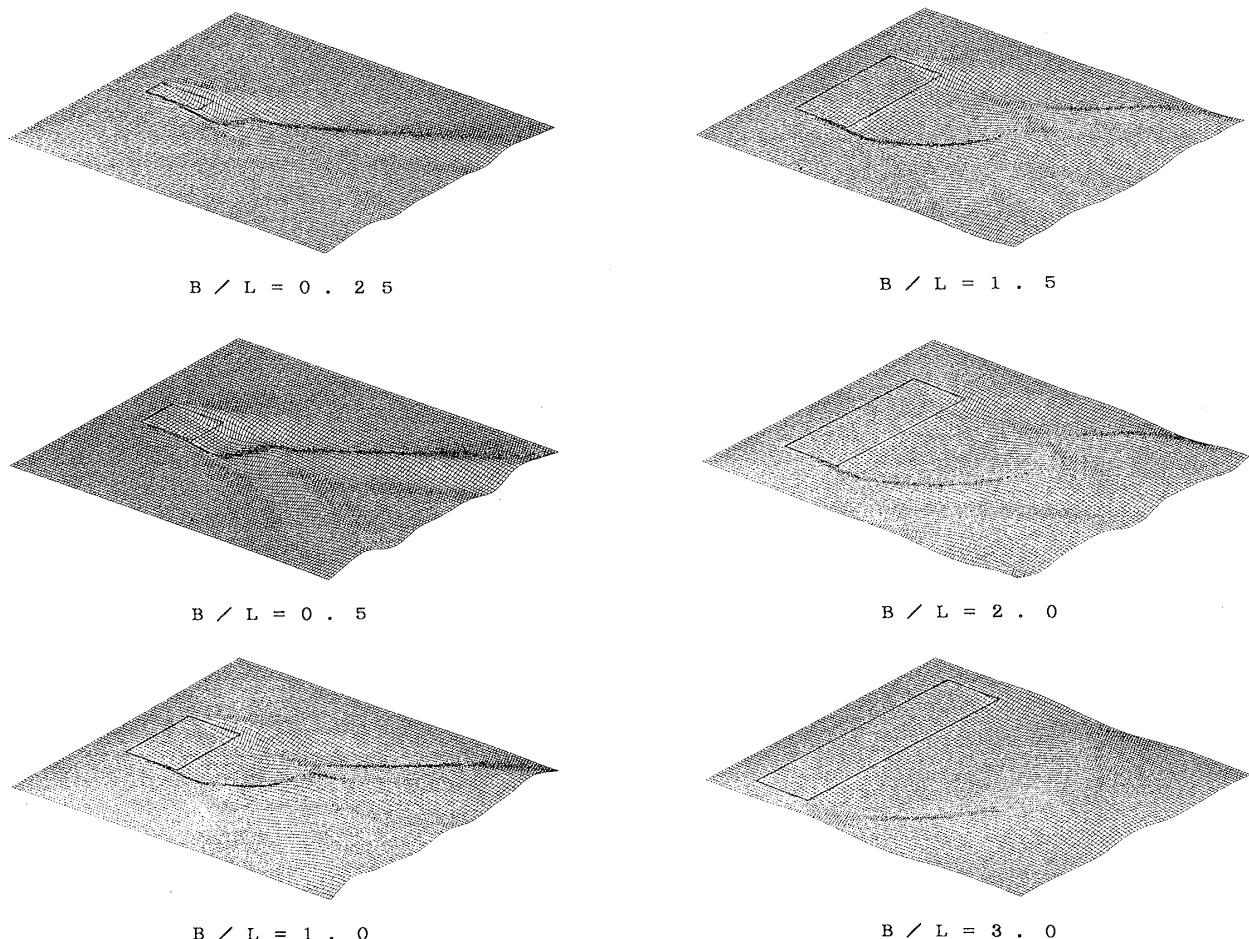
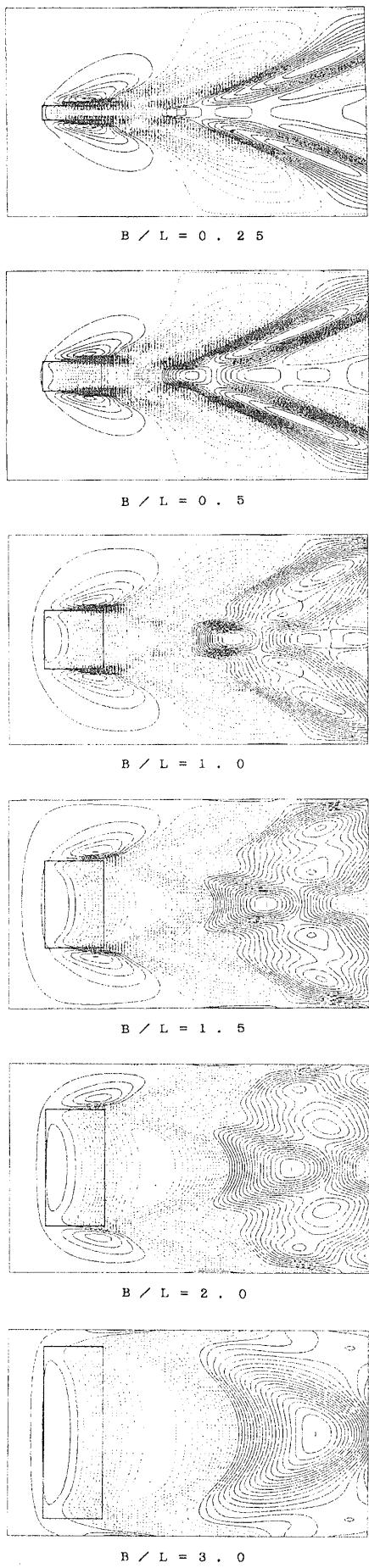
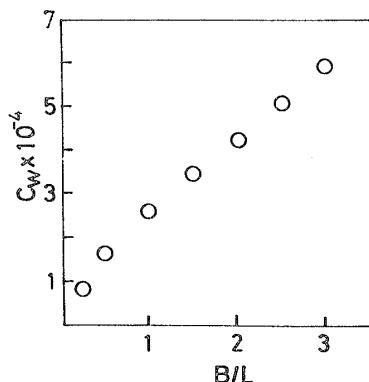


Fig. 14 Perspective views of wave pattern (the case varying  $B/L$ )

Fig. 15 Wave contours(the case varying  $B/L$ )Fig. 16 Wave resistances (the case varying  $B/L$ )

計算結果は MAC 法による計算と比較検討し、本方法の妥当性を吟味し両者ともほとんど一致した計算結果と精度が得られることを示した。しかも、IAF 法は MAC 法のおよそ 1/3 倍程度に計算時間を短縮できるので、非常に計算効率がよいことがわかった。これにより、圧力分布の形や速度を色々変えた数々の計算が可能になり、応用範囲も広いと思われる。

終りに当り本研究の数値計算には長崎大学総合情報処理センター FACOM M-760 を利用したことを見記す。

#### 参考文献

- 1) 小原茂明、仲渡道夫：自由表面上を航走する圧力分布が造る波の数値計算、日本造船学会論文集、第 171 号、(1992), pp.41-52.
- 2) Beam, R.M. and Warming, R.F. : An Implicit Factored Scheme for Compressible Navier-Stokes Equations, AIAA Journal, Vol.16, No.3, (1978).
- 3) Standing, R.G. : Experience in Computing the Wavemaking of Hovercraft, NPL Report Ship, No.191, (1975).
- 4) Kodama, Y. : Computation of High Reynolds Number Flows Past a Ship Hull Using the IAF Scheme, Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol.160, (1987).