

外部経済と等利潤線について

村 田 省 三

Abstract

In this paper we consider the location and the curvature of equiprofit curve in Cournot duopoly game and Stackelberg game with external economy. When one of two firms has decreasing cost because of the external economy, the convexity of isoprofit curve could change on one's best reply curve. And in some case so called Stakelberg equilibrium point on rival's best reply curve may disappear. Further more, we show the proper game which has property of second mover advantage.

Keywords: equiprofit curve, second mover advantage, Stackelberg game, External Economy

1 はじめに

外部経済をともなう複占ゲームでは、特定の条件のもとで後手有利になることが最近知られてきた。これについての代表的な研究は村田(2008)である。そこでは、相手生産量との積に比例する形式で、または相手生産量の2次項に比例する形式での外部効果が費用関数について発生する場合に、後手有利となるケースの存在が例証されており、この現象は主として等利潤線の凹凸逆転によるものであることが示唆されている。また、等利潤線の凹凸逆転のないこと、相手戦略について利潤関数が単調であること、また自企業の

最適反応曲線上で自企業利潤が単調であることが、ある条件のもとで同値であることの指摘が与えられた。すなわち、これら3条件のいずれかが不成立の場合には、後手有利性が発生する余地があることになる。したがって、複占ゲームにおける後手有利性は、一般に想像されているよりもはるかに容易に実現されうるということになる。

このうち、相手戦略について利潤関数が単調であることという条件は、Hamilton = Slutsky (1990) の定理 5 が無矛盾となるための条件として、Amir (1995) でとりあげられたが、そこでは、これら条件と外部経済効果との関連は認識されておらず、等利潤線の凹凸逆転という状況も意識されておらず、また後手有利性という観点はなく、ただ Hamilton = Slutsky (1990) の定理 5 が矛盾することを論証する目的で、具体的なゲームモデルとともに提示したにすぎない。実際、そのような意図であったことの帰結として、経済学的含意をほとんど読み取れないモデル設定になっている。ただし、意識されていないとはいえ、形式的には、等利潤線の凹凸逆転を発生させるモデルになっており、後手有利性をもたらすモデルにはなっている。その意味で、本稿でいうところの外部経済の影響をとまなうモデル設定になっているとみることもできる。しかし、あまりに恣意的なモデル設定であるために、Hamilton = Slutsky (1990) の定理 5 が、または右下がりの最適反応曲線をもつケースでの後手有利性というものが、きわめて特殊な想定を伴わなければ例証できないという印象を与えていると思われる。

外部経済がある場合、たとえそれがたかだか1次の外部効果にすぎなくても、等利潤線の凹凸逆転をもたらし、一方の企業に決定的な後手有利性をもたらして、さらにゲーム均衡そのものを先手後手(シュタッケルベルグゲーム)化する場合があることを本稿では例証する。さらに、外部経済係数の水準によっては自企業の等利潤線が相手最適反応曲線と接点を保有せず、外部経済効果を受ける企業が先手となるシュタッケルベルグゲームの均衡生産量がクールノー同時手番均衡生産量と同一になることが起こりうる。このよう

に、外部経済があるときには、その効果の大小に応じてゲームの各種均衡値を増減させるというだけでなく、より本質的な変化をもたらすことがある。また、ほとんど同じことであるが、このことは、Hamilton = Slutsky(1990)の定理5がきわめて容易に矛盾することの例証をあたえることも意味している。なお、相手戦略について利潤関数が単調であることという条件は、最近の研究では、優モジュラ性ないしは劣モジュラ性という用語で定義される傾向にある。

2 モデルと数値例

ここでは、第1企業が相手第2企業生産量からの外部経済効果を費用水準について受ける場合の線形複占モデルを分析する。また、この外部経済効果は、相手生産量に比例するものとして、その比例係数を外部経済係数ということにする。たかだか1次の外部効果にすぎなくても、等利潤線の凹凸逆転をもたらし、一方の企業に決定的な後手有利性をもたらして、さらにゲーム均衡そのものを先手後手(シュタッケルベルグゲーム)化する可能性があることを例証する。さらに、2.2節では、外部経済係数の水準によっては自企業の等利潤線が相手最適反応曲線と接点を保有せず、外部経済効果を受ける企業が先手となるシュタッケルベルグゲームの均衡生産量がクールノー同時手番均衡生産量と同一になることが起こりうることを例示する。外部経済があるときには、その効果の大小に応じてゲームの各種均衡値を増減させるだけでなく、本質的な変化をもたらすことがあることを示す。このことは、Hamilton = Slutsky(1990)の定理5がきわめて容易に矛盾することの例証にもなっている。

2.1 モデルと均衡値

第1企業および第2企業の利潤関数は(1)、(2)であるとする。 a, b は正定

数である。 c_1, c_2 は費用係数であり, e は外部経済係数である。外部経済係数は正定数(パラメータ)とする。また, 第1企業先手とする。最適反応関数は(3), (4)となり, クールノー均衡生産量は(5), (6), 第1企業先手のシュタッケルベルグ均衡生産量は(7), (8), 第2企業先手のシュタッケルベルグ均衡生産量は(9), (10)になる。

$$r_1 = (a - b(x_1 + x_2))x_1 - (c_1 x_1 - ex_2) \quad (1)$$

$$r_2 = (a - b(x_1 + x_2))x_2 - c_2 x_2 \quad (2)$$

$$BR_1 : 2bx_1 + bx_2 = a - c_1 \quad (3)$$

$$BR_2 : bx_1 + 2bx_2 = a - c_2 \quad (4)$$

$$a - c_1 \geq 0, a - c_2 \geq 0$$

$$x_{1c} = \frac{a - 2c_1 + c_2}{3} \quad (5)$$

$$x_{2c} = \frac{a + c_1 - 2c_2}{3} \quad (6)$$

$$x_{1,s1} = \frac{a + c_2 - 2c_1 - e}{2b} \quad (7)$$

$$x_{2,s1} = \frac{a - 3c_2 + 2c_1 + e}{4b} \quad (8)$$

$$x_{1,s2} = \frac{a - 3c_1 + 2c_2}{4b} \quad (9)$$

$$x_{2,s2} = \frac{a + c_1 - 2c_2}{2b} \quad (10)$$

第1企業の等利潤線の傾きは, (11)になり, 直線($bx_1 - e = 0$)上で傾きの符号が逆転する。このため, この直線を境界として等利潤線の凹凸は逆になる(凹凸変更ライン $x_1 = \frac{e}{b}$)。第1企業の最適反応曲線上で等利潤線が頂点をもつことに変わりはないが, この直線より縦軸(x_2 軸)に近い領域では横軸にたいして凸の形状をもつ等利潤線になり, より縦軸(x_2 軸)から遠い

領域では横軸にたいして凹の形状をもつ等利潤線になる。したがって、正值外部経済係数 e が小さければ、第 1 象限内部における等利潤線凹凸は、外部経済効果がない場合とほとんど変わらないものとなるが、外部経済係数が大であれば、第 1 象限の大半で等利潤線の凹凸逆転をもたらすことがある。

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{a - c_1 - 2bx_1 - bx_2}{bx_1 - e} \quad (11)$$

また、第 1 企業の最適反応曲線上での第 1 企業利潤は(12)になり、利潤最小点は $x_1 = \frac{e}{b}$ 、最小利得は $\pi_1 = \frac{(a - c_1 - e)e}{b}$ になる。外部経済がない場合は、第 1 企業の利潤関数は単調であり、 $x_1 = 0$ で最小利潤 0 になることと相違している。

$$\pi_1 = b\left(x_1 - \frac{e}{b}\right)^2 + \frac{(a - c_1 - e)e}{b} \quad (12)$$

2.2 数値例

ここでは、前節で検討した凹凸変更がちょうどクールノー均衡点を通過するような値である場合にとくに焦点をあてて分析する。いま、第 1 企業および第 2 企業が、以下の利潤関数をもつと仮定する。その次の式は各企業の最適反応関数である。

$$\pi_1 = (9 - 3(x_1 + x_2))x_1 - 3x_1 + 2x_2$$

$$\pi_2 = (9 - 3(x_1 + x_2))x_2 - 3x_2$$

$$BR_1 : 6x_1 + 3x_2 = 6$$

$$BR_2 : 3x_1 + 6x_2 = 6$$

クールノーゲームの均衡生産量および利潤については、第 1 企業生産量 x_{1C}^* 、第 2 企業生産量 x_{2C}^* 、第 1 企業利潤 π_{1C}^* 、第 2 企業利潤 π_{2C}^* とする。第 1 企業先手のシュタッケルベルグゲームの均衡生産量および利潤については、先手第 1 企業生産量 $x_{1,S1}^*$ 、後手第 2 企業生産量 $x_{2,S1}^*$ 、先手第 1 企業利潤 $\pi_{1,S1}^*$ 、

後手第2企業利潤 $\dot{x}_{2,S1}^*$ とする。また、第2企業先手のシュタツケルベルグゲームの均衡生産量および利潤については、後手第1企業生産量 $x_{1,S2}^*$ 、先手第2企業生産量 $x_{2,S2}^*$ 、後手第1企業利潤 $\dot{x}_{1,S2}^*$ 、先手第2企業利潤 $\dot{x}_{2,S2}^*$ とする。これらは各々、以下のような数値になる。

$$\begin{aligned} x_{1C}^* &= \frac{2}{3}, x_{1,S1}^* = \frac{2}{3}, x_{1,S2}^* = \frac{1}{2} \\ x_{2C}^* &= \frac{2}{3}, x_{2,S1}^* = \frac{2}{3}, x_{2,S2}^* = 1 \\ \dot{x}_{1C} &= \frac{8}{3}, \dot{x}_{1,S1} = \frac{8}{3}, \dot{x}_{1,S2} = \frac{11}{4} \\ \dot{x}_{2C} &= \frac{4}{3}, \dot{x}_{2,S1} = \frac{8}{3}, \dot{x}_{2,S2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

同時手番クールノーゲームの均衡生産量と、外部経済効果を受ける第1企業先手のシュタツケルベルグ均衡生産量がまったく同一であることが特徴的である。通例の複占経済モデルでは出現しない状況である。また、外部経済効果を受けない第2企業先手のシュタツケルベルグ均衡は確かに先手生産量が(後手生産量よりも)大きくなっているから先手有利のようにも見えるが、利潤水準を確認すると明らかに後手第1企業有利となっている。このような異常な事態は、外部経済効果を受ける第1企業の等利潤線が相手第2企業の最適反応曲線と、いかなる利潤水準においても接することがないという驚くべき事実の反映である。この状況は、図1によっても視認されることと思うが、第2企業の最適反応曲線が通過する領域では、第1企業の等利潤線の傾きが $-\frac{1}{2}$ になることはない。このため、ゲーム均衡は、第2企業先手の場合を除くと、クールノー均衡点で両企業の最適反応曲線が交差するところ以外には存在しなくなっている。かつて、先手後手問題を考察した Gal-Or (1986) が、3次微分係数の符号問題にまで言及しながら、ついにシュタツケルベルグ均衡の存在条件を解析的な条件として明示し得なかった経緯があるが、いまから思えば、このことはもっと注目されてよい問題であった。

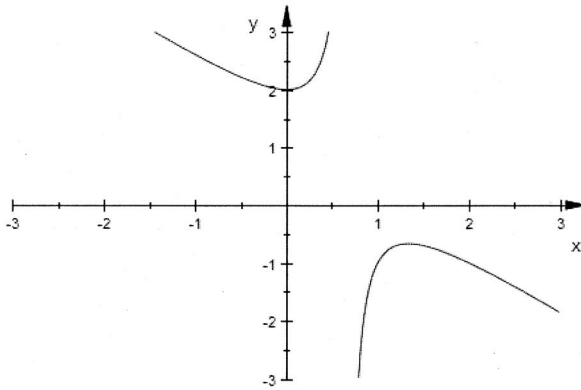


図1：相手最適反応曲線と交点をもちない等利潤線

この状況を理解するには、図2も参考になるであろう。この図2は、第1企業の最適反応曲線上での第1企業利潤 ($\pi_1 = 3(x_1 - \frac{2}{3})^2 + \frac{8}{3}$) は、生産量 ($x_1 = \frac{3}{2}$) において最小値 ($\pi_1 = \frac{8}{3}$) をとること、また、第2企業の最適反応曲線上での第1企業利潤は同生産量 ($x_1 = \frac{2}{3}$) で最大値 ($\pi_1 = \frac{8}{3}$) をとるという特異な点であるということを示している。図1および図2では、作図上、第1企業の利潤値を縦軸にとり、第1企業の生産量 (x_1) を x 軸に、第2企業の生産量 (x_2) を y 軸とっていることに注意する必要がある。このゲームでは、等利潤線の凹凸が逆転する凹凸変更ラインは $x_1 = \frac{2}{3}$ であり、ちょうどクールノー均衡点を通るから、第1企業の等利潤線は、クールノー均衡点より右側では横軸に対して凹であり、クールノー均衡点より左側では、横軸に対して凸になる。

結論的には、Hamilton = Slutsky (1990) のゲーム構造を前提とすれば、このゲームは最初から先手後手ゲームでおこなわれる。このことは、以下の表3によって確認できる。表3の数値は、同時手番クールノーゲームの均衡利潤が $(\frac{8}{3}, \frac{4}{3})$ であること、第1企業先手のシュタッケルベルグゲームの均衡利潤が $(\frac{8}{3}, \frac{4}{3})$ であること、また、第2企業先手のシュタッケルベルグゲームの均衡利得が $(\frac{11}{4}, \frac{4}{3})$ であることを示している。なお、(第1企業

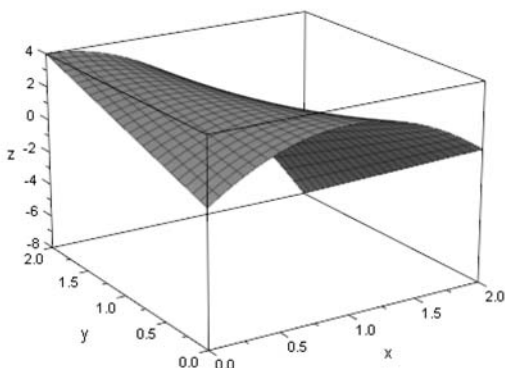


図2：利潤関数のグラフ

の利得，第2企業の利得)である。表3にたいして，Hamilton = Slutsky (1990)での論法を適用すると，利得(11/4, 4/3)に対応するところが唯一のゲーム均衡となる。すなわち，第2企業先手で第1企業後手のシュタッケルベルグゲームとなる。これは，第1企業にとって後手を選択することが支配戦略(弱支配)になっていることがその理由である。そうであれば，このゲーム均衡は Hamilton = Slutsky (1990)における定理 5 A^{*1}にたいする反例になっている。

	第2企業先手		第2企業後手	
第1企業先手	8/3	4/3	8/3	4/3
第1企業後手	11/4	3/2	8/3	4/3

表3：各種均衡における利得表

*1 Hamilton = Slutsky (1990)における定理 5 Aでは，両企業の最適反応曲線がともに右上がり(または右下がり)であれば，同時手番クールノー均衡が唯一のゲーム均衡であるか，あるいは，シュタッケルベルグ均衡をふくむ多数の均衡が出現すると主張されている。したがって，第1企業先手で第2企業後手の場合が唯一のゲーム均衡となることは同定理の主張と背反することになる。

3 Amir 数値例

ここでは、Amir(1995)で提示されたゲームモデルについて、簡単な解析をおこない、提示されたゲームモデルが（その目的に比して）複雑すぎたことを指摘する。問題の複占モデルの利潤関数は(13)，(14)である。Amir(1995)では、とくに $\beta = -1$ の場合が、Hamilton = Slutsky(1990)における定理5の反例として典型的であると主張している。このときのクールノー均衡生産量 (x_{1C}^*, x_{2C}^*) ，そのときの均衡利潤 (π_{1C}^*, π_{2C}^*) ，第1企業先手のシュタッケルベルグ均衡生産量 $(x_{1,S1}^*, x_{2,S1}^*)$ ，そのときの均衡利潤 $(\pi_{1,S1}^*, \pi_{2,S1}^*)$ ，また，第2企業先手のシュタッケルベルグ均衡生産量 $(x_{1,S2}^*, x_{2,S2}^*)$ ，そのときの均衡利潤 $(\pi_{1,S2}^*, \pi_{2,S2}^*)$ は、次のような数値になる。たしかに、この場合、前節と同様の論法（Hamilton = Slutsky(1990)での論法）によって、第1企業先手で第2企業後手の場合が唯一のゲーム均衡となることが分かり、クールノー均衡が唯一のゲーム均衡であるか、あるいは多数の均衡が出現するという同定理5と矛盾する。

$$\pi_1 = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}xy - y \tag{13}$$

$$\pi_2 = -\frac{1}{2}y^2 + xy + y - x^2 \tag{14}$$

$$x_{1C}^* = -\frac{1}{3}, x_{1,S1}^* = -\frac{5}{2}, x_{1,S2}^* = -\frac{2}{5}$$

$$x_{2C}^* = -\frac{4}{3}, x_{2,S1}^* = -\frac{7}{2}, x_{2,S2}^* = -\frac{8}{5}$$

$$\pi_{1C}^* = \frac{25}{18}, \pi_{1,S1}^* = \frac{41}{16}, \pi_{1,S2}^* = \frac{42}{25}$$

$$\pi_{2C}^* = \frac{7}{9}, \pi_{2,S1}^* = -\frac{1}{8}, \pi_{2,S2}^* = \frac{20}{25}$$

このモデルでは、第2企業の等利潤線が頂点高度を π_2 とする楕円形となっていることが、(14)を変形した(15)によって明らかになる。これは、第1

企業の最適反応曲線との接点をもたせつつ、同時にその接点が、その接点における第1企業の利潤レベルを超えるように（きわめて恣意的に）設定する必要があったことからくるある種の数学技法効果であるが、あまりに経済学的な具体性のないモデル設定といってよい。このゲームではそもそも第1象限内部で正利潤にはならない。^{*2}なお、図4は、第2企業利潤（ $\pi_2 = \frac{7}{8}$ ）に対応する等利潤線である。

$$\pi_2 = -\left(x - \frac{1}{2}y\right)^2 - \frac{1}{4}(y - 2)^2 + \frac{7}{8} \quad (15)$$

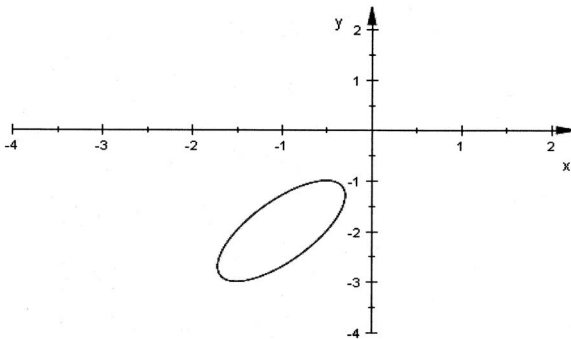


図4: Amir(1995)のゲーム（ $\alpha = -1$, $\beta_2 = \frac{7}{8}$ ）

これにたいして、前節に提示したモデルは、1次の外部効果項を除けば、線形需要関数を前提とするきわめて通例な複占モデルである。それにもかかわらず、1次の外部効果のみを想定したに過ぎない前節のモデルによって、Amir(1995)が主張しようとしている論点はすべて主張しうるのである。その点で大幅に改善されているといってよい。また、Amir(1995)が主張しようとしたことではないが、いわゆる後手有利性という現象が、特異なゲーム設定によらなくとも、本稿で示した程度の簡単な複占モデルで発生するということ示している。

*2 ただし、Amir 数値例（ $\alpha = -1$ ）は、Hamilton = Slutsky(1990)定理5の証明中にあるようなパレート優位集合の配置条件（クールノー均衡点を原点とする4領域のどれかひとつに広がるという）は満たしている。

4 おわりに

数量戦略複占クールノゲームおよびシュタッケルベルグゲームのナッシュ均衡の位置は外部経済効果によって変化する。また、ナッシュ均衡点に対比してパレート優位となる集合の位置および形状を変化させる。通常の固定係数による線形需要関数を前提とする複占経済モデルであって、費用関数が自己生産量と相手生産量の関数であるとき、外部経済効果が相手生産量との生産量積に比例して発生する場合は、等利潤線の凹凸は、曲率に多少の影響があることを除けば、第1象限内部の全域にわたって基本的に変化しないか、あるいは、第1象限内部の全域にわたって逆転するかのいずれかになる。したがって、このタイプの経済モデルを構築するときには、等利潤線の凹凸逆転可能性について気づかないままに分析が行われる可能性がある。いいかえれば、外部経済係数というパラメータ数値設定にたいしてゲーム均衡はきわめて不安定になる。これにたいして、外部経済効果が相手生産量の二乗に比例して発生する場合は、凹凸変更ラインが第1象限を（たとえば）右上がりに通過していくから、等利潤線の凹凸が逆転しない領域と逆転する領域がともに出現することになる。外部経済効果が相手生産量に比例して発生する場合にも、凹凸変更ラインは第1象限内部を通過していくが、こちらは（たとえば）横軸に垂直な凹凸変更ラインとなる。外部経済効果が相手生産量の二乗に比例して発生する場合と相手生産量に比例して発生する場合との決定的な相違は、等利潤線の曲率が異なることと、それに関連してシュタッケルベルグ均衡点が第1象限内部に存在しうかどうかということにかかわる。概して、相手生産量の二乗に比例する外部経済の影響があるときには正值均衡値の確保にやや困難があるが、自企業の等利潤線が相手最適反応曲線と接しないという状況は起こりにくい。これにたいして、相手生産量に比例する外部経済の影響があるときには、正值均衡値性に問題は発生しにくい、外部経済係数の水準によっては自企業の等利潤線が相手最適反応曲線と接点を保

有しないことが起こりうる。外部経済が生産費用について効果をもつときには、その効果の大小に応じてゲームの各種均衡値（たとえばシュタッケルベルグ均衡生産量）を変化させるというだけでなく、もっと本質的な変化をもたらすことがある。

参 考 文 献

- [1] Amir, R. (1995). "Endogenous Timing Two-Player Games: A Counter Example" *Games and Economic Behavior*.
- [2] Hamilton, J., and S, Slutsky. (1990). "Endogenous Timing in Duopoly Games: Stackelberg or Cournot Equilibria," *Games and Economic Behavior*. 2. 29-46.
- [3] Dowrick, S. (1986). "von Stackelberg and Cournot Duopoly: Choosing Roles," *Rand Journal of Economics*. 17. 251-260.
- [4] Gal-Or, E. (1985). "First Mover and Second Mover Advantages," *International Economic Review*. 26. 649-652.
- [5] 村田省三(2008).「外部経済と複占ゲームの均衡」応用経済学研究第2巻(近刊)