

《研究ノート》

外部経済と先手・後手ゲームについて

村 田 省 三

Abstract

In this paper we consider quantity setting Cournot duopoly games and Stackelberg games with perfect information, in the case that one firm has decreasing cost because of external economy. If there is such external economy, the point of Stackelberg equilibrium may locate left to Cournot one, and the convexity of isoprofit curve would change on one's best reply curve. And in some case, Stakelberg point could be unique equilibrium point of the game. We show the proper game which has property of this feature.

Keywords: first mover advantage, second mover advantage, Cournot game, Stackelberg game, External Economy

JEL: C72

1 序

外部経済がある場合、数量戦略複占クールノーゲームのナッシュ均衡の内容は、外部経済がない場合に対比して変化する。シュタッケルベルグ数量戦略の均衡についても同様である。この変化が起こるのは、最適反応戦略が外部経済のために変化するからであり、また、等利潤線の凹凸形状が変化するためである。ナッシュ均衡点に隣接して生じることとなるパレート優位集合

の位置を変化させる場合もある。外部経済がない場合、クールノー複占ゲームでは、ナッシュ均衡点から原点方向にレンズ状のパレート優位領域が存在するが、外部経済効果が存在すれば、ナッシュ均衡点の右下方領域、右上方領域などの方向に出現することがある。外部経済がない数量戦略複占ゲームの場合、シュタッケルベルグゲームの均衡点はクールノーゲームの右下あるいは左上に位置する後手企業の最適反応曲線上にある。このことも外部経済効果の影響をうける。例えば、シュタッケルベルグゲームの均衡点がクールノーゲームの均衡点より原点寄りに位置する場合もある。本稿では、2次式の形で外部経済効果がはたらく場合を分析する。外部経済効果が相手企業の生産量の2次式の形ではたらく場合は複雑な状況となる。第1象限内にある(外部経済効果を受ける側の)最適反応曲線上の途中で等利潤線の凹凸が逆転するからである。このとき、後手有利性が確認されることがある。本稿では、後手有利、あるいはゲームの先手後手が起こるような具体的モデルを検討する。

2 モデルと分析

第1企業および第2企業の利潤関数は(1)、(2)であるとする。 a, b は正定数である。 c_1, c_2 は費用係数であり、 e は外部経済係数である。外部経済係数は正定数とする。また、第1企業先手とする。最適反応関数は(3)、(4)となり、図1が得られる。シュタッケルベルグ均衡点がクールノー均衡点の左上側に位置している。両企業にとってパレート改善となるような領域はクールノー点の左側に広がっている。

$$\pi_1 = (a - b(x_1 + x_2))x_1 - (c_1 x_1 - ex_2^2) \quad (1)$$

$$\pi_2 = (a - b(x_1 + x_2))x_2 - c_2 x_2 \quad (2)$$

$$BR_1 : (a - c_1) - bx_2 - 2bx_1 = 0 \quad (3)$$

$$BR_2 : (a - c_2) - bx_1 - 2bx_2 = 0 \tag{4}$$

$$a - c_1 \geq 0, a - c_2 \geq 0$$

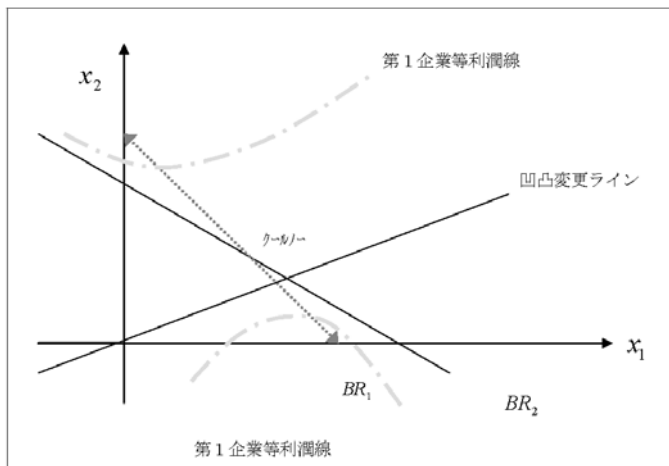


図 1 : 外部経済の効果

第1企業の等利潤線の傾きは、(5)になり、直線 $(bx_1 - 2ex_2 = 0)$ 上で傾きの符号が逆転するために、この直線を境界として等利潤線の凹凸は逆になることに注意が必要である。第1企業の最適反応曲線上で頂点をもつことに変わりはないが、この直線より横軸(x_1 軸)に近い領域では横軸にたいして凹であり、より縦軸(x_2 軸)に近づいた領域では横軸にたいして凸になる。

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{a - c - 2bx_1 - bx_2}{bx_1 - 2ex_2} \tag{5}$$

また、第1企業の最適反応曲線上での第1企業利潤は、以下になり、利潤最小点での \underline{x}_1 (利潤関数の最小値に対応する x_1 の値)が算出できる。

$$\begin{aligned} \pi_1 &= (a - c_1)x_1 - bx_1^2 - bx_1\left(\frac{a - c_1 - 2bx_1}{b}\right) + e\left(\frac{a - c_1 - 2bx_1}{b}\right)^2 \\ &= (4d + b)x_1^2 - \frac{4(a - c_1)e}{b}x_1 + \frac{(a - c_1)^2}{b^2}e \end{aligned}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{2(a - c_1)e}{(4c + b)b}$$

3 数値例と解釈

第1企業および第2企業の利潤関数は(6)，(7)であるとする。最適反応関数は(8)，(9)になる。

$$\pi_1 = (20 - 3(x_1 + x_2))x_1 - (5x_1 - 3x_1^2) \quad (6)$$

$$\pi_2 = (20 - 3(x_1 + x_2))x_2 - 5x_2 \quad (7)$$

$$BR_1 : x_1 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}x_2 \quad (8)$$

$$BR_2 : x_2 = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}x_1 \quad (9)$$

第1企業先手なら，次の利潤関数(10)の極大条件から，以下のシュタッケルベルグ均衡生産量および利潤を得る。このシュタッケルベルグ均衡では第1企業の均衡生産量がゼロ($x_{1S}^* = 0$)となっていることが注目される。第1企業にとっては， BR_2 曲線上に沿ってどこまでも生産縮小することが最適反応となる。

$$\pi_1 = 15x_1 - 3x_1^2 - 3x_1\left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}x_1\right) + 3\left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}x_1\right)^2 \quad (10)$$

$$x_{1S}^* = 0 \dots \dots x_{2S}^* = \frac{5}{2}$$

$$\pi_{1S}^* = \frac{75}{4} \dots \dots \pi_{2S}^* = \frac{25}{4}$$

第2企業先手なら，次の利潤関数の極大条件から，(11)で示される生産量および利得水準を得る。これが第2企業先手のシュタッケルベルグ均衡である。第1企業先手のシュタッケルベルグ均衡よりパレート優位である。また，クールノー均衡と比べてもパレート優位になっている。この第2企業先手の

シュタッケルベルグ均衡は、外部経済がない場合のシュタッケルベルグ均衡生産量の組合せ $(\frac{5}{2}, \frac{5}{4})$ と同様な均衡生産量になっていることから、外部経済効果が（外部経済効果をもたない側の）先手第2企業にたいしてほとんど働かないことを意味している。

$$\begin{aligned} \pi_2 &= 15x_2 - 3\left(\frac{5}{2} - \frac{1}{2}x_2\right)x_2 - 3x_2^2 \\ x_{1S}^* &= \frac{5}{4} \dots x_{2S}^* = \frac{5}{2} \\ x_{1S}^* &= \frac{375}{16} \dots x_{2S}^* = \frac{75}{8} \end{aligned} \quad (11)$$

なお、外部経済の有無に関係なく、クールノー均衡生産量は $(\frac{5}{3}, \frac{5}{3})$ であり、外部経済がないときのクールノー均衡利潤は $(\frac{50}{3}, \frac{25}{3})$ になる。また、外部経済がない場合のシュタッケルベルグ均衡生産量の組合せは、第1企業先手なら $(\frac{5}{2}, \frac{5}{4})$ であり、そのときの均衡利潤の組合せは $(\frac{75}{8}, \frac{75}{16})$ になる。

また、第1企業の等利潤線の傾きについては、以下の(12)から $3x_1 - 6x_2 = 0$ を境界として、分母の符号が変わることに注意しなければならない。なお、この式の分子は、それをゼロと置けば最適反応関数になる。外部経済のない複占モデルでは、上記のような変曲点は縦軸上か横軸上にある。だから、第1象限（生産量が非負）に限定した分析の場合、変曲点のことを意識することはない。外部経済効果がないときには、第1象限にある最適反応曲線には、このような変曲点は発生しない。この単調性は、外部経済がない場合、(5)のような不確定符号をもつ分母が現れないために起こる。外部経済等のない複占モデルの等利潤線の傾きを示す式の分母は、第1象限ではつねに確定符号である。

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{15 - 6x_1 - 3x_2}{3x_1 - 6x_2} \quad (12)$$

また、第1企業の利潤については、第1企業の最適反応曲線上で(13)が成立するから、点(2, 1)上で、最小値($\pi_1 = 15$)をとることが分かる。なお、第1企業の第1象限での利潤最大値は、最適反応曲線の縦軸切片上($x_1 = 0$, $x_2 = 5$)のときの利潤 $\pi_1 = 75$ であり、横軸切片上($x_1 = \frac{5}{2}$, $x_2 = 0$)のときの利潤 $\pi_1 = \frac{75}{4}$ は最大点にならない。外部経済効果を受ける第1企業の利潤は、最適反応曲線上の途中で減少から増加(あるいは逆)に転ずることが特徴的である。

$$\begin{aligned}\pi_1 &= 15x_1 - 3x_1^2 - 3x_1\left(\frac{15 - 6x_1}{3}\right) + 3\left(\frac{15 - 6x_1}{3}\right)^2 \\ &= 15(x_1 - 2)^2 + 15\end{aligned}\tag{13}$$

この数値例モデルについての論点のひとつは、どのような意味で後手有利性(あるいはゲームの先手・後手化)を言えたのかという問題である。第2企業先手の場合に得る後手第1企業利潤のほうが、第1企業先手の場合に得られる第1企業利潤より大きい。ただし、第2企業が先手として選択実現するシュタッケルベルグ均衡点($\frac{5}{4}, \frac{5}{2}$)における第1企業生産量 $\frac{5}{4}$ を、前もって第1企業が(先手として)選択しておくならば、先手不利とはならないように思われる。ところが、この第1企業生産量($\frac{5}{4}$)にたいして、第2企業は($\frac{15}{8}$)を生産する。この生産量にたいする利潤は、 $\pi_1 = \frac{1125}{64}$, $\pi_2 = \frac{675}{64}$ になる。第1企業は、後手として獲得できる利潤 $\pi_{1S}^* = \frac{375}{16}$ より縮小する一方、第2企業は、先手として獲得できる利潤 $\pi_{2S}^* = \frac{75}{8}$ より大である。第2企業が先手の場合に選択するのは第1企業の最適反応曲線上の点に対応する自企業生産量だが、第1企業がその点に対応する生産量を選択したとしても、第2企業がその自企業生産量をそのまま選択することはない。第2企業にとっての最適反応関数によって自企業生産を決定するのである。すなわち、本節数値例モデルでは、第1企業にとって後手番(第2企業先手)有利が確認された。これから、ゲームの先手後手ゲーム化が予想される。

もうひとつは、均衡において費用が負となることだが、これについては、モデルの外部経済効果の部分 $3ex_2^2$ を例えば $2ex_2^3$ に変更することで、第1象限における（したがって均衡における）費用をかなりの領域で正にできる。だから、均衡での負費用を想定しなければ本稿結論がまったく成立しないというわけではない。このとき、等利潤線の凹凸変更ラインは、 $\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{15 - 6x_1 - 3x_2}{3x_1 - 3\sqrt{x_2}}$ になる。

また、ひとつには、このモデルにおいて合併の誘因があるかもしれないということである。結論的にはその誘因はないと予想される。両企業の利潤合計をふたつの変数（両企業の生産量）によりコントロールすることで得られる利潤最大条件から $x_1 = \frac{5}{2}$, $x_2 = 0$ が導出される。だが、 $x_1 = \frac{75}{4}$, $x_2 = 0$ という利潤に合併の誘引を見出すことはできない。

4 結 語

外部経済が相手企業生産量の2次形式で効果をもつ場合には、シュタッケルベルグ均衡が第1象限の端に、すなわち縦軸上あるいは横軸上に位置する可能性をもつ。外部経済がなければ、第1象限内の最適反応曲線上では生産拡大が常に利潤拡大をもたらすから、第1象限内点にシュタッケルベルグ均衡をもつが、本稿モデルの場合には、外部経済のために、外部経済の恩恵を受ける企業の最適反応曲線の途中に利潤極小点が位置して、その点から自企業の最適反応曲線上に沿って遠く離れるほど利潤は拡大する。このことが結果的に、シュタッケルベルグ均衡点の位置をクールノー均衡点の（右下ではなく）左上に位置させる効果をもつ。そのとき、第1企業が選択したいと思う第2企業の最適反応曲線上の点と、第2企業が選択したいと思う第1企業の最適反応曲線上の点が、クールノー均衡点からみて同じ側（たとえば左上）にあるという状況をつくりだすのである。このことが、後手有利性を、あるいはゲームの先手・後手化をもたらしているひとつの原因である。

参 考 文 献

- [1] Amir, .R. (1995). " Endogenous Timing Two-Player Games: A Counter Example " *Games and Economic Behavior*.
- [2] Dowrick, S. (1986). " von Stackelberg and Cournot Duopoly: Choosing Roles, " *Rand Journal of Economics*.17.251-260.
- [3] Gal-Or, E. (1985). " First Mover and Second Mover Advantages, " *International Economic Review*.26
- zS|Hamilton J K and S Slutsky MGPXXOHMG Endogenous Timing in Duopoly Games Stackelberg or Cournot Equilibria K Games and Economic Behavior 21.29-46.