

《研究ノート》

財政の持続可能性に関する考察

成長率・利子率論争と時系列データによる検定のサーベイ

吉 岡 真 史

Abstract

From late 1990s in Japan, the central government remarks a huge fiscal deficit and the primary balance has been set to one of the governmental targets. This paper explore some discussion on the dynamic efficiency, which describes relationship between the interest rate and growth rate at the Council on Economic and Fiscal Policy and surveys methodology on estimating government fiscal sustainability using time series data, mainly developed by Hamilton and Flavin (1986). Finally, some points related to Monte Carlo simulation method to calculate gamble probability developed by Ball et al.(1998).

Keywords: Fiscal Sustainability, Government Debt, Time Series Testing, Monte Carlo Estimation, and Ricardian Equivalence

JEL Classifications: C22, E43, H62 and H68

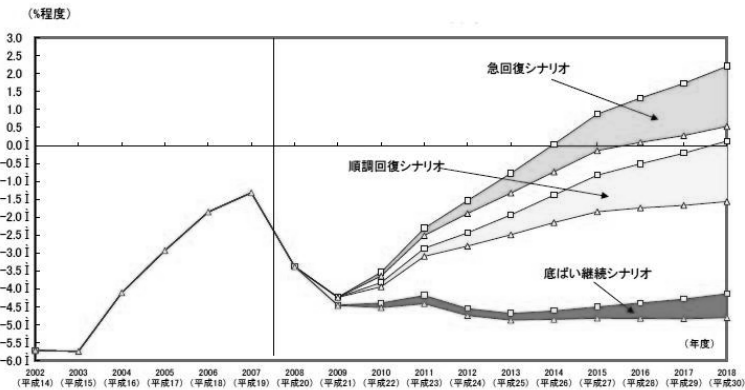
1. はじめに

内閣総理大臣になったばかりの小泉総理大臣は2001年5月に衆議院本会議での所信表明演説において、当面の数年間には国債の新規発行額を30兆円以下

* 本研究に際して長崎大学から大学高度化推進経費の新任教員の教育研究推進支援経費を受けた。記して感謝する。国際協力機構特別研究員兼務。

に抑制し、将来はプライマリー・バランスを均衡化させることを目標とすると述べた。多くのエコノミストにとってプライマリー・バランスの概念は決して馴染みのないものではなかったが、日本政府が公式にプライマリー・バランスを政策目標に掲げたのは、この所信表明演説が初めてであったのではないかとされている。同じ小泉内閣の下で、2006年2月には経済財政諮問会議において、当時の竹中総務大臣と民間議員であった吉川東大教授の間で、財政の持続可能性に関して成長率と利子率の大小関係に関する議論があったのは記憶に新しい。その後、2006年6月の経済財政諮問会議において「歳入・歳入一体改革」が議論され、現在の麻生内閣においても、去る2009年1月の経済財政諮問会議において内閣府から「経済財政の中長期方針と10年展望」の試算として中央・地方のプライマリー・バランスの対名目 GDP 比の見通しが公表されている。

表1 国・地方のプライマリー・バランス対名目 GDP 比



出典：内閣府（2009）

注：各シナリオや表象の定義については内閣府（2009）を参照。

本稿においては、これらの政府財政の持続可能性について、特に、成長率・利子率論争や動学的効率性 (dynamic efficiency) との関係において議論を

整理するとともに、実際に、時系列データを用いて財政の持続可能性を検定する手法について取りまとめる。

2. 財政の持続可能性に関する議論の概観

まず、財政の持続可能性については、Domar (1944)がきわめて素朴な以下の理論を提出したのが嚆矢となっている。

$$(EQ1) \quad D - D_{-1} = D = G - T + rD$$

ただし D 公債残高
 G 公債利払いを除く政府支出
 T 政府歳入
 r 公債利子率 (decimal)

従って、 $D - D_{-1} = D$ は新規公債発行額、 $G - T$ はプライマリー・バランス¹、 rD_{-1} は公債利払い額である。

ここで、公債の GDP 比²を単純に微分すると、以下の式を得る。

$$(EQ2) \quad \left(\frac{D}{Y}\right) = \frac{D}{Y} - \frac{Y}{Y} \cdot \frac{D}{Y} = \frac{D}{Y} - g \frac{D}{Y}$$

ただし Y GDP
 g GDP 成長率 = Y/Y (decimal)

(EQ2)に(EQ1)を代入すると、以下の式を得る。

$$(EQ3) \quad \left(\frac{D}{Y}\right) = \frac{G - T}{Y} + r \cdot \frac{D}{Y} - g \cdot \frac{D}{Y} = \frac{G - T}{Y} + (r - g) \frac{D}{Y}$$

この(EQ3)がいわゆるドーマー条件であり、公債残高の GDP 比はプライマリー・バランス(の赤字の GDP 比)及び成長率と利子率の関係により決定さ

1 $G - T$ はより正確には、プライマリー・バランスの赤字である。

2 以下、本稿では特に断りのない限り、GDPとは名目GDPであり、成長率とは名目GDPの成長率を指す。

れる。単純に言えば、この(EQ3)の右辺第1項と第2項について考え、第1項のプライマリー・バランスが黒字で、かつ、第2項の利率が成長率よりも低ければ、公債残高のGDP比は低下する。あるいは、第1項と第2項のどちらかが条件を満たさない場合は、その度合いにより財政の持続可能性が決定される。これが財政の持続可能性に関するもっとも初歩的な議論である。

この(EQ3)の右辺第2項に着目したのが成長率・利率論争であり、これは定義上、動学的効率性の問題と同値である。すなわち、利率が成長率を上回る時、均衡はパレートの意味で効率的であり、動学的効率性 (dynamic efficiency) を満たしていると言われる。逆に、成長率が利率を上回っている場合、異時点間で所得の再配分を行うことによりパレート改善的な資源配分を達成できることから、動学的非効率性 (dynamic inefficiency) と呼ばれる。³ 別の観点から、Tirole(1985)に従えば、利率が成長率を下回る経済においては、本来は価値を持たない財が価値を持ち続けることがあり得て、そのような財をTirole(1985)では「バブル」と呼んでいるが、このバブルを導入することで資源配分は改善されるとしている。

しかし、2006年2月の経済財政諮問会議においても、成長率の定義は統計的に明らかな一方で、利率の定義に関して混乱した議論が見かけられた。すなわち、竹中・吉川論争において、竹中総務大臣(当時)が公債に付利される利率を念頭に置いているのに対して、吉川教授の利率は新古典派成長論的な利率であったと考えられる。⁵ これらを考慮し、議論の正確を期すため、本稿では利率について、いくつかの理論的な整理を行う。第1に、後に新古典派的な成長論に加えられることもあるが、Ramsey(1928)で示された、いわゆるラムゼイ・モデルにおいては、利率は成長率に主観的な割

3 動学的効率性の詳細及びその実証結果などについては Able et al. (1989)を参照。

4 Tirole (1985)ではバブルの候補として、貨幣、国債、土地、絵画、金、宝石などが上げられている。

5 (EQ3)で示したドーマー条件における利率は明らかに国債にかかる利率であり、その意味では竹中総務大臣(当時)の議論の方が正確である。

引率を加えたものとされており、後者が正であれば利率は成長率を上回る。別の観点からすれば、ラムゼイ・モデルの主観的割引率がゼロになった場合を次のソロー・モデルにおける利率と考えることも出来る。第2に、新古典派成長論的な利率はSolow(1956)で示されたソロー・モデルにおける黄金律経路の利率であり、これは成長率と等しくなる。第3に、Diamond(1965)で提示された世代重複モデル (overlapping generations model) の世界では、経済がgoing-concernで永遠に続く一方で、個人の時間的視野は有限⁶となる。したがって、先物市場が開かれなかったりするが、財政の持続可能性に関する議論で重要なのは、ラムゼイ・モデルやソロー・モデルではあり得なかった利率が成長率を下回る経済、すなわち、動学的非効率性が成り立つ理論的基礎が与えられた点である。

次に考えるべきは成長率と対比されるべき利率とは何かであり、日本のような国における国債のような安全資産に付利されている利率と経済全体の利率の関係はどう考えるべきかである。日本の過去のデータを見る限り、長期国債金利や定期預金金利はかなり低い一方で、日本政策投資銀行「企業財務データバンク」などで示された資本収益率(ROA)は1980年から長期的に低下傾向にあるものの、現時点においてもおおむね10%を維持している。成長率は景気局面によりさまざまであるが、大雑把に、成長率は安全資産金利を上回り、さらに、資本収益率が成長率を上回っているのが今世紀初頭までの日本経済の姿と考えることも出来る。なお、これについては、同じような現象が米国でも観察されている。このため、Able et al. (1989)では利率と成長率の大小関係を資本所得と投資額の関係に置き換えた検証を実施している。この検定によれば、日本経済も動学的効率性を満たしているとの結果が明らかにされている。

最後に、議論のとりまとめとして、財政の持続可能条件として、第1に、動学的効率性が満たされていない場合、第2に、リカード等価原理が成り立

6 通常は2期間。

っている場合、の2ケースについては財政が無条件に持続可能となる。なお、後者のリカード等価原理については Barrow(1976)や Buchanan(1979)に譲り、本稿では最終節で振り返るに止め深入りしない。

3. 時系列データを用いた財政の持続可能性に関する検定方法

本節では、前節の議論の取りまとめを基に、時系列データを用いた財政の持続可能性に検定について概観する。まず、先駆的な業績として、ドーマー条件で表現される Domar(1944)の議論をより洗練された形にしたものが Hamilton and Flavin(1986)であり、Domar(1944)と異なり GDP 比を取らない形に表現した政府財政の予算制約式は以下の(EQ4)式で表される。

$$(EQ4) \quad T - G - rD_{t+1} + (D - D_{t+1}) = B - rD_{t+1} + (D - D_{t+1}) = 0$$

ただし B プライマリー・バランス⁷

これを公債残高に関する差分方程式と考えて、前向き(forward-looking)に解くと以下の(EQ5)式を得る。

$$(EQ5) \quad D_t = \frac{B_{t+1}}{1+r_{t+1}} + \frac{D_{t+1}}{1+r_{t+1}} = \lim_{i=1} \frac{B_{t+i}}{(1+r_{t+k})^i} + \lim_{k=1} \frac{D_{t+i}}{(1+r_{t+k})^i}$$

将来変数は確率過程(stochastic process)に従うと考えて、上の(EQ5)を条件付きの期待値の形に変形すると、以下の(EQ6)式を得る。

$$(EQ6) \quad D_t = E_t \left[\lim_{i=1} \frac{B_{t+i}}{(1+r_{t+k})^i} + \lim_{k=1} \frac{D_{t+i}}{(1+r_{t+k})^i} \right]$$

しかしながら、これは政府の予算制約式を変形しただけであり、Ponzi game によるネズミ算的な財政運営の可能性を否定しない。従って、以下の

⁷ ここでは、脚注1と異なり、本来の意味でのプライマリー・バランスである。

(EQ7)のどちらかが財政持続性を検証する場合の条件となる。これは当然のことながら、動学モデルにおける Ponzi game 禁止のための必要十分条件となっている。

$$(EQ7) \quad D_t - E_t \sum_{i=1}^{\infty} \frac{B_{t+i}}{(1+r_{t+k})^k} = 0$$

$$\text{または} \quad \lim_{i \rightarrow \infty} E_t \frac{D_{t+i}}{(1+r_{t+k})^k} = 0$$

学説史的には、広く知られている通り、1980年代に入って米国のレーガン政権における財政政策運営が大幅な財政赤字を記録するようになり、財政の持続可能性に関する学界の関心は一気に高まった。繰返しになるが、Domar(1994)の素朴な議論を時系列モデルの成果を取り入れて洗練させたのが Hamilton and Flavin(1986)であり、直感的には、財政のプライマリー・バランスに関して検証していると考えて差し支えない。その後、Trehan and Walsh(1988), Trehan and Walsh(1991), Hakkio and Rush(1991), Haung(1991), Ahmed and Rogers(1995)などにより、共和分分析の手法が導入された。

共和分分析の手法は(EQ6)式を基に、これを1期ずらしたものととの差分を取り、以下の(EQ8)式を得る。

(EQ8)

$$D_t - E_t \sum_{i=1}^{\infty} \frac{B_{t+i}}{(1+r_{t+k})^k} + \lim_{i \rightarrow \infty} E_t \frac{D_{t+i}}{(1+r_{t+k})^k} - \lim_{i \rightarrow \infty} E_t \frac{D_{t+i-1}}{(1+r_{t+k-1})^k}$$

Ahmed and Rogers(1995)によれば、右辺第2項と第3項を極限項と考え、 G と T が $I(1)$ 過程、例えば、ドリフト付きのランダムウォーク過程に従い、

利子率の系列が時間を通じて期待値が一定⁸と仮定すると、極限項は $I(0)$ の定常過程となることを利用し、財政の持続可能性に関する定義の (EQ7) 式は (EQ8) 式の極限項 (右辺第 2 項と第 3 項) がゼロとなることと同値であることから、この極限項がゼロとなるためには、ドーマー条件の元の形である (EQ 1) の G, T, rD のそれぞれが共和分しているかどうかを検定することになる。(EQ1) の共和分回帰については、以下の式を回帰する。

$$(EQ9) \quad T = a_0 + a_1 G + a_2 (rD) + u$$

ただし a パラメータ
 u 誤差項

すなわち、上の (EQ9) において、 G, T, rD が $[-1, 1, -1]$ の共和分ベクトルにより共和分していることを検定する。

また、Hamilton and Flavin (1986) の方法論を出発点として、Hamilton and Flavin (1986) では每期一定の期待実質利子率を割引要素としているが、Wilcox (1989) では実現された実質利子率を用いて検定しており、Blanchard et al. (1990) や Uctum and Wickens (1997) では GDP で正規化するとともに、実質利子率から実質成長率を差し引いたものを割引率として用いている。さらに、Bohn (1995) では割引率を消費の異時点間限界代替率を用いるとともに、政府支出を Beveridge and Nelson (1981) の方法により恒常的要素と一時的要素に分解して検定を試みている。

本稿でこれまでに取り上げた時系列データに基づく検定のうち、Bohn (1995) 及び Bohn (1998) が最も緩やかなものと考えられ、直感的には、プライマリー・バランスが赤字であっても、その赤字幅が縮小していれば財政は持続可能と判断される。この Bohn (1995) の手法により日本の財政に関する持続可能性を検定したのが土居・中里 (1998) であり、その時点においては日本の財政は持続可能との結果を得ている。

8 要するに、 $E_t[r_{t+i}] = E_{t-1}[r_{t+i-1}]$ i である。

最後に、Hamilton and Flavin(1986)の方法論を出発点として、プライマリー・バランスに対 GDP 比による正規化を最初から採用して、将来における成長率と利子率の不確実なパスを前提に、財政赤字のギャンブル確率をモンテカルロ法により推計するものとして、Ball et al.(1998)が上げられる。同じ表象で(EQ1)式に GDP 比を取ると、(EQ3)と同値の以下のドーマー条件が得られる。

$$(EQ10) \quad \frac{D}{Y} = - \frac{B_{-1}}{Y_{-1}} + \frac{1+r_{-1}}{1+g_{-1}} \frac{D_{-1}}{Y_{-1}}$$

この(EQ10)を(EQ5)の導出手続きと同じように、初期時点をゼロとして将来に向かって解くと、公債残高の対 GDP 比は以下の(EQ11)式で表される。ただし、添え字のゼロは初期時点の条件を表している。

$$(EQ11) \quad \frac{D_t}{Y_t} = - \frac{B_{t-1}}{Y_{t-1}} - \sum_{i=0}^{t-2} \left(\frac{B_i}{Y_{j=i+1}} \frac{1+r_j}{1+g_j} \right) + \frac{D_0}{Y_0} \sum_{i=0}^{t-1} \frac{1+r_i}{1+g_i}$$

この(EQ11)の右辺について考えると、第1項と第2項は将来のプライマリー・バランスの対 GDP 比の流列が重要なポイントを占めていることから、Ball et al.(1998)では、これらを将来的なプライマリー・バランスの改善努力を表すものと考え、逆に、初期時点の公債残高の対 GDP 比及び利子率と成長率の将来パスに依存している第3項について、モンテカルロ法で推計している。すなわち、 $X_t = \frac{1+r_t}{1+g_t}$ と定義し、この X が $AR(1)$ 過程に従うとすれば、以下の(EQ12)式を得、これに基づいて(EQ11)を書き直せば、公債残高の対 GDP である d は以下の(EQ13)により得ることが出来る。

$$(EQ12) \quad X_t = X_{t-1} + \epsilon_t$$

ただし
 自己相関係数
 標準偏差
 正規乱数

$$(EQ13) \quad d \frac{D_t}{Y_t} = - \frac{B_{t-1}}{Y_{t-1}} - \sum_{i=0}^{t-2} \left(\frac{B_i}{Y_{j=i+1}} X_j \right) + \frac{D_0}{Y_0} \sum_{i=0}^{t-1} X_i$$

d 公債残高の対 GDP 比

さらに、上の(EQ13)式から、右辺の第1項と第2項については $B=0$ を仮定して消去し、実際には、(EQ12)と以下の(EQ14)を推計することとなる。

$$(EQ14) \quad d \frac{D_t}{Y_t} = \frac{D_0}{Y_0} \prod_{i=0}^{t-1} X_i$$

すなわち、初期条件の $\frac{D_0}{Y_0}$ が t 期後に、これ以上は公債残高の対 GDP 比が膨張することを将来へ先送りすることが不可能と判断されるレベルまで拡大する確率を正規乱数の発生によるモンテカルロ法で推計する。なお、小黒(2006)では Ball et al. (1998)の手法により、先進6カ国における財政赤字ギャンプル確率を推計し、その中でも日本はギャンプルが失敗する確率が高いとの結果を得ている。

4. 結論

以上、簡単にサーベイしたように、財政の持続可能性については、Domer(1944)の議論を基に、時系列モデルの成果を取り入れた Hamilton and Flavin(1986)の時系列的な現在価値への転換による推計方法が基本となっている。これは公債残高、歳入、公債利払い前の政府支出、利率の4変数についての異時点間の政府の予算制約を無限の確率過程として捉え、それらを何らかの割引要素により現在価値に割り引いて検定をおこなうものである。一方で、最近時点では、成長率と利率の将来パスをモンテカルロ法で推計する Ball et al. (1998)の方法に従った検定結果も見られるようになっている。

蛇足ながら、この現在価値分析の前提として、以下は必ず成り立つ。

- (1) リカードの等価原理が成立していれば、財政は無条件に持続可能である。
- (2) 動学的効率性が満たされていないければ、財政は無条件に持続可能である。

リカード等価原理が成立している場合には、家計及び政府以外の他の経済主体の行動が政府の財源調達とは独立となり、何らの影響を受けない。即ち、政府が租税により政府支出の財源を調達しても、公債により調達しても、政府以外の経済主体の経済行動に影響を与えないのであるから、財政は無条件に持続可能である。これは明白であろう。

動学的効率性とは基本的に(経済 and/or 人口の)成長率と利率の関係であり、動学的効率性が満たされていないならば、つまり、同じことだが、利率が成長率よりも低ければ、直感的には、無限先の将来における1人当たり、あるいは、GDP比で見た公債残高が発散するほど大きくなることはあり得ないと言う意味で、財政は持続可能であると言える。詳細な議論は割愛するが、(EQ3)式から成長率が利率を上回っていることが財政の持続可能性に関する有力な条件⁹であることを見ても明らかであろう。

References

- Able, A. B. , N. G. Mankiw, L. H. Summers and R. J. Zeckhauser(1989) ,“ Assessing Dynamic Efficiency: Theory and Evidence, ” *Review of Economic Studies* 56(1), pp.1-20
- Ahmed, S. and J. Rogers(1995) ,“ Government budget deficits and trade deficits: Are present value constraints satisfied in long-run data ? ” *Journal of Monetary Economics* 36(2) , 1995 , pp. 351-374
- Ball, Laurence, Douglas W. Elmendorf and N. Gregory Mankiw(1998) ,“ The Deficit Gamble, ” *Journal of Money, Credit and Banking* 30(4) , Nov. 1998 , pp. 699-720
- Barro, Robert J. (1979) ,“ On the Determination of the Public Debt, ” *Journal of Political Economy* 87(5) , 1979 , pp. 940-971
- Beveridge, S. and C. R. Nelson(1981) “ A New Approach to Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to Measurement of Business Cycle, ” *Journal of Monetary Economics* 7(1) , 1981 , pp. 151-174

9 (EQ3)からすれば、決して、必要条件でも十分条件でもないが、動学的効率性が満たされていない場合には、財政が持続可能であることは自明である。なお、繰返しになるが、動学的効率性の検定に関しては、Able et al.(1989)参照。

- Blanchard, Oliver, J. C. Chouraqui, R. P. Hagemann and N. Sartor (1990), "The Sustainability of Fiscal Policy: New Answers to an Old Question," *OECD Economic Studies* 15, 1990, pp.7-36
- Bohn, Henning, (1995), "The sustainability of budget deficits in a stochastic economy", *Journal of Money, Credit and Banking* 27, 1995, pp.257-271
- Bohn, Henning(1998), "The Behavior of U.S. Public Debt Deficits," *Quarterly Journal of Economics* 113(3), 1998, pp.949-963
- Buchanan, James M. (1976), "Barro on the Ricardian Equivalence Theorem," *Journal of Political Economy* 84(2), 1976, pp.337-342
- Diamond, P. (1965), "National Debt in a Neoclassical Growth Model," *American Economic Review* 55, 1965, pp.1026-50
- Domar, Evsey D. (1944), "The Burden of the Debt and the National Income," *American Economic Review* 34(4), pp.798-827
- Hakkio, C. S. and M. Rush(1991), "Is the budget deficit 'too large?' " *Economic Inquiry* 29(3), 1991, pp.429-445
- Hamilton, James D. and Marjorie A. Flavin(1986) "On the Limitations of Government Borrowing: A Framework for Empirical Testing," *American Economic Review* 76(4), 1986, pp.808-819
- Haug, A. A. (1991), "Cointegration and government borrowing constraints: Evidence for the United States," *Journal of Business and Economic statistics* 9(1), 1991, pp.97-101
- Ramsey, Frank P. (1928) "A Mathematical Theory of Saving," *The Economic Journal* 38, 1928, pp.543-559
- Solow, Robert M. (1956) "A Contribution to the Theory of Economic Growth," *Quarterly Journal of Economics* 70(1), 1956, pp. 65-94
- Tirole, J, (1985), "Asset bubbles and overlapping generations," *Econometrica* 53, 1985, pp.1499-1528
- Trehan, Bharat and Carl E. Walsh(1988), "Common Trends, Intertemporal Budget Balance, And Revenue Smoothing," *Journal of Economic Dynamic and Control* 12(2-3), 1988, pp.425-444
- Trehan, Bharat and Carl E. Walsh(1991), "Testing Intertemporal Budget Constraints: Theory and Applications to U.S. Federal Budget and Current Account Deficits," *Journal of Money, Credit and Banking* 23(2), 1991, pp.206-223
- Uctum M. and M. Wickens(1997), "Debt and Deficit Ceilings, and Sustainability of Fiscal

Policies: An International Analysis, " *CEPR Discussion Paper No. 1612*, Center for Economic Policy Research, 1997

Wilcox, D. W. (1989), " The Sustainability of Government Deficits: Implications of Present-Value Borrowing Constraint, " *Journal of Money, Credit and Banking* 21(2) , 1989 , pp.291-306

土居丈朗・中里透 (1998) 「国債と地方債の持続可能性 - 地方財政対策の政治経済学 - 」大蔵省財政金融研究所『フィナンシャル・レビュー』1998年10月, pp.76-105

内閣府 (2009) 「経済財政の中長期方針と10年展望 比較試算」経済財政諮問会議資料 <http://www.keizai-shimon.go.jp/minutes/2009/0116/item2.pdf>

小黒一正 (2006) 「ギャンブルとしての財政赤字に関する一考察 - “不確実性”のある成長率と長期金利の関係を中心に - 」財務総合政策研究所 *PRI Discussion Paper Series (No.06A-29)* , 2006年11月

