

# 電磁波のシミュレーション

富塚 明

（1989年4月28日受理）

## Simulation for Electromagnetic Wave

Akira TOMIZUKA

### abstract

It is difficult to illustrate a travelling electromagnetic wave because it spreads spatially. The author tried to illustrate the wave from a dipole by electric and magnetic lines of force with their intensity using computer color graphics.

### 1. はじめに

電磁波が進行する状態を描写するのによく使われるのは図1に示したような電場と磁場をベクトルで表したものである。それぞれ方向を矢印で、大きさをその長さで示しており、電場と磁場の位相が一致していることや、電場と磁場の大きさが比例していることなどがはっきりする。しかしこの図では電場や磁場が水面波のように1つの平面内にしか存在しないような感じ

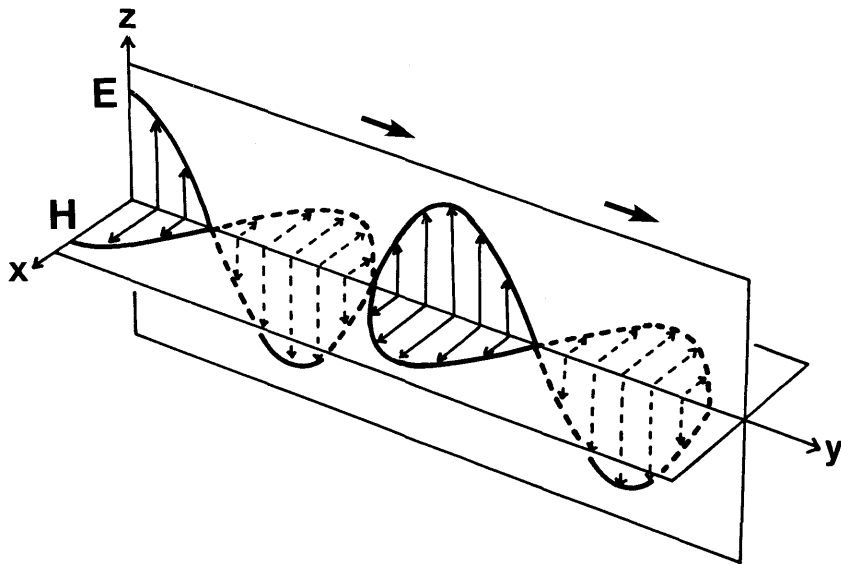


図1 y軸方向に進行する電磁波をベクトルで表した模式図

をうける。電磁場は実際には全空間に分布しているので、基本的には電気力線と磁力線で表現すべきではないだろうか。

さて、電磁波放出の一番単純な機構は振動する電気双極子からのものであるが、この様子については図2の様な描写がよくみられる。電気力線は時間の経過とともに広がっていくが、双極子の極性が反転するたびに、その近傍に新しい電気力線が向きを逆転させて生じる。磁力線も同様に広がっていく。しかしこれも一平面上での描写であり、これらを立体化する必要がある。

一方、双極子から放射される電磁波の強度分布については図3のような描写が見られるが、

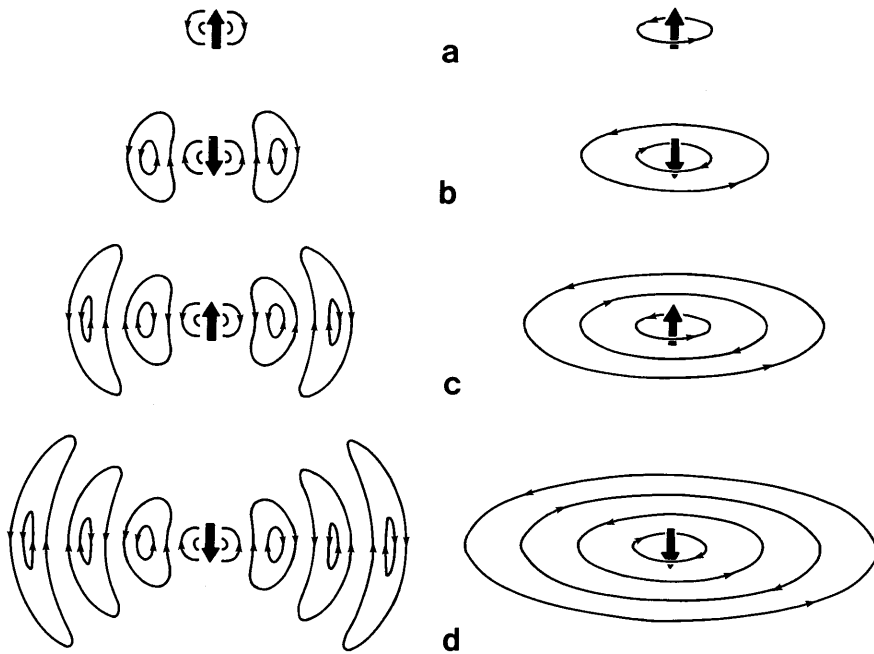


図2 双極子からの電場(左)と磁場(右)の広がり。a~dへと半周期ごとに収極子の近くの力線の向きが反転していく。

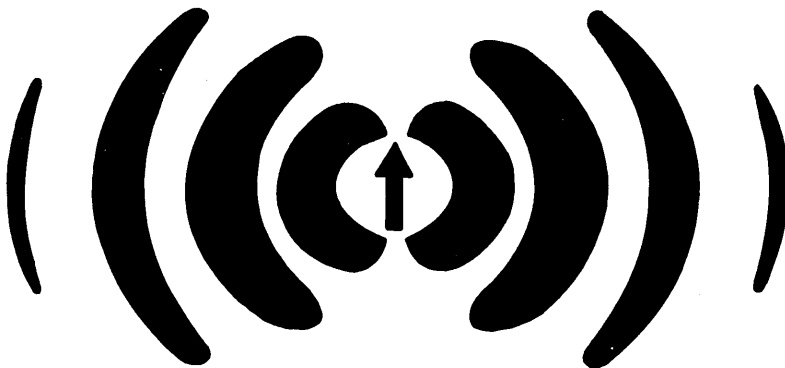


図3 双極子放射の強度分布

これでは電場と磁場の大きさや位相といったものがわからない。

以上の様な問題意識の上に立って、振動する電気双極子からの電磁波の放射についてマイクロコンピュータを用いた立体描写を試みたので紹介する。

## 2. 電磁場の方程式

電気双極子がつくる電磁場をマクスウェル方程式から導いた解はいろいろな本に書かれている [1]。式を簡略化するために cgs ガウス単位系を用いると、双極子  $\vec{P}$  が位置  $\vec{r}$  のところにつくる電場と磁場は次の式で表される。  $c$  は光速、 $\dot{\vec{P}}$ 、 $\ddot{\vec{P}}$  はそれぞれ時間に対する 1 階、2 階微分。

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r}, t) = & \frac{3\vec{r}(\vec{r}\cdot\vec{P}(t-r/c))}{r^5} - \frac{\vec{P}(t-r/c)}{r^3} \\ & + \frac{3\vec{r}(\vec{r}\cdot\dot{\vec{P}}(t-r/c))}{cr^4} - \frac{\dot{\vec{P}}(t-r/c)}{cr^2} \\ & + \frac{\vec{r}(\vec{r}\cdot\ddot{\vec{P}}(t-r/c))}{c^2r^3} - \frac{\ddot{\vec{P}}(t-r/c)}{c^2r} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{\dot{\vec{P}}(t-r/c) \times \vec{r}}{cr^3} + \frac{\ddot{\vec{P}}(t-r/c) \times \vec{r}}{c^2r^2} \dots\dots\dots (2)$$

いま極座標を考え、 $z$  軸方向にある双極子が  $\vec{P}(t) = \vec{P}_0 \sin \omega t$  で変化するものとする。  $\theta$  を  $z$  軸から  $r$  に向かう角、  $\phi$  を子午面が  $x$  軸となす角、  $k$  を波数とすると電場と磁場のそれぞれの成分は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} E_r &= \frac{2P_0 \cos \theta}{r^3} \{ \sin(\omega t - kr) + kr \cos(\omega t - kr) \} \\ E_\theta &= \frac{P_0 \sin \theta}{r^3} \{ (1 - k^2 r^2) \sin(\omega t - kr) + kr \cos(\omega t - kr) \} \\ E_\phi &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} H_r &= 0 \\ H_\theta &= 0 \\ H_\phi &= \frac{P_0 \sin \theta}{r^3} \{ kr \cos(\omega t - kr) - k^2 r^2 \sin(\omega t - kr) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

電場は着目した 1 つの子午面内のみであり、磁場はそれに直交する成分のみをもつ。これらの一部図示したものが図 2 である。  $r$  が大きくなると  $E_r$  は  $E_\theta$  に比べて無視できるようになる。そして  $E_\theta$  と  $H_\phi$  は等しくなって  $-\frac{P_0 \sin \theta}{r} k^2 \sin(\omega t - kr)$  となる。これを表示したものが図 1 に相当するわけである。

### 3. マイコンによる電磁波の描写

(3)式から電気力線を描くのは数値解析法と同じやり方[2]で、まずある位置における電場の大きさ  $E = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2}$  を求め、単位電荷がその電場から力をうけて微小距離  $\Delta s$  だけ動いたとして次の位置を求める。さらにその位置の電場を求めて次の位置を求めるという操作を繰り返していく。磁力線については同心球状に広がるものとした。

図4は時刻  $t = \frac{7}{16} T$  ( $T$ は双極子の振動する周期)における一平面内での電気力線を描いたもので、双極子の極性が反転するごとに色を変えてある。実際にこれ全体を立体描写すると見づらくなるので、1周期の中で位相の  $90^\circ$ 異なる2本だけを取り出し、これが時間的に広がる様子を立体的に描いていくことにした。

物体を3次元的に表現する方法はいろいろあるが[2, 3]ここでは文献2の方法を利用した。電磁力線は  $\phi = 30^\circ$ ごとに計12本描き、磁力線は  $\theta = 22.5^\circ$ ごとに計7本描くことにした。また広がっていく感じを表すために力線上での刻み幅  $\Delta s$ を双極子からの距離に比例させることにした。これによって1画面の描画時間をほぼ同じにすることができる。

電磁場の強度は色で表現した。色と強度の関係は、強度を7段階に分け、図5内に示したように青が一番弱く、シアン、緑、黄、赤、マゼンタ、白の順に強くなるとした。さらに強度の正負を表現するために、下向きの電気力線を明るく、上向きを暗くして合計14色で表現した。同様に磁力線はz軸の正方向から見て反時計回りを明るく、時計回りを暗い色で表現した。

図5にはそれぞれ時刻  $t = \frac{5}{16} T$ ,  $\frac{15}{16} T$ のときの電気力線と磁力線を示した。視点方向は  $\theta = 0.7$ ,  $\phi = 1$ ラジアンである。図6, 7には時間の経過とともに電磁波が広がる様子を1/16周期ごとに示した。図6hの内側の力線は1/16周期だけ時間が経つと、図7aの外側の力線になる。そして内側には新たに向きの異なる力線が現れる。なお、時刻  $t = \frac{8}{16} T$ ,  $\frac{16}{16} T$ では双極子の強さがゼロになるので、図6h, 7hのように内側の電気力線が双極子から千切れてしまう。図8には、時刻  $t = \frac{7}{16} T$ における、任意の子午面上の電場と磁場の強度分布を示した。実際の電場の強度ベクトルは紙面内にあり、磁場の強度ベクトルは紙面に垂直方向にある。これは図3に対応するのであるが、中心から少し離れたところでは、電場と磁場の強度がほぼ一致し、その位相も一致していることがわかる。

使用したマイコンの機種はPC-9801 VXでCPUは80286、数値演算プロセッサ80287を使用。PC-9801は2つのカラーVRAMをもつので、1つのVRAMである画面を表示している間に、もう1つのVRAMで次の画面を描き、その終了とともに表示VRAMを切り替えるという操作を繰り返すことができる。これによって描画状態を表示しなくて済むので、電磁波の広がる様子をスムーズに表現することができる。

最初はBASICでプログラムを組んでみたが、どうしても時間がかかり、電磁波の動きが出せないでマクロアセンブラ(Ver. 5.1)を使用した。アセンブラでは図6, 7の1つの画面が1.5秒で描写できる(BASICでは75秒かかる)。また $\uparrow$  $\downarrow$ キーによって $\theta$ 方向、 $\leftarrow$  $\rightarrow$ キーで $\phi$ 方向に回転するようにしてあり、視点を自由に変更できる。それ以外のキーを押すと終了する。またプロセッサ80287には $\sin$ ,  $\cos$ の関数が用意されていないので、これらは文献4, 5を参考に作成した。

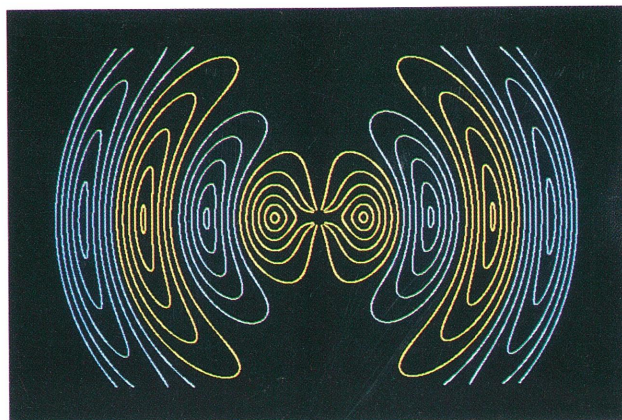


図4  $t = \frac{7}{16} T$ における一平面内での電気力線

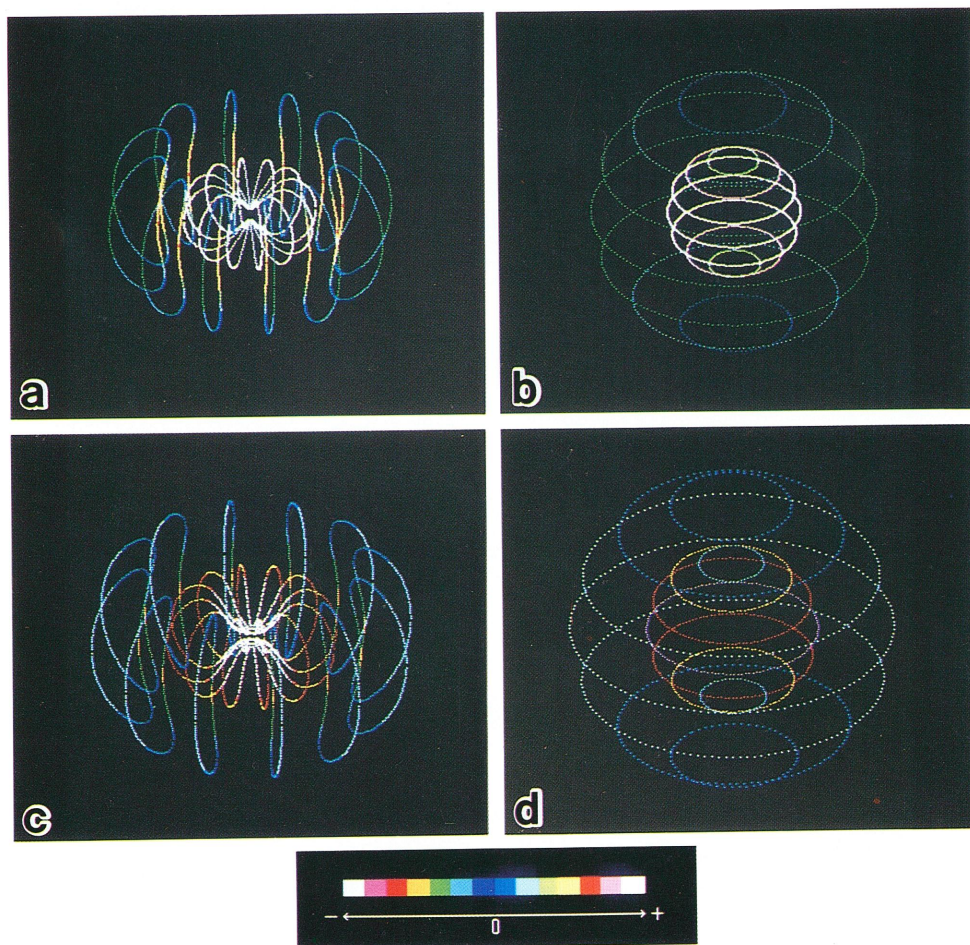


図5 立体表示した電気力線（左）と磁力線（右）. a, b:  $t = \frac{5}{16} T$ , c, d:  $t = \frac{15}{16} T$

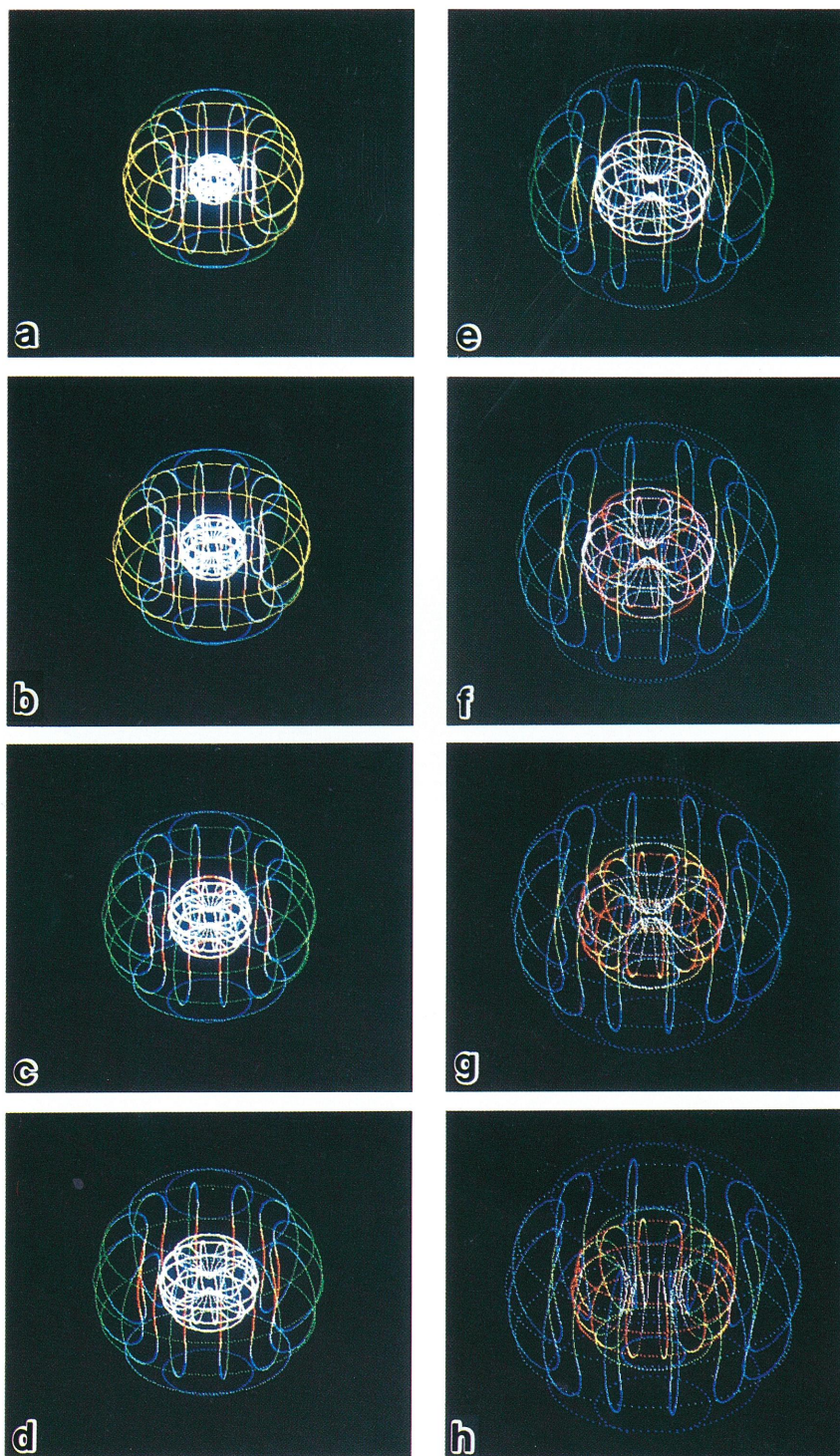


図6 双極子から電磁波が放出される様子を  $1/16$  周期ごとに描いたもの、  
 $t = \frac{1}{16} T \sim \frac{8}{16} T$ .

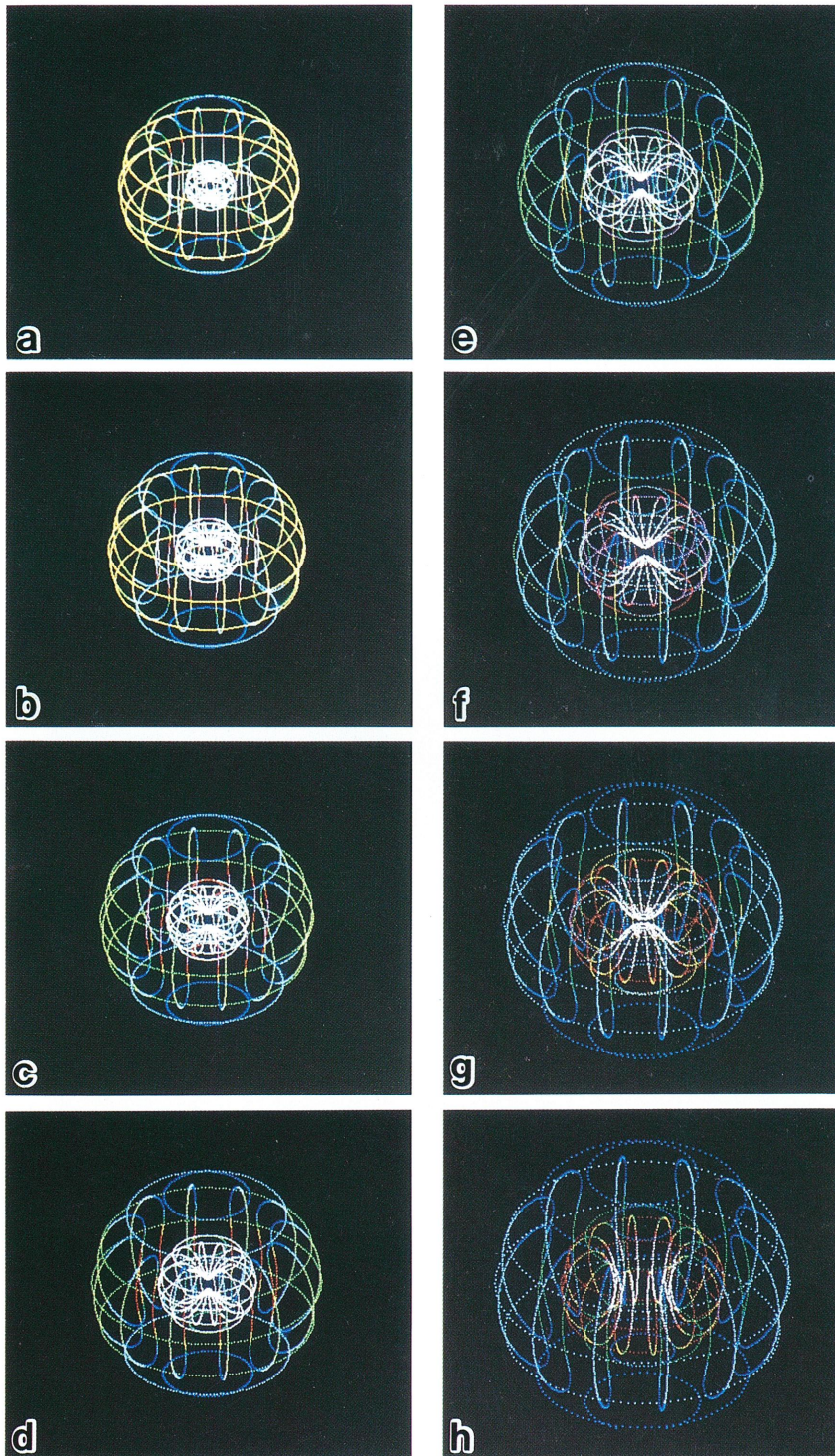


図7 双極子から電磁波が放出される様子を  $1/16$  周期ごとに描いたもの。  
 $t = \frac{9}{16} T \sim \frac{16}{16} T$ .

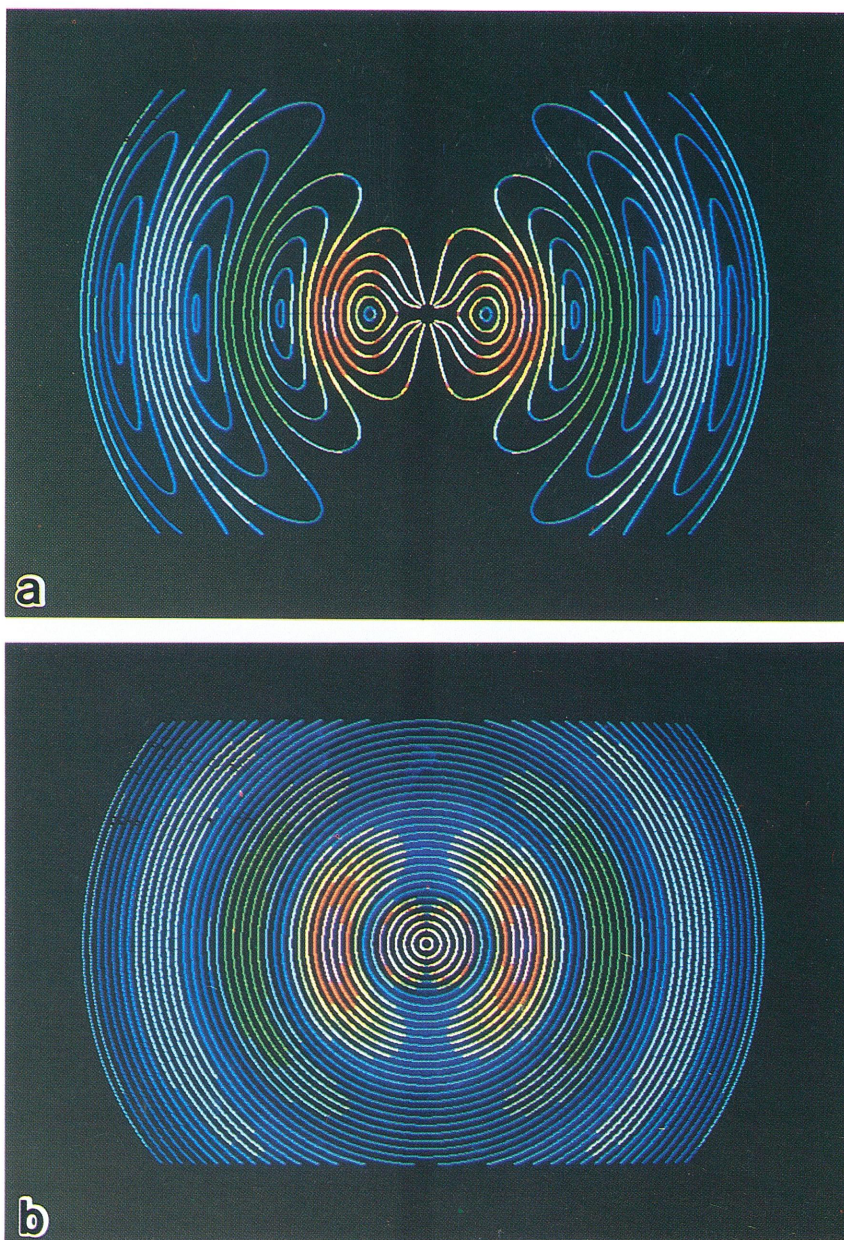


図8  $t = \frac{7}{16} T$ における電磁場の強度分布.

a: 任意の子午面での電場の強度分布. 強度ベクトルは紙面内にある.

b: aと同じ面上での磁場の強度分布. 強度ベクトルは紙面に垂直方向にある.



#### 4. おわりに

電場と磁場を記述する (3), (4) 式によれば,  $r$  が小さいとき, すなわち双極子の近傍では近似的に, 電場は  $\sim \sin(\omega t - kr)$ , 磁場は  $\sim \cos(\omega t - kr)$  となり, 両者の位相は  $90^\circ$  異なっている. その位相差は  $\Delta\psi = \tan^{-1}(1/k^3 r^3)$  で与えられ, 双極子から離れるにしたがって小さくなり, 半波長の距離で  $2^\circ$  になる [6]. この原因については双極子の変位電流にローレンツ力がはたらいて電場の位相が進み, その反作用で磁場の位相が遅れ, やがて両者の位相差はなくなると説明されている [6, 7]. これについても位相差が減少していく様子をグラフィックで表現できればイメージもわいて理解も深まるのではないだろうか. また電気四重極子や運動する電荷からの電磁波の放出なども興味のあるところであり, これらは次回に紹介することにする.

#### 〔参考文献〕

- [1] たとえば砂川重信: 理論電磁気学. 紀伊国屋書店 (1973)
- [2] 平田邦男: 新/BASIC による物理. 共立出版 (1988)
- [3] 守川 穰: PC-9801 3次元グラフィックス入門. アスキー出版局 (1986)
- [4] 大貫広幸: 数値演算入門. CQ 出版 (1987)
- [5] インターフェイス編集部編: 数値演算プロセッサ. CQ 出版 (1987)
- [6] 霜田光一: 物理教育. 26 (1978) 141
- [7] 三浦正吾: 物理教育. 34 (1986) 59

\* 本報告は日本物理学会 1989 年会 (物理教育) で発表したものである. カラー図版の無断複写, 転載を禁ずる.