長崎大学教養部紀要（自然科学篇）第32巻 第1号 1−5（1991年7月）

海の潮汐について

古賀 雅夫・松島 晟・武政 剛弘*

（1991年4月12日受理）

On The Tide of The Ocean

Masao KOGA, Akira MATSUSHIMA, and Takehiro TAKEMASA*

Abstract

The tide of the idealized global ocean with a uniform depth is studied in terms of the resonance theory. The following results are found:

1. The period of the zonal free oscillations varies with the integer n which represents the oscillation mode in the north-south direction and the depth h of the ocean. In other words, the period becomes shorter as n becomes larger or the depth h becomes deeper.
2. In the case of oscillations other than zonal ones, the period is expressed explicitly by the depth h.

1. 緒　論

海の潮汐の主な原因は，月の引力と，月と地球の質量中心のまわりの並進回転運動である．これらの主な潮汐力（単位質量に働く力）は次式で表される．

$$\text{鉛直分布} = \frac{GMr}{D^3}\left(3\cos^2\phi - 1\right)$$

$$\text{水平分布} = \frac{3GMr}{2D^3}\sin 2\phi$$

図1に主な記号を示す．Dは地球と月の間の距離，rは地球の中心から観測点Pまでの距離，ϕは地球と月を結ぶ直線から測った観測点Pまでの角度である．MとGはそれぞれ月の質量と万有引力の定数である．力の釣合いを基礎とする理論的な平

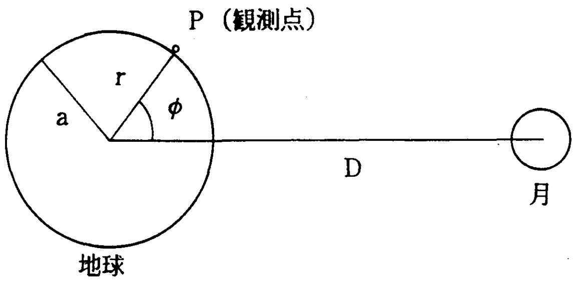

図1　地球，月および観測点の関係とその間の記号

* 長崎大学地域共同研究センター（Center for Cooperative Research, Nagasaki University）

衡潮では，東西方向に波数2の半日［太陰暦の半日（太陰暦の一日は24時間50分）］周期成分の潮汐（L_2潮）は，太陽潮（S_2潮）を加えたとしても，0.8m程しか生じなく，また，満潮は月の南中と一致するはずである．

一方観測では，一般に一日に2回，潮の干満があり，満潮と干潮の潮位差が10数mに達する地域もあり，また1m以内の所もある．また，満潮は月の南中と一致しなく，6時間以上遅れる所もある．太陽の引力の影響については，月の引力による潮汐の0.46倍程度で，月の影響を根本的に変えるものでない．したがって，潮位差が非常に大きい地域では，平衡潮だけでは潮汐振動を説明できない．

この現象の説明には，Kelvinが大気潮汐について提唱した共鳴説が非常に示唆にとみ有効のように思われる．したがって，ここでは，この共鳴説を海の潮汐にも適用してみる．

2．海の固有振動の計算

海の潮汐については，今まで共鳴説はほとんど省みられなかった．しかし，海も固有周期を持っている．したがって，ここでは簡単な場合の固有周期を調べてみる．深さh=一定のグローバルな海で，コリオリの力を無視し，静力学的平衡が成り立つ場合を考える．

水平および鉛直方向の運動方程式はつぎのようになる．

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{a\partial\theta} \qquad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{a\sin\theta}\frac{\partial p}{\partial\lambda} \qquad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \qquad (3)$$

また，連続の式は次のようになる．

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} + \frac{1}{a\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(uh\sin\theta) + \frac{\partial}{\partial\lambda}(vh)\right] = 0 \qquad (4)$$

ここで，θは余緯度，λは経度，zは鉛直上向きの高さを示す独立変数である．u，vはθ，λ方向の流速，p，ρは圧力，密度を示し，a，gは，それぞれ地球の半径と重力加速度を示す．ζは振動による海面の盛り上がりの高さを示す．(3)式から

$$p = \rho g\zeta + P \qquad (5)$$

となる．ここでPは振動がない時の圧力を示し，Pはzだけの関数である．

u，v，$\zeta\propto\exp(i\beta t)$として，上の方程式を用いて，$\zeta$だけの式にまとめると

$$\zeta + \frac{gh}{a^2\beta^2\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\zeta}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial^2\zeta}{\partial\lambda^2}\right] = 0 \qquad (6)$$

となる．ここで，$\mu=\cos\,\theta$とおくと

$$\frac{\partial}{\partial\mu}\left[(1-\mu^2)\frac{\partial\zeta}{\partial\mu}\right]+\frac{1}{(1-\mu^2)}\frac{\partial^2\zeta}{\partial\lambda^2}+\frac{a^2\beta^2}{gh}\zeta=0 \quad (7)$$

となる．

とくに東西方向に変化のないzonalな場合（λに依存しない場合）には，

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\mu}\left[(1-\mu^2)\frac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}\mu}\right]+\frac{a^2\beta^2}{gh}\zeta=0 \qquad (8)$$

となり，これはLegendreの方程式である．そこで，地球上全ての点でζが有限の値を取るための条件から

$$\frac{a^2\beta^2}{gh}=n\,(n+1) \qquad ;n=1,\ 2,\ 3\cdots\cdots \qquad (9)$$

となる．すなわち，自由振動の角振動数βおよび周期Tは次式で与えられる．

$$\beta=\frac{2\pi}{T}=\left[n\,(n+1)\,gh\right]^{\frac{1}{2}}/a \qquad ;n=1,\ 2,\ 3\cdots\cdots \qquad (10)$$

(10)式から，南北の振動のモードを表すnが大きくなると，周期Tは短くなり，または，海の深さhが深くなるとTは短くなる．たとえば，$h=5\,\mathrm{km}=5\times10^3\,\mathrm{m}$; $a=6.37\times10^6\,\mathrm{m}$; $g=9.8\,\mathrm{ms}^{-2}$とすると

n	1	2	3	4
T	35時間30分	21:30	14:30	11:12

となる．また，$n=4$で$T=12$時間25分となるためには$h=4.1\mathrm{km}$となる．図2は$T=12$時間25分になるときのhとnの関係を示したものである．同じく，図3はそのときの海面の盛り上がりζの南北分布を示したものである．

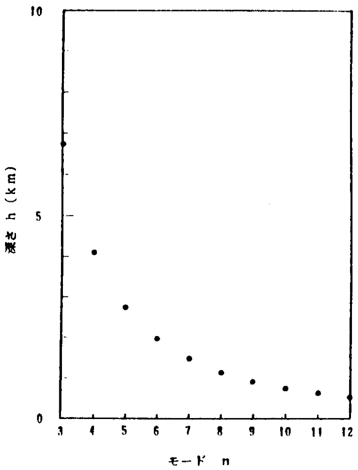

図2　振動周期が12時間25分のときの海の深さhと南北方向の振動モードnとの関係

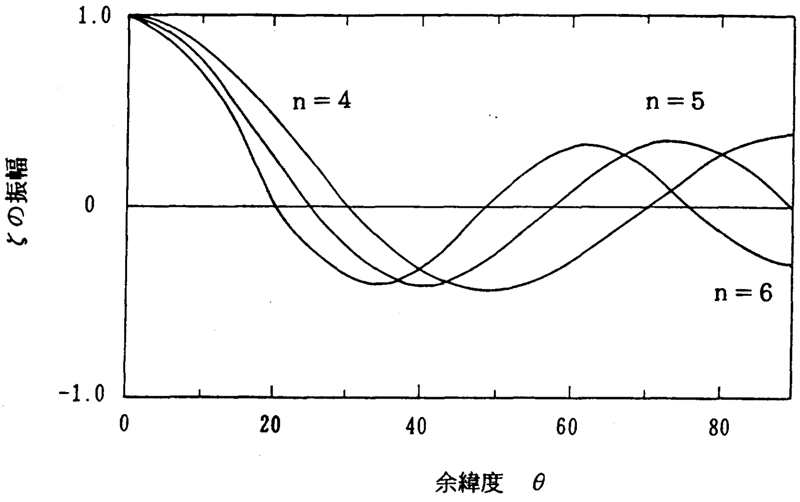

図3　東西方向に zonal な場合，海面の盛り上がり ζ の余緯度 θ 方向の変化

つぎに，zonal でない場合には u, v, $\zeta \propto \exp\{i(\beta t+m\lambda)\}$ とすれば，

$$\frac{d}{d\mu}\left[(1-\mu^2)\frac{d\zeta}{d\mu}\right]+\left[-\frac{m^2}{1-\mu^2}+\frac{a^2\beta^2}{gh}\right]\zeta=0 \qquad (11)$$

となる．これは Legendre 陪関数である．やはり，地球上の点で ζ が有限な値を取るための条件から

$$\frac{a^2\beta^2}{gh}=n(n+1) \qquad ;n=1,\ 2,\ 3\cdots\cdots \qquad (12)$$

となり，この場合の自由周期は zonal な場合の自由周期と本質的に同一となる．図4は $n=4$, $m=1$, $m=2$, $m=3$ の場合の海面の盛り上がり ζ の南北分布を示している．

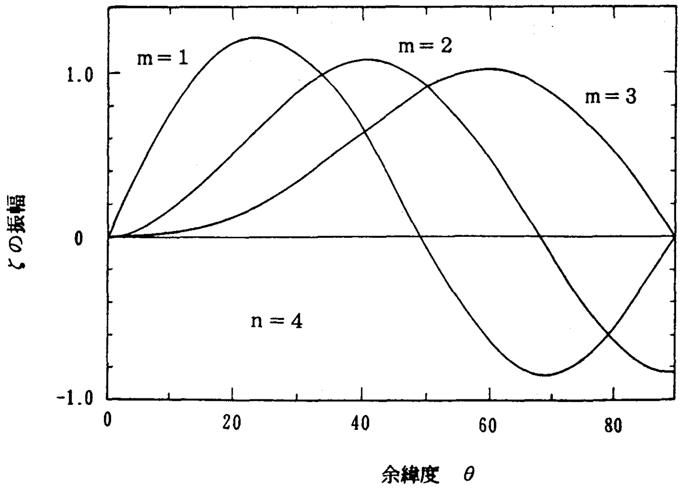

図4　東西方向に zonal でない場合，海面の盛り上がり ζ の余緯度 θ 方向の変化

以上，非常に簡単な海のモデルの場合について議論をしたが，実際には地球の海の深さは一様でなく，さらにコリオリの力も無視できない場合も多い．これらの効果を考慮すると問題はさらに複雑になる．

3．結　語

一様な深さの海で，東西方向にzonalな振動の海の固有振動周期は，南北方向の振動のモードを表す整数nと海の深さhで決まり，nが大きくなるか，または，hが深くなると周期は短くなる．さらに，東西方向にzonalでない振動では，東西方向の波数の影響は，海面の盛り上がりζの南北変化には現れるが，海の固有振動周期には直接関与しないことが解った．

参考文献

1）中野　猿人：潮汐学．生産技術センター
2）東京天文台編纂：理科年表．丸善
3）H. Lamb : Hydrodynamics. Cambridge University Press
4） S. Chapman and R. S. Linzen : Atmospheric Tides. D. Reidel Pub. Com.