

縦断的身長発育曲線の推定

田井村 明博

（1992年10月30日受理）

Fitting Mathematical Function to the Distance Curve of Stature

Akihiro TAIMURA

Abstract

The purpose of the present study was to fit polynomial to the individual longitudinal height data and examine the latent characteristics of individual's height growth in the term over 6 and 20 years old in girls.

The longitudinal height growth data were collected retrospectively from 45 subjects, who were senior student of a certain women's junior college in 1991.

In Thirty-five of individuals, their height growth data could be described by 10th to 12th-degree polynomials, and averages of their mean squared residuals and of their mean relative residuals were 0.1512cm² and 0.0716%, respectively. It could be recognized that the polynomial could describe the individual longitudinal height growth distance data and the mathematical characteristics of the determined polynomial for each individual can give the information regarding the own's latent growth characteristics.

Another height growth acceleration was found in 11 of individuals after their Peak Height Velocity. It was suggested whether such another growth spurt appears must be studied further and proved.

I 緒 言

これまでに人間の発育発達に関する研究は数多く行なわれており、集団の発育発達の一般的傾向、及び個人の発育発達の特性が検討されてきた。個人の発育発達を分析するには測定に多大な労力を要する縦断的データの収集が必要であるため集団を分析したものに比較して非常に少ない。

個人の身体的発育発達の分析方法としては Mid-growth spurt, adrelescent growth spurt などの開始時期、最大発育速度出現時期及び速度等の一連の発育事象の検討などが行なわれている。個人の身体的発育発達の縦断的資料をもとに発育発達曲線のある種の数学的関数で表し発育

特性を検討する試みもなされている。最初の研究は Jents, R.M. and N. Bayley⁹⁾によるもので 0 歳から 6 歳までの身長、体重発育曲線に $y = (c+dt) - \exp(a-bt) : (c, d, a, b \text{ は定数で, } t \text{ は年齢})$ があてはまることを報告している。Deming and Washburn⁵⁾, Manwani and Agarwa¹⁷⁾も線形および指数方程式を適用している。線形および対数方程式を適用した例としては Count^{2, 3)}の報告, Bock et al.¹⁾, Lozy¹⁰⁾, Marubini et al.^{12, 13)}, Tanner et al.²⁵⁾, Thissen et al.²⁷⁾は Logistic 関数を適用している。また, Deming⁴⁾, Marubini et al.¹³⁾は Gompertz 関数によって発育曲線の当てはめを試みている。

発育曲線を多項式によって推定する試みについては, Marubini¹⁴⁾や Whitehouse et al.²⁸⁾が多項式による発育曲線の推定では 3 次の多項式で思春期の身長発育曲線によく当てはまるが Logistic 関数等より精度の面で低いと批判している。近年, Matsuura¹⁷⁾は数学的には時系列データを一つの関数であらわすには多項式が他のどの関数より含まれる母数が多いので自由性が高いという理由から, 30歳から59歳男女の体力データの低下傾向の分析に 6 次または 7 次の多項式を当てはめている。その結果, 推定の程度を示す平均標準誤差が 0.011 から 0.143 で非常に小さくよく当てはまることを報告している。また Matsuura¹⁹⁾は発育発達現量値データに対し当てはめの精度を, 最小の推定誤差, 残差の無作為性の保証で検証しつつ, 6 歳から 18 歳の身長, 体重, 背筋力, 瞬発筋力 (垂直跳, 立幅跳) の 4 身体的属性, 5 変量について, 性別に多項式を当てはめた結果, 高精度での当てはめが可能であることを報告している。そして決定された高次多項式の数学的特性を考察することによる体力の低下傾向あるいは発育発達特性が検討できることを示している。

上記の Matsuura^{17, 19)}の報告は横断的データによる一般的発育発達の傾向 (平均値) の分析結果であった。本研究では個人の身体的発育発達の縦断的データを用いその発育現量値曲線に高次多項式をあてはめ発育発達特性を検討し, 個々人の身長発育特性を考察することを目的とした。

II 研究方法

1. 標本

本研究においては, 1991年1月現在で短大2年生であった女子短大生45名について, 後方視的 (Retrospective study) に 6 歳から 20 歳まで (小学校 1 年時～短大 2 年時) の縦断的資料で比較的偏ら変動の混入がすくないと考えられるデータである身長測定値のデータを収集した。

収集したデータの中には欠損データや負の年間発育量を有するものが認められたが, 今回はデータの補完や平滑化を行わずそれらのデータを分析から除外した。その結果最終的に分析の対象としたのは, データが完全に収集でき, かつ負の年間発育量の認められなかった 39 名のデータであった。

2. 分析方法

39名の個々人のデータについて, 2 次から 13 次までの 6 歳を 1 とした年齢変量の高次多項式を最小自乗法を用いて決定した。計算された 2 次から 13 次までの 12 個の多項式について, それぞれ推定の標準誤差, 平均相対誤差を求め, それらが最小で残差の無作為性 (Runs Test) が認

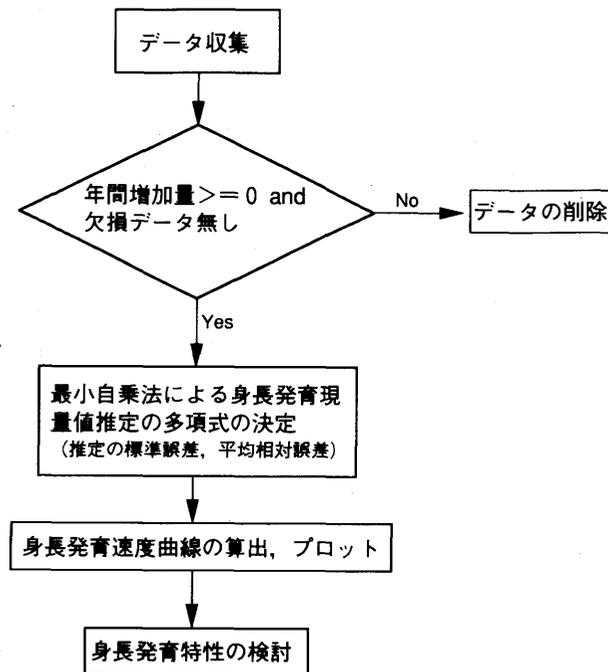


Fig. 1 Flow chart for procedures

められた次数の多項式を発育現量値推定の多項式とした。さらにこの決定された多項式を微分することで身長発育速度曲線の推定, 最大あるいは最小発育速度出現の時期, Mid-growth spurt の出現の有無, 発育スパート開始年齢など個々人の身長発育の特徴を検討した。(Fig. 1)

本研究において, 多項式決定にかかわる主な計算は長崎大学総合情報処理センターの大型計算機 (FACOM M760) を利用した。

III 結果と考察

最小標準誤差, 最小平均相対誤差を基準に求めた多項式の次数は, 10次2名, 11次4名, 12次31名であった (残りの2名は残差の無作為性 (Runs Test) が認められなかったので除外した)。これらの多項式の平均標準誤差, 平均相対誤差は, $0.1512 \pm 0.2502\text{cm}^2$, $0.0716 \pm 0.1330\%$ であり極めて高い精度で身長発育現量値曲線が記述できると考えられた。

Fig. 2-a は Sub. A の多項式推定後の残差, Fig. 2-b は相対誤差をプロットしたものである。思春期の発育急進期にやや大きいもののその値は非常に小さく Runs Test の結果残差の無作為性も認められた。

Fig. 2-c は同じく Sub. A の推定された身長発育現量値曲線と実際のデータを同時にをプロットしたものであるが, グラフ上ではほとんど区別がつかないほど重なっており身長発育

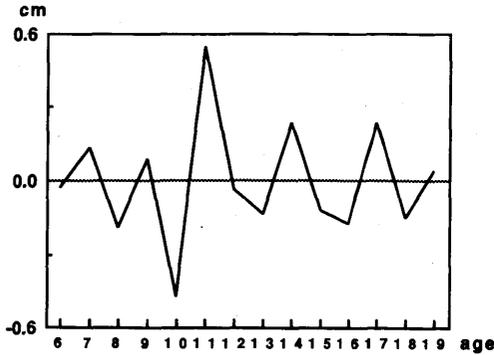


Fig. 2-a Residual curve: sub. A

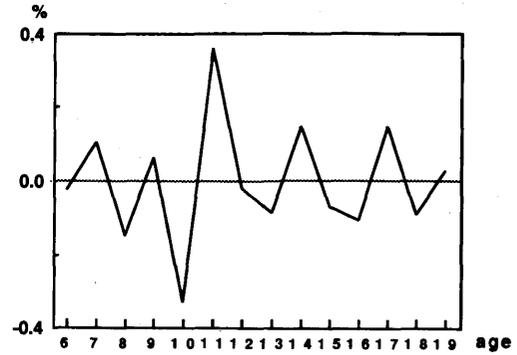


Fig. 2-b Relative residual curve: sub. A

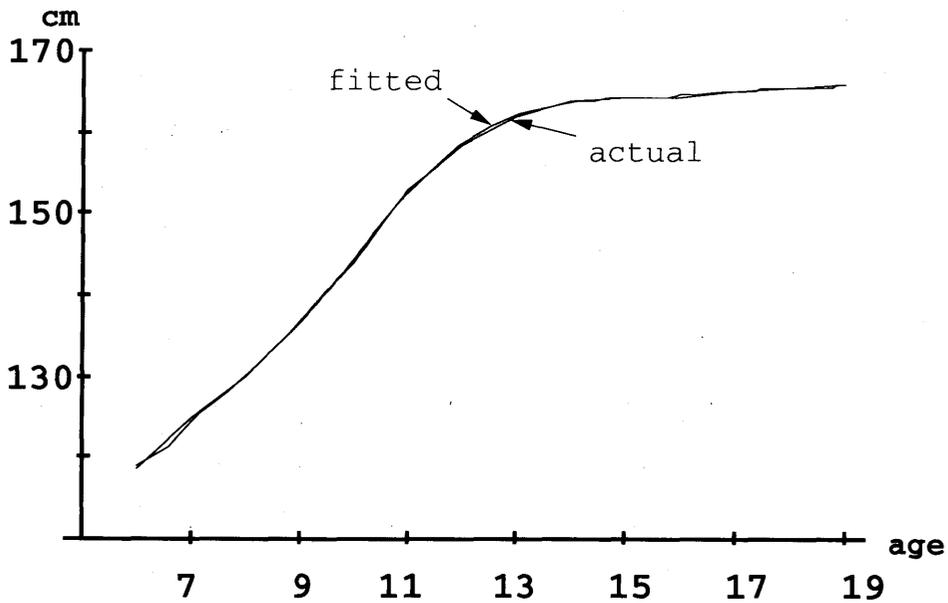


Fig. 2-c Actual and fitted distance curve: sub. A

現量値曲線が計算された高次多項式によって極めて高い精度で推定されていることがわかる。

Fig. 3-a は Sub. B の多項式推定後の残差, Fig. 3-b は相対誤差をプロットしたものである。Sub. A 同様に思春期の発育急進期にやや大きいもののその値は非常に小さく Runs Test の結果残差の無作為性も認められた。

Fig. 3-c は Sub. B の推定された身長発育現量値曲線と実際のデータを同時にプロットしたものである。Sub. B の場合も Sub. A と同様にほとんど区別がつかないほど重なっており身長発育現量値曲線が計算された高次多項式によって極めて高い精度で推定されていることがわかる。その他の例も同様な結果であった。

Fig. 4-a は Sub. E の先に推定された高次多項式を微分して得られた身長発育速度曲線をプロットしたものである。これは一つの極大と、極少が見られる一般的なタイプで, Peak

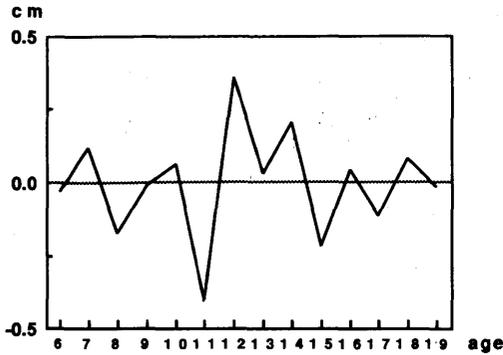


Fig. 3-a Residual curve: sub. B

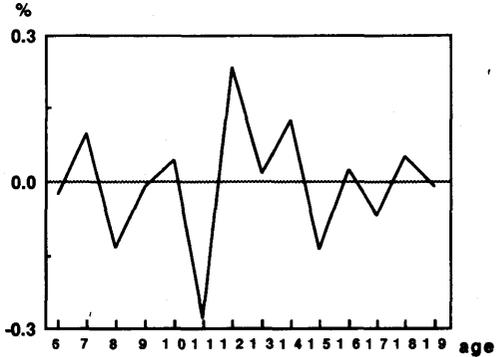


Fig. 3-b Relative residual curve: sub. B

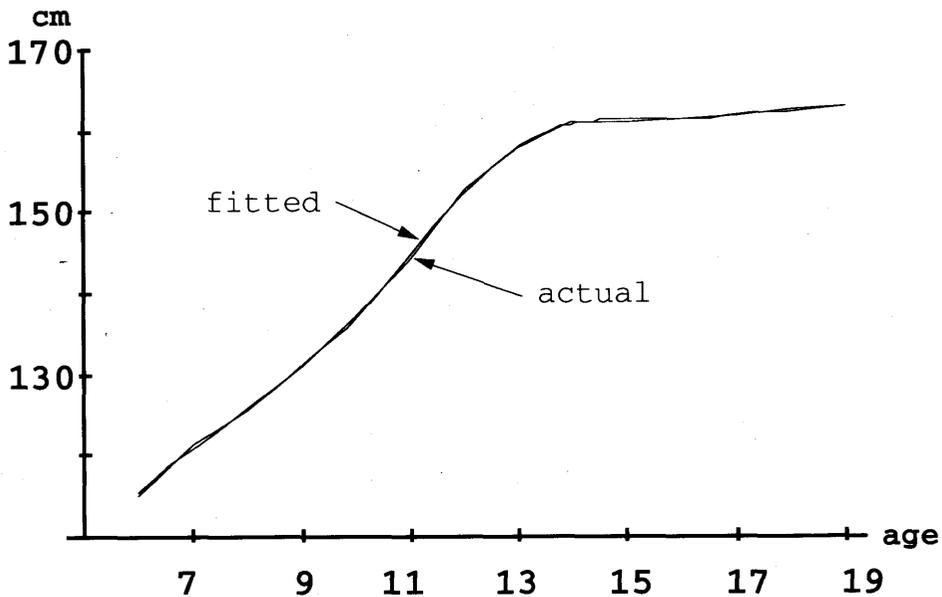


Fig. 3-c Actual and fitted distance curve: sub. B

Height Velocity (以下「PHV」と略す) (10.0歳) のみが存在するタイプである。

Fig. 4-b は Sub. D の身長発育速度曲線をプロットしたものである。この場合二つの極大(8.3歳, 12.2歳), 極小(7.4歳, 9.9歳)が見られる。即ち Mid-growth spurt (8.3歳) と PHV (12.2歳) の存在するタイプである。

Fig. 4-c は Sub. A の身長発育速度曲線をプロットしたものである。PHV (9.9歳) 出現後に発育が次第に鈍化し、僅かではあるが再び (15.4歳以降に) 発育速度の増大が見られるタイプである。

Fig. 4-d は Sub. C の身長発育速度曲線をプロットしたものである。Mid-growth spurt (7.6歳), PHV (11.1歳) の両事象が見られた後に、Sub. A 同様に PHV 出現後に僅かではあるが 15.0歳から再び発育速度の増大が見られるタイプである。

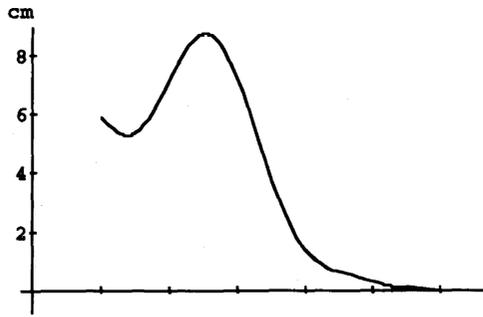


Fig. 4-a Velocity curve: Sub. E

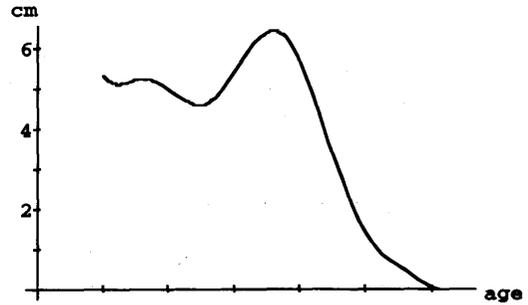


Fig. 4-b Velocity curve: Sub. D

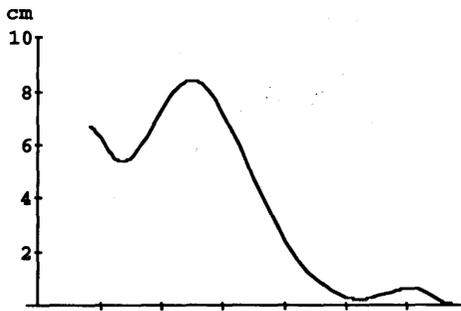


Fig. 4-c Velocity curve: Sub. A

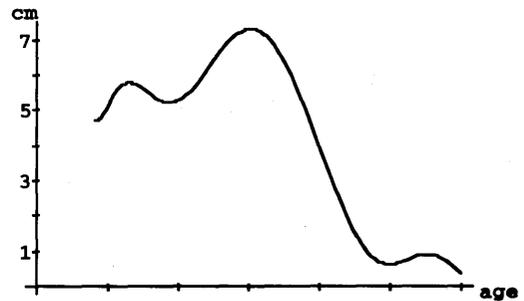


Fig. 4-d Velocity curve: Sub. C

35名の推定された高次多項式の一次微分方程式である身長発育速度曲線の内, Fig. 4-a, -b, -c, -dのタイプにそれぞれ3名, 8名, 6名, 5名が分類できた。

Marubini¹⁴⁾や Whitehouse et al.²⁸⁾は多項式による発育曲線の推定では3次の多項式で思春期の身長発育曲線によく当てはまるが Logistic 関数等より精度の面で低いと批判しているが本研究においては, 発育曲線を高次の多項式によってかなり高い精度で推定することが可能であった。

高次多項式では値の非常に小さい多数のパラメータが算出されるが, これらのパラメータに発育学的な意味をもたせるのは不可能である。しかしながら本研究で示されたように発育現量値曲線を高精度で推定し, 身体的発育発達現象をより客観的に捉えることができ発育学における生物学的問題解決のための重要な手がかりになると考えられる。

本研究においても, 推定された身長発育現量値曲線を表す高次多項式を微分して得られた身長発育速度曲線の考察から, PHVはもちろん Tanner and Cameron²⁶⁾, Molinari et al.²¹⁾の報告にある Mid-growth spurt 現象も客観的に捉えることが可能であった。本研究においてこれまでに報告されていない PHV 出現後の身長発育のスパートが見られたことは特記すべきことである。この PHV 出現後の身長発育のスパートが見られたのは16名(内5名は Mid-growth spurt も存在するタイプであった)であった。それらの PHV の平均は10.5歳であり, PHV 出現後に身長発育のスパートが見られなかった19名の平均11.1歳と比較して統計的に有意差は認められなかったものの約半年程早かった。Tanner and Cameron²⁶⁾, や Gasser et al.⁶⁻⁸⁾の報告においても PHV 出現後にわずかではあるが発育のスパートが見られているがこの点につい

での考察はなされていない。この現象については今後、特に PHV 出現後の測定間隔を短縮、あるいは実際に縦断的な測定を行うなどのより一層詳しい検討が必要と考えられる。

IV ま と め

本研究の目的は縦断的身長発育データについて高次多項式をあてはめ、発育現量値推定を行ない、Peak Height Velocity 出現の年齢と速度、最小速度とその出現年齢、Mid-growth spurt の出現の有無、発育スパート開始年齢を個人について考察することであった。女子短期大学 45 名について、後方視的に 6 歳から 20 歳までの身長データを収集し、年齢変数の多項式を求め発育現量値推定を行なった。その結果 10 次から 12 次の多項式で 35 名の発育現量値曲線が高い精度で記述できると考えられ、その精度は SEE で $0.1512 \pm 0.2502 \text{cm}^2$ 、平均相対誤差で $0.0716 \pm 0.1330\%$ であった。推定された高次多項式の数学的特性を考察することで個人の身長発育特性の検討が可能であった。また、11 名についてこれまでに報告のなかった PHV 出現後に僅かではあったが再び身長発育のスパートが確認された。

参 考 文 献

- 1) Bock, R.D., H. Wainer, A. Peterson, D. Thissen, J. Murray and A.F. Roche (1973) A parametrization for individual human growth curves. *Human Biology* 45 (1) : 63-80.
- 2) Count, E.W. (1942) A quantitative analysis of growth in certain human skull dimensions. *Human Biology* 14: 143-165.
- 3) Count, E.W. (1943) Growth patterns of the human physique; an approach to kinetic anthropometry Part 1. *Human Biology* 15: 1-32.
- 4) Deming, J. (1957) Application of Gompertz curve to the observed pattern of growth on length of 48 individual boys and girls during the adolescent cycle of growth. *Human Biology* 29: 83-119.
- 5) Deming, J. and A.H. Washburn (1963) Application of the Jenss curve to the observed pattern of growth during the first eight years of life in forty boys and forty girls. *Human Biology* 35: 484-506.
- 6) Gasser, T., W. Kohler, H.G. Muller, A. Kneip, R. Largo, L. Molinari and A. Prader (1984) Velocity and acceleration of height growth using kernel estimation. *Annals of Human Biology* 11: 391-411.
- 7) Gasser, T., H.G. Muller, W. Kohler, H.G. Muller, A. Prader, R. Largo and L. Molinari (1985) An analysis of the mid-growth and adolescent spurts of height on acceleration. *Annals of Human Biology* 12: 129-148.
- 8) Gasser, T., W. Kohler, H.G. Muller, R. Largo, L. Molinari and A. Prader (1985) Human height growth: correlational and multi-variate structure of velocity and acceleration. *Annals of Human Biology* 12: 201-515.

- 9) Jentsch, R.M. and N. Bayley (1937) A mathematical method for studying the growth of a child. *Human Biology* 9: 556.
- 10) Lozy, M.E. (1978) A Critical Analysis of the Double and Triple Logistic Growth Curves. *Annals of Human Biology* 5 (4): 389-394.
- 11) Manwani, A.H. and K.N. Agarwal (1973) The growth pattern of Indian infants during the first year of life. *Human Biology* 45: 341-349.
- 12) Marubini, E., L.F. Resele and G. Baraghini (1971) A comparative fitting of the Gompertz and Logistic functions to longitudinal height data during adolescence in girls. *Human Biology* 43: 237-252.
- 13) Marubini, E., L.F. Resele, J.M. Tanner and R.H. Whitehouse (1972) The fit of Gompertz and Logistic curves to longitudinal data during adolescence on height, sitting height and biacromial diameter in boys and girls of Harpenden Growth Study. *Human Biology* 44 (3): 511-524.
- 14) Marubini, E. (1978) Mathematical handling of long-term longitudinal data. *Human Growth* : pp.209-225.
- 15) Matsuura, Y. (1987) Fitting mathematical functions to growth and developmental distance curve of physical fitness. *Behaviormetrika* 22: 11-27.
- 16) Matsuura, Y. (1987) Fitting mathematical functions to the developmental distance curve of motor ability. *Bull. Inst. Health & Sport Sciences, Univ. of Tsukuba* 10: 251-268.
- 17) Matsuura, Y. (1990) A study on the deterioration trend of physical fitness in the middle adulthood; 30 through 59 years old. *Bull. Inst. Health & Sport Sciences, Univ. of Tsukuba* 13 : 195-205.
- 18) 松浦義行 (1990) 多項式のあてはめによる縦断的発育曲線の分布. 日本体育学会第41回大会号 : 468.
- 19) Matsuura, Y. (1991) A study on physical growth and development through investigating the polynomial fitted their distance curves; in the term over 6 and 18 years old. *Bull. Inst. Health & Sport Sciences, Univ. of Tsukuba* 14: 201-210.
- 20) 松浦義行 (1991) 発育速度曲線の分類; 男子の身長発育について. 日本体育学会第42回大会号 : 561.
- 21) Molinari, L., R.H. Largo and A. Prader (1980) Analysis of the growth spurt at age seven (mid-growth spurt). *Helvetica Paediatrica Acta* 35: 325-334.
- 22) 尾崎久雄 (1949) 思春期の成長方程式. *民族衛生* 16(2) : 52-57.
- 23) Preece, M.A. and M.J. Baines (1978) A new family of mathematical models describing the human growth curve. *Annals of Human Biology* 5 (1) : 1-24.
- 24) 田井村明博 (1991) 縦断的発育曲線の推定. *体力科学* 40(6) : 819.
- 25) Tanner, J.M., R.H. Whitehouse, E. Marubini and L.F. Resele (1976) The adolescent growth spurt of boys and girls of the Harpenden Growth Study. *Annals of Human*

- Biology 3 (2) : 109-126.
- 26) Tanner, J.M. and N. Cameron (1980) Investigation of the mid-growth spurt in height, weight and limb circumferences in single-year velocity data from the London 1966-67 growth survey. *Annals of Human Biology* 7 (6) : 565-577.
 - 27) Thissen, D., R.D. Bock, H.Wainer and A.F. Roche (1976) Individual growth in stature: A comparison of four growth studies in the U.S.A.. *Annals of Human Biology* 3 (6) : 529-542.
 - 28) Whitehouse, R.H., J.M. Tanner and M.J.R. Healy (1974) Diurnal variation in stature and sitting-height in 12 to 14-year-old boys. *Annals of Human Biology* 1: 1-21. .