

# 内管が軸方向に運動する偏心環状流路内の 十分に発達した層流熱伝達の解析 (第1種境界条件の基本解)

茂地 徹\* · 桃木 悟\*  
東井上 真哉\*\* · Y. Lee\*\*\*

## Fully Developed Laminar Heat Transfer in an Eccentric Annulus With an Axially Moving Core (Fundamental Solutions of the First Kind Boundary Condition)

by

Toru SHIGECHI\*, Satoru MOMOKI\*, Shinya HIGASHIUE\*\*  
and Y. LEE\*\*\*

Fundamental solutions of the first kind boundary condition were obtained analytically in the bipolar coordinate system for the hydrodynamically and thermally developed laminar flow in an eccentric annulus with an axially moving core. The thermal boundary condition is the first kind, i. e., constant and uniform but different temperatures are specified on each wall. The wall heat flux distribution and Nusselt number were obtained in terms of the relative core velocity, the radius ratio and the eccentricity of the annulus. It was shown that the peripheral non-uniformities of wall heat flux and Nusselt numbers were significantly increased with increasing eccentricity and that the average Nusselt numbers on the inner and outer walls increased with increasing values of the eccentricity.

### 1. まえがき

環状流路内の流動と伝熱の研究は、内管と外管がともに静止（固定）している場合には高温ガス炉や二重管熱交換器などの熱流動設計に関連して重要であるため古くから数多くの研究が行われてきたが、内管のみが軸方向に動く場合は応用面での要請が少なく研究もほとんど行なわれてこなかった。しかし、最近、押し出し・引き抜き・圧延などの金属やプラスチック材料の製造過程での材質制御に関連する伝熱問題や長いトンネル内を走行する列車の熱環境問題等への応用が見

込まれ、内管が軸方向に運動する場合の流動・伝熱特性に関する知見が必要とされるようになった。著者らは、内管が軸方向に運動する同心環状流路の場合について解析を行い、既に、流動・伝熱に関していくつかの重要な知見を公表している<sup>1)~4)</sup>。

一般に、環状流路を公称で同心二重管と設計しても、実際には、製造・組立・取り付け時の誤差や長時間使用による変形および内管の運動等により必ず内管偏心の問題が発生する。また、空間の制約や偏心環状流路の流動あるいは伝熱の特性の利点を積極的に利用する

平成8年4月30日受理

\*機械システム工学科 (Dept. of Mechanical Systems Engineering)

\*\*大学院修士課程機械システム工学専攻 (Graduate Student, Dept. of Mechanical Systems Engineering)

\*\*\*オタワ大学工学部 (Fac. of Engineering, Univ. of Ottawa)

ため、設計上予め内管を偏心させることもありうる。したがって、流動・伝熱特性に及ぼす内管偏心の影響を予め定量的に予測しておくことが、装置の設計や試験および実験に際して重要である。このため、内管が静止している場合の流動と伝熱特性に関しては、これまで数多くの理論的および数値的研究がなされてきた<sup>5)~15)</sup>。内管が軸方向に一定速度で運動する場合に、著者らは、既に、十分に発達した速度場の厳密解を求め<sup>16)</sup>、第2種の熱的境界条件、つまり、内管あるいは外管の表面で一様熱流束が指定される場合、に対してエネルギー式を数値的に解いて、温度場の基本解を得ている<sup>17), 18)</sup>。

本研究では、内管が軸方向に運動する偏心環状流路内で流体の速度場と温度場が十分に発達した層流熱伝達を第1種の熱的境界条件、つまり内管と外管の表面温度が異なる一定値に保たれている場合、に対してバイポーラ座標系でエネルギー式の厳密解を得て、壁面熱流束とヌッセルト数に及ぼす内管と外管の半径比、内管の偏心率および内管の相対速度の影響を理論的に検討した結果について報告する。

### 主要記号

$a$	温度伝導率
$c$	バイポーラ座標系の定数 (Fig. 2)
$e$	偏心量 (Fig. 2)
$E$	定数 $\equiv [\alpha^2/(\alpha^2-1)] - [1/\ln\alpha^2]$
$E^*$	定数, Eq. (40)
$h_{ji}$	エネルギー式の境界条件として内管表面(i)で零でない無次元温度の条件が課せられる場合の壁面jの熱伝達係数
$h_{jo}$	エネルギー式の境界条件として外管表面(o)で零でない無次元温度の条件が課せられる場合の壁面jの熱伝達係数
$k$	熱伝導率
$M^*$	定数, Eq. (41)
$Nu_{ji}$	ヌッセルト数 $\equiv h_{ji} \cdot 2(R_o - R_i)/k$
$Nu_{jo}$	ヌッセルト数 $\equiv h_{jo} \cdot 2(R_o - R_i)/k$
$P$	圧力
$q$	壁面熱流束
$r$	半径座標 (Fig. 3)
$R$	半径
$S$	$= c/R_o$ , Eq. (8)
$T$	温度
$u$	流体速度
$u_m$	流体平均速度
$U$	内管の軸方向速度

$U^*$  内管の相対速度  $\equiv U/u_m$

$(x, y)$  直交座標系

$z$  軸方向座標

$\alpha$  内管と外管の半径比  $\equiv R_i/R_o$

$\epsilon$  偏心率  $\equiv e/(R_o - R_i)$

$\mu$  動粘性係数

$(\xi, \eta)$  バイポーラ座標系

$\phi$  内管と外管の周方向角度座標 (Fig. 3)

$\theta$  無次元温度

$\theta_{bi}$  エネルギー式の境界条件として内管表面(i)で零でない無次元温度の条件が課せられる場合の無次元バルク温度

$\theta_{bo}$  エネルギー式の境界条件として外管表面(o)で零でない無次元温度の条件が課せられる場合の無次元バルク温度

### 添字

— 周方向平均

b バルク

i 内管

o 外管

## 2. 解析

Fig. 1 に示す物理モデルを考える。解析に際して、次の仮定を設定する。

1. 流体は物性値一定のニュートン流体であり、流れは非圧縮・定常層流で流体力学および熱的に十分発達している。
2. 体積力、粘性逸散および軸方向の熱伝導は無視できる。
3. 内管は軸方向に速度一定で運動している。

### 2.1 バイポーラ座標系

偏心環状流路の理論解析に適した座標系は Fig. 2 に示すバイポーラ座標系  $(\xi, \eta)$  である。直交座標系とバイポーラ座標系の変換は次式で与えられる。

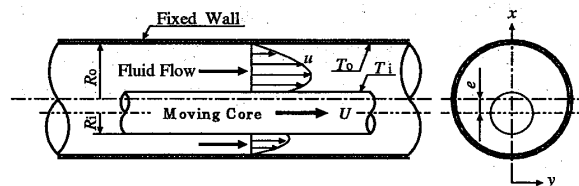


Fig. 1 Schematic of an eccentric annulus with an axially moving core

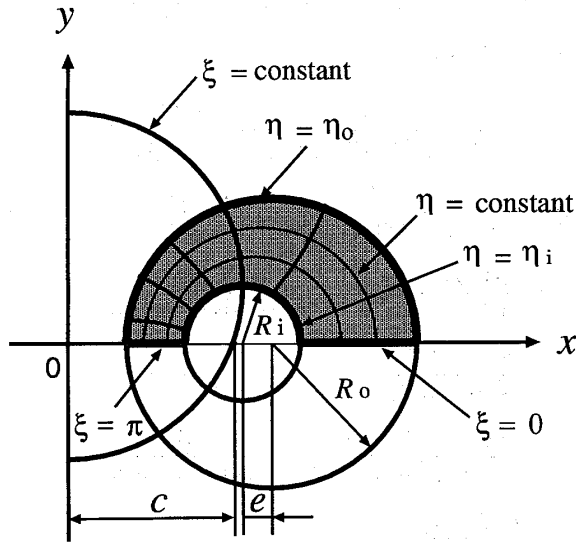


Fig. 2 Bipolar coordinate system ( $\xi, \eta$ )

$$x + iy = ic \cot\left(\frac{\xi + i\eta}{2}\right) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $c$  は式(5)で定義される定数、 $i$  は虚数単位で  $i = \sqrt{-1}$  である。式(1)から、直交座標系とバイポーラ座標系の変換に関して次の関係式を得る。

$$\begin{cases} x = \frac{c \sinh \eta}{\cosh \eta - \cos \xi} \\ y = \frac{c \sin \xi}{\cosh \eta - \cos \xi} \end{cases} \dots\dots\dots (2)$$

$\xi = \text{一定}$  の曲線は次式で与えられる真円である。

$$x^2 + (y - c \cot \xi)^2 = (c / \sin \xi)^2 \dots\dots\dots (3)$$

また、 $\eta = \text{一定}$  の曲線は次式で与えられる真円である。

$$(x - c \coth \eta)^2 + y^2 = (c / \sinh \eta)^2 \dots\dots\dots (4)$$

したがって、偏心環状流路の内管表面と外管表面は  $\eta$  が一定の真円で表されるので、それらを  $\eta_i$  と  $\eta_o$  とで表す。Fig. 2 の幾何学的考察により次の関係が得られる。

$$c = R_i \sinh \eta_i = R_o \sinh \eta_o \dots\dots\dots (5)$$

$$c(\coth \eta_o - \coth \eta_i) = \varepsilon(1 - \alpha)R_o \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $\varepsilon$  は偏心率で次式で定義される。

$$\varepsilon \equiv e / (R_o - R_i) \quad (0 \leq \varepsilon < 1) \dots\dots\dots (7)$$

式(5)と式(6)から、 $c/R_o$ 、 $\eta_i$  および  $\eta_o$  は次のように計算される。

$$\frac{c}{R_o} \equiv S = \left[ \frac{1 + \alpha}{2\varepsilon} \right] \sqrt{(1 - \varepsilon^2) \left\{ 1 - \left( \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \right)^2 \varepsilon^2 \right\}} \dots\dots\dots (8)$$

$$\begin{cases} \eta_i = \ln\{(S/\alpha) + \sqrt{(S/\alpha)^2 + 1}\} \\ \eta_o = \ln\{S + \sqrt{S^2 + 1}\} \end{cases} \dots\dots\dots (9)$$

2.2 エネルギー式

Fig. 1 に示す直交座標系におけるエネルギー式は、次のように書ける。

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{u}{a} \frac{\partial T}{\partial z} \dots\dots\dots (10)$$

境界条件は、第1種の熱的境界条件（内管および外管の表面で温度が一定）に対して次のようになる。ただし、内管の表面温度  $T_i$  と外管の表面温度  $T_o$  は異なる一定値とする。

$$\begin{cases} T = T_i (\text{一定}) : \text{内管表面} \\ T = T_o (\text{一定}) : \text{外管表面} \end{cases}$$

次式で定義される無次元温度  $\theta$  を導入する。

$$\theta \equiv \frac{T - T_o}{T_i - T_o} \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $T_i \neq T_o$  である。

環状流路内の十分に発達した流れに対して、内管と外管の表面温度  $T_i$  と  $T_o$  が異なる一定値に保たれている場合には、一方の表面（内管または外管）から入ってくる熱はすべて他方の表面（外管または内管）から出ていくので<sup>14</sup>、 $\theta$  の  $z$  方向の温度勾配は零となる、つまり

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (12)$$

したがって、式(10)のエネルギー式はバイポーラ座標系で次のように書かれる。

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \eta^2} = 0 \dots\dots\dots (13)$$

境界条件は次のようになる。

$$\begin{cases} \theta = 1 \quad \text{at } \eta = \eta_i \quad (0 \leq \xi \leq \pi) \\ \theta = 0 \quad \text{at } \eta = \eta_o \quad (0 \leq \xi \leq \pi) \\ \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0 \quad \text{at } \xi = 0, \pi \quad (\eta_o \leq \eta \leq \eta_i) \end{cases} \dots\dots\dots (14)$$

式(13)と式(14)の厳密解は次式で与えられる。

$$\theta = \frac{\eta - \eta_o}{\eta_i - \eta_o} \dots\dots\dots (15)$$

2.3 壁面熱流束

内管と外管の局所壁面熱流束  $q_i$  と  $q_o$  は、それぞれ次のように定義される。

$$\begin{cases} q_i \equiv -k \left. \frac{\partial T}{\partial r_i} \right|_{R_i} \\ q_o \equiv -k \left. \frac{\partial T}{\partial r_o} \right|_{R_o} \end{cases} \dots\dots\dots (16)$$

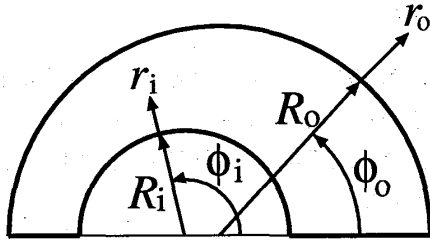


Fig. 3 Definitions of  $r_i$ ,  $r_o$ ,  $\phi_i$  and  $\phi_o$

ここに、 $r_i$  と  $r_o$  は、Fig. 3 に示される内管と外管の半径座標である。式(16)の右辺をバイポーラ座標系に変換すると次のようになる。

$$\begin{cases} q_i = \frac{k(\cosh \eta_i - \cos \xi)}{c} \left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_{\eta_i} & (0 \leq \xi \leq \pi) \\ q_o = \frac{k(\cosh \eta_o - \cos \xi)}{c} \left. \frac{\partial T}{\partial \eta} \right|_{\eta_o} & (0 \leq \xi \leq \pi) \end{cases} \dots\dots\dots (17)$$

式(16)を代入すると、式(17)は次のように変形される。

$$\begin{cases} q_i = \frac{k(\cosh \eta_i - \cos \xi)}{c(\eta_i - \eta_o)} (T_i - T_o) \\ q_o = \frac{k(\cosh \eta_o - \cos \xi)}{c(\eta_i - \eta_o)} (T_i - T_o) \end{cases} \dots\dots\dots (18)$$

内管と外管の表面における周方向平均の壁面熱流束  $\bar{q}_i$  と  $\bar{q}_o$  は、それぞれ次のように定義される。

$$\begin{cases} \bar{q}_i \equiv \frac{1}{\pi R_i} \int_0^\pi q_i R_i d\phi_i \\ \bar{q}_o \equiv \frac{1}{\pi R_o} \int_0^\pi q_o R_o d\phi_o \end{cases} \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 $\phi_j$  ( $j=i$  or  $o$ ,  $0 \leq \phi_j \leq \pi$ ) は、Fig. 3 に示すように、 $\xi=0$  (Fig. 2 の  $x$  軸) から測った角度座標である。 $\xi$  ( $0 \leq \xi \leq \pi$ ) と  $\eta_j$  ( $j=i$  or  $o$ ) の間には次の関係が成り立つ。

$$\begin{cases} \cos \xi = \left[ \frac{\cosh \eta_i \cos \phi_i + 1}{\cosh \eta_i + \cos \phi_i} \right] & (0 \leq \phi_i \leq \pi) \\ \cos \xi = \left[ \frac{\cosh \eta_o \cos \phi_o + 1}{\cosh \eta_o + \cos \phi_o} \right] & (0 \leq \phi_o \leq \pi) \end{cases} \dots\dots\dots (20)$$

したがって、局所および平均の壁面熱流束は次のように計算される。

$$q_i = \frac{S}{\alpha^2 (\eta_i - \eta_o)} \frac{k(T_i - T_o)}{R_o} \dots\dots\dots (21)$$

$$q_o = \frac{S}{(\eta_i - \eta_o)} \frac{k(T_i - T_o)}{R_o} \dots\dots\dots (22)$$

$$\begin{aligned} \bar{q}_i &= \left[ \frac{Sk(T_i - T_o)}{\alpha^2 (\eta_i - \eta_o) R_o} \right] \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{d\phi_i}{(\cosh \eta_i + \cos \phi_i)} \\ &= \frac{k(T_i - T_o)}{\alpha (\eta_i - \eta_o) R_o} \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{q}_o &= \left[ \frac{Sk(T_i - T_o)}{(\eta_i - \eta_o) R_o} \right] \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{d\phi_o}{(\cosh \eta_o + \cos \phi_o)} \\ &= \frac{k(T_i - T_o)}{(\eta_i - \eta_o) R_o} \end{aligned}$$

$$= \alpha \bar{q}_i \dots\dots\dots (24)$$

なお、式(24)の最後の関係は、次式のエネルギーバランスからも明らかである。

$$\int_0^\pi q_i R_i d\phi_i = \int_0^\pi q_o R_o d\phi_o \dots\dots\dots (25)$$

さらに、壁面熱流束の局所値と平均値の比に関して、次の関係が得られる。

$$\frac{q_i(\phi_i)}{\bar{q}_i} = \left[ \frac{\sinh \eta_i}{\cosh \eta_i + \cos \phi_i} \right] \dots\dots\dots (26)$$

$$\frac{q_o(\phi_o)}{\bar{q}_o} = \left[ \frac{\sinh \eta_o}{\cosh \eta_o + \cos \phi_o} \right] \dots\dots\dots (27)$$

2.4 ヌッセルト数

局所ヌッセルト数  $Nu_{ji}$  ( $j=i$  or  $o$ ) は次のように定義される。

$$Nu_{ji} \equiv h_{ji} \cdot 2(R_o - R_i) / k \dots\dots\dots (28)$$

$$h_{ji} \equiv q_j / |T_j - T_b| \dots\dots\dots (29)$$

ここに、 $q_j$  ( $j=i$  or  $o$ ) は、既に、式(16)で定義されている。式(21)と式(22)から、局所ヌッセルト数は次のように計算される。

$$Nu_{ii} = \left[ \frac{2(1-\alpha)}{\alpha(\eta_i - \eta_o)} \right] \frac{\sinh \eta_i}{(\cosh \eta_i + \cos \phi_i)} \left[ \frac{1}{1 - \theta_{bi}} \right] \dots\dots (30)$$

$$Nu_{oi} = \left[ \frac{2(1-\alpha)}{(\eta_i - \eta_o)} \right] \frac{\sinh \eta_o}{(\cosh \eta_o + \cos \phi_o)} \left[ \frac{1}{\theta_{bi}} \right] \dots\dots (31)$$

内管と外管の表面における周方向平均ヌッセルト数  $\bar{Nu}_{ji}$  ( $j=i$  or  $o$ ) は次のように定義される。

$$\overline{Nu_{ji}} \equiv \overline{h_{ji}} \cdot 2(R_o - R_i) / k \dots\dots\dots (32)$$

$$\overline{h_{ji}} \equiv \overline{q_j} / |T_j - T_b|. \dots\dots\dots (33)$$

式(33)と式(34)から、平均ヌッセルト数は次のように計算される。

$$\overline{Nu_{ii}} = \left[ \frac{2(1-\alpha)}{\alpha(\eta_i - \eta_o)} \right] \left[ \frac{1}{1 - \theta_{bi}} \right] \dots\dots\dots (34)$$

$$\overline{Nu_{oi}} = \left[ \frac{2(1-\alpha)}{(\eta_i - \eta_o)} \right] \left[ \frac{1}{\theta_{bi}} \right] \dots\dots\dots (35)$$

ここで、ヌッセルト数の計算式に表われる  $\theta_{bi}$  は、次式で定義される無次元バルク温度である。

$$\begin{aligned} \theta_{bi} &\equiv \frac{\int_{\Delta} u \theta dA}{\int_{\Delta} u dA} \\ &= \frac{2S^2}{\pi(1-\alpha^2)} \int_{\eta_o}^{\eta_i} \int_0^{\pi} \frac{(u/u_m)\theta}{(\cosh \eta - \cos \xi)^2} d\xi d\eta. \dots (36) \end{aligned}$$

式(36)の右辺にある  $u/u_m$  は無次元速度で、次式で与えられる<sup>16)</sup>。

$$\frac{u}{u_m} = \left[ \frac{2(1-E^*U^*)}{M^*} \right] g(\xi, \eta) + \left[ \frac{\eta - \eta_o}{\eta_i - \eta_o} \right] U^* \dots\dots (37)$$

ここに、 $U^*$  は内管の相対速度で次式で定義される。

$$U^* \equiv U/u_m \dots\dots\dots (38)$$

また、関数  $g(\xi, \eta)$  および定数  $E^*$  と  $M^*$  は次のように計算される。

$$\begin{aligned} g(\xi, \eta) &= 2(1-\alpha)\epsilon S \\ &\times \left[ \frac{\eta_i - \eta}{\eta_i - \eta_o} \frac{(\coth \eta - \coth \eta_i)}{(\coth \eta_o - \coth \eta_i)} \frac{\sinh \eta}{(\cosh \eta - \cos \xi)} \right. \\ &\quad \left. + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n\eta_o} \frac{\sinh n(\eta_i - \eta)}{\sinh n(\eta_i - \eta_o)} \cos n\xi \right] \dots\dots (39) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E^* &= \left[ \frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 1} \right] + \left[ \frac{\epsilon S}{1 + \alpha} \right] \frac{1}{(\eta_i - \eta_o)} \\ &(0 < \alpha < 1) \dots\dots\dots (40) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M^* &= 1 + \alpha^2 - \left[ \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \right] 4\epsilon^2 S^2 \\ &\times \left[ \frac{1}{\eta_i - \eta_o} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ne^{-n(\eta_i + \eta_o)}}{\sinh n(\eta_i - \eta_o)} \right] \\ &(0 < \alpha < 1) \dots\dots\dots (41) \end{aligned}$$

ヌッセルト数に関して、さらに、次の関係が得られる。

$$\frac{Nu_{ii}(\phi_i)}{\overline{Nu_{ii}}} = \left[ \frac{\sinh \eta_i}{\cosh \eta_i + \cos \phi_i} \right] = \frac{q_i(\phi_i)}{\overline{q_i}} \dots\dots\dots (42)$$

$$\frac{Nu_{oi}(\phi_o)}{\overline{Nu_{oi}}} = \left[ \frac{\sinh \eta_o}{\cosh \eta_o + \cos \phi_o} \right] = \frac{q_o(\phi_o)}{\overline{q_o}} \dots\dots\dots (43)$$

$$\frac{1}{\overline{Nu_{ii}}} + \frac{\alpha}{\overline{Nu_{oi}}} = \frac{\alpha(\eta_i - \eta_o)}{2(1-\alpha)} \dots\dots\dots (44)$$

ここで、無次元温度を式(1)とは異なり、次式で定義する場合について検討しておく。

$$\theta \equiv \frac{T_i - T}{T_i - T_o} \dots\dots\dots (45)$$

この場合には、エネルギー式は式(13)と同一であるが、境界条件が次のように置き換えられる。

$$\begin{cases} \theta = 0 & \text{at } \eta = \eta_i (0 \leq \xi \leq \pi) \\ \theta = 1 & \text{at } \eta = \eta_o (0 \leq \xi \leq \pi) \\ \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0 & \text{at } \xi = 0, \pi (\eta_o \leq \eta \leq \eta_i) \end{cases} \dots\dots\dots (46)$$

式(13)と式(46)の厳密解は次式で与えられる。

$$\theta = \frac{\eta_i - \eta}{\eta_i - \eta_o} \dots\dots\dots (47)$$

無次元バルク温度  $\theta_{bo}$  とヌッセルト数  $Nu_{io}$  と  $Nu_{oo}$  を同様に計算すると、次の関係が得られる。

$$\theta_{bo} = 1 - \theta_{bi} \dots\dots\dots (48)$$

$$Nu_{io} = Nu_{ii} \dots\dots\dots (49)$$

$$Nu_{oo} = Nu_{oi} \dots\dots\dots (50)$$

したがって、以後、ヌッセルト数の局所値と平均値を、内管表面に対して  $Nu_{ii}$  と  $\overline{Nu_{ii}}$  で、外管表面に対して  $Nu_{oo}$  と  $\overline{Nu_{oo}}$  で代表させて議論することにする。

### 3. 結果と考察

本研究で取り扱うパラメータの範囲は次の通りである。

半径比:  $0 < \alpha < 1$

偏心率:  $0 \leq \epsilon < 1$

内管の相対速度:  $-\infty \leq U^* < U_{cr}^* = 1/E$

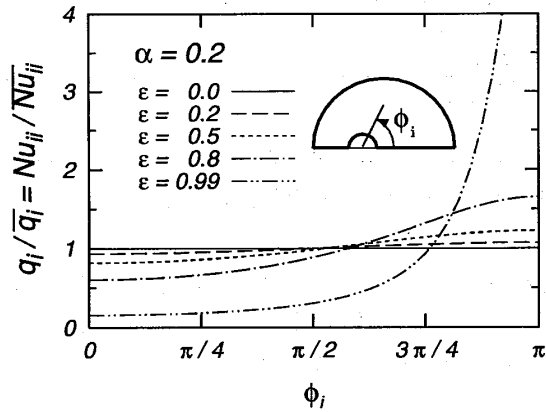
ここで、 $U_{cr}^*$  は同心環状流路の場合に摩擦係数が零となる、つまり、 $(-dP/dz)_{\epsilon=0} = 0$  の場合の  $U^*$  の値である<sup>16),17)</sup>。内管が軸方向に運動する場合の偏心環状流路の流動特性に関しては、既に、詳細に議論している<sup>16),17)</sup>、本報告では、伝熱特性に限定して検

討する。

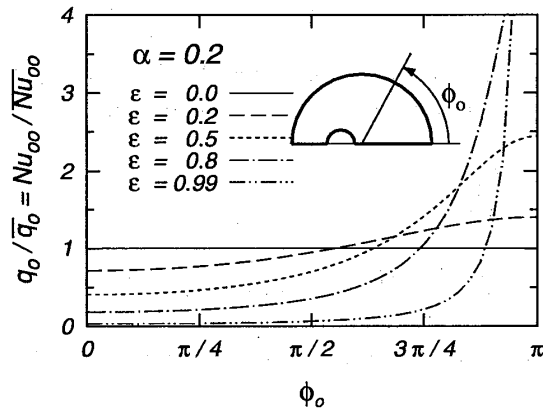
内管と外管の表面における壁面熱流束とヌッセルト数の周方向分布を、 $q_i/\bar{q}_i = Nu_{ii}/\overline{Nu_{ii}}$  と  $q_o/\bar{q}_o = Nu_{oo}/\overline{Nu_{oo}}$  の形式で、それぞれ、 $\alpha=0.2, 0.5, 0.8$ の場合に、Fig. 4 と Fig. 5に示す。これらの図から、壁面熱流束とヌッセルト数の周方向分布は、偏心率  $\epsilon$  が大きくなるにつれてより不均一になることが明らかである。なお、 $q_i/\bar{q}_i = Nu_{ii}/\overline{Nu_{ii}}$  と  $q_o/\bar{q}_o = Nu_{oo}/\overline{Nu_{oo}}$

の値は、偏心環状流路の最も広い所 ( $\phi_i = 0$  と  $\phi_o = 0$ ) で最小値をとり、最も狭い所 ( $\phi_i = \pi$  と  $\phi_o = \pi$ ) で最大値をとることがわかる。これは、環状流路断面内を熱が熱伝導によって流れるためである (式(13)参照)。

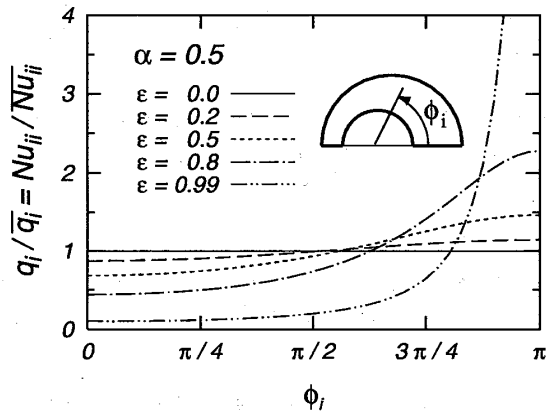
壁面熱流束とヌッセルト数の計算式の中に表われる  $1/(\eta_i - \eta_o)$  の項は、もともと、無次元温度の勾配  $\partial\theta/\partial\eta$  から導かれたもので、後で述べるように、壁面



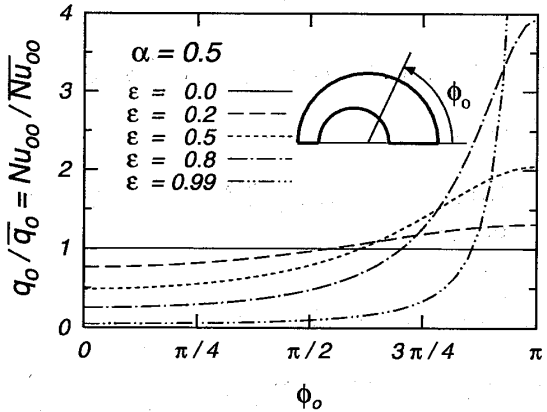
(a)  $\alpha=0.2$



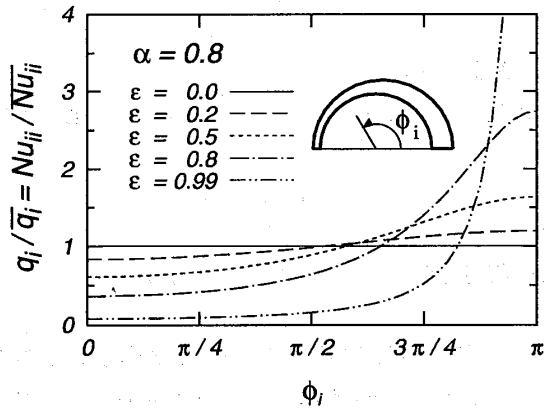
(a)  $\alpha=0.2$



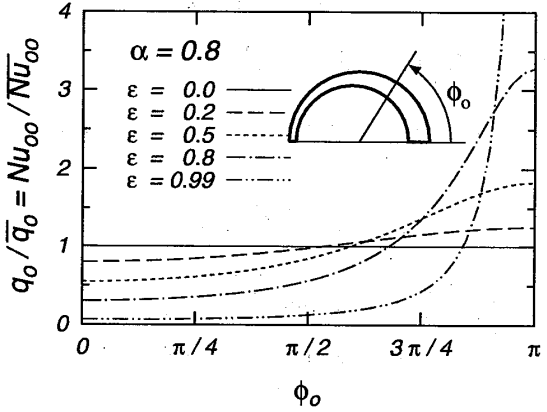
(b)  $\alpha=0.5$



(b)  $\alpha=0.5$



(c)  $\alpha=0.8$



(c)  $\alpha=0.8$

Fig. 4 Local wall heat flux or Nusselt number on the inner wall

Fig. 5 Local wall heat flux or Nusselt number on the outer wall

熱流束とヌッセルト数の挙動に重要な影響を及ぼす。 $\partial\theta/\partial\eta$ は、半径比 $\alpha$ と偏心率 $\epsilon$ のみの関数であり、その大きさはFig. 6とFig. 7に示されている。図から明らかなように、 $\partial\theta/\partial\eta$ は $\epsilon$ と $\alpha$ が大きくなるにつれて増加する。特に、 $\epsilon$ と $\alpha$ が1に近づくと、温度勾配は急激に無限大に近づいていくことがわかる。

Fig. 8とFig. 9に無次元バルク温度 $\theta_{bi}$ または $\theta_{bo}$ と、偏心率 $\epsilon$ および半径比 $\alpha$ との関係を示す。 $\theta_{bi}$ と $\theta_{bo}$ はヌッセルト数の計算に必要で、半径比 $\alpha$ と偏心率 $\epsilon$ の他に、内管の相対速度 $U^*$ にも依存する。これらの図から、 $\theta_{bi}$ の値は偏心率 $\epsilon$ が大きくなると緩やかに減少するが、半径比 $\alpha$ が大きくなると増大する。また、内管の相対速度 $U^*$ が大きいか、大きくなる傾向を示すことがわかる。

Fig. 10からFig. 13に示す図は、内管と外管の表面における平均ヌッセルト数に及ぼす半径比 $\alpha$ 、偏心率 $\epsilon$ および内管の相対速度 $U^*$ の影響を調べたものである。図中に○印で示したのはTrombetta<sup>(14),(20)</sup>の計算結果で、内管が静止している場合( $U^*=0$ )に対応する。Trombettaの結果は、本解析の $U^*=0$ の場合の厳密解と約1%の精度で一致している。これらの図から、偏心率 $\epsilon$ が大きくなると、内管と外管の平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}_{ii}$ と $\overline{Nu}_{oo}$ は共に増大し、 $\epsilon$ が1に近づくと急激に増大する。また、内管の相対速度

$U^*$ が大きくなると、内管の平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}_{ii}$ は増大するが、外管の平均ヌッセルト数 $\overline{Nu}_{oo}$ は減少する。さらに、Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8およびFig. 9とあわせて検討すると、 $\overline{Nu}_{ii}$ と $\overline{Nu}_{oo}$ の特性は、 $\alpha$ と $\epsilon$ に関しては、主に、温度勾配 $\partial\theta/\partial\eta = 1/(\eta_i - \eta_o)$ の影響を強く受けるが、 $U^*$ に関しては、無次元バル

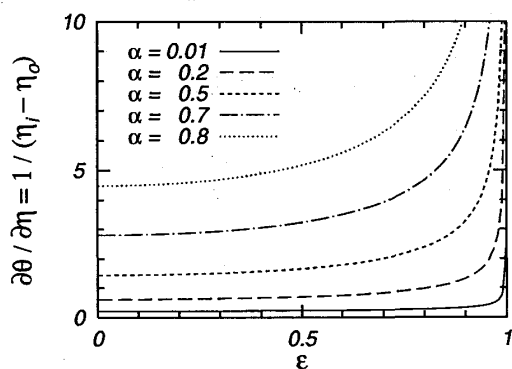


Fig. 6 Gradient of dimensionless temperature vs.  $\epsilon$

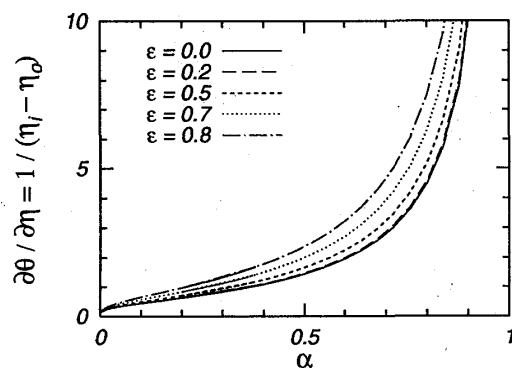
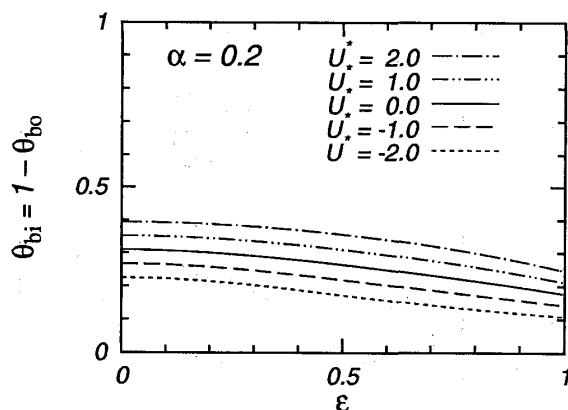
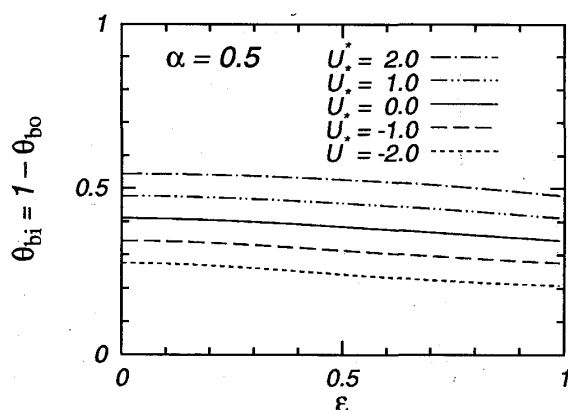


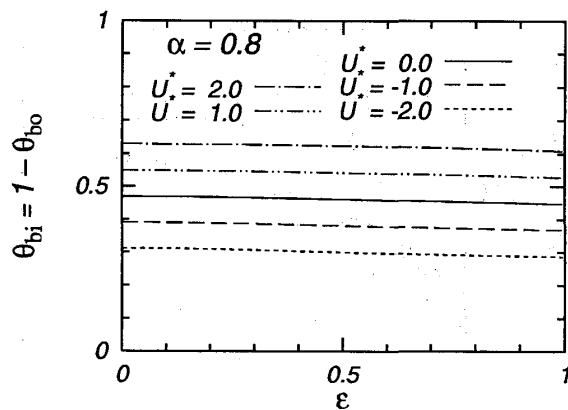
Fig. 7 Gradient of dimensionless temperature vs.  $\alpha$



(a)  $\alpha=0.2$



(b)  $\alpha=0.5$



(c)  $\alpha=0.8$

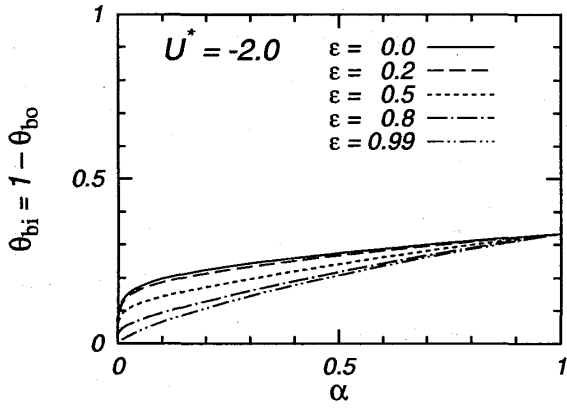
Fig. 8 Dimensionless bulk temperature vs.  $\epsilon$

ク温度  $\theta_{bi}$  または  $\theta_{bo}$  の影響のみを受けることがわかる。

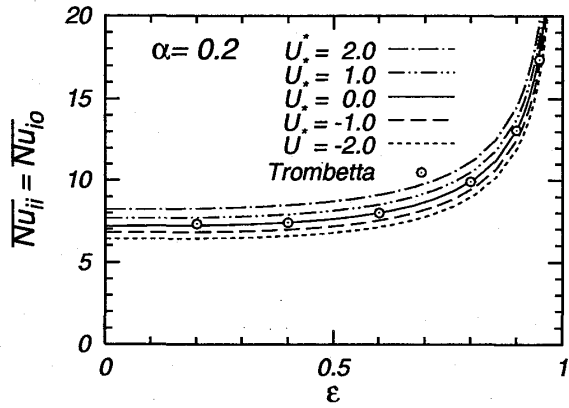
4. むすび

内管が軸方向に運動する偏心環状流路内で流体の速

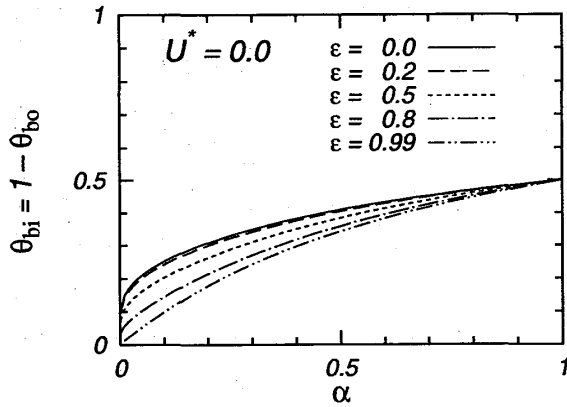
度場と温度場が十分に発達した層流熱伝達を第1種、つまり内管と外管の表面温度が異なる一定値に保たれている場合、の熱的境界条件に対してパイポラ座標系でエネルギー式の厳密解を得た。壁面熱流束とヌッセルト数に及ぼす内管と外管の半径比、内管の偏心率お



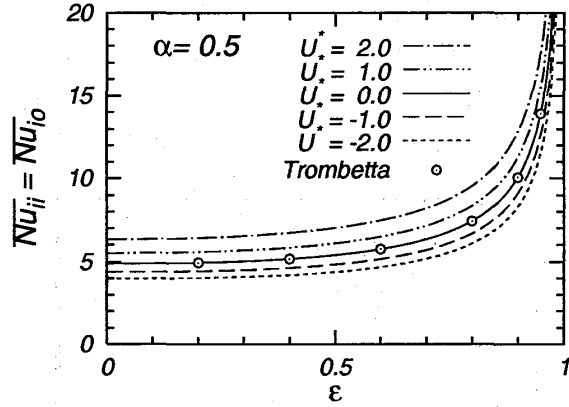
(a)  $U^* = -2$



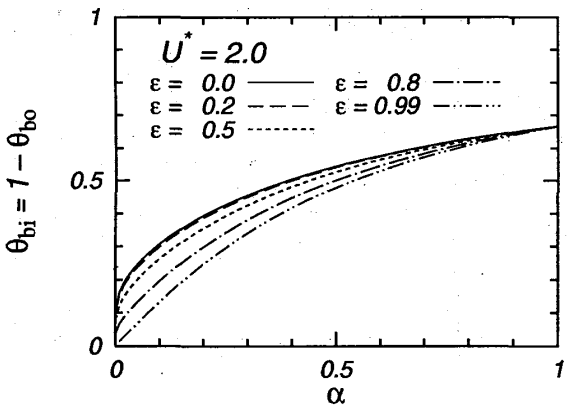
(a)  $\alpha = 0.2$



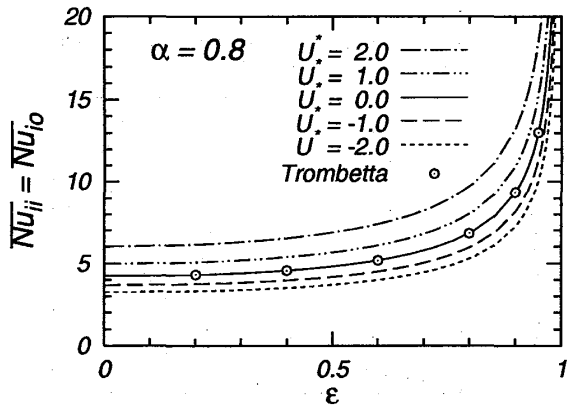
(b)  $U^* = 0$



(b)  $\alpha = 0.5$



(c)  $U^* = +2$



(c)  $\alpha = 0.8$

Fig. 9 Dimensionless bulk temperature vs.  $\alpha$

Fig. 10 Average Nusselt number,  $\overline{Nu}_{ij}$ , vs.  $\epsilon$

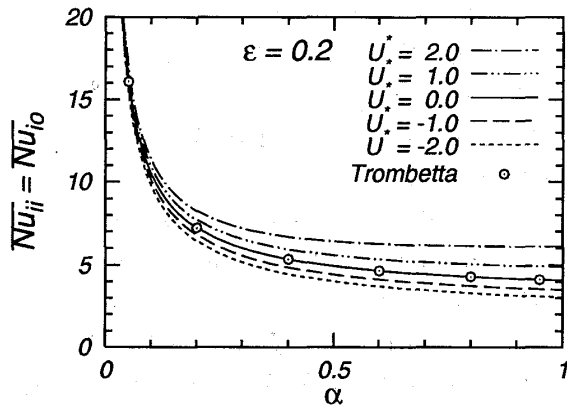


よび内管の相対速度の影響を検討し、以下の結論を得た。

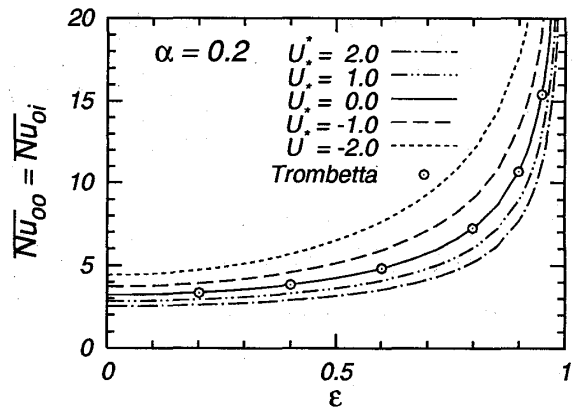
1. 内管と外管の表面における熱流束とヌッセルト数は、偏心率が大きくなると、その周方向不均一が増大する。

2. 内管と外管の平均ヌッセルト数  $\overline{Nu}_{ii} = \overline{Nu}_{io}$  と  $\overline{Nu}_{oo} = \overline{Nu}_{oi}$  の大きさは、偏心率  $\epsilon$  が増すと増加する。これは、おもに、無次元温度勾配  $\partial\theta/\partial\eta$  に依存して変化する。

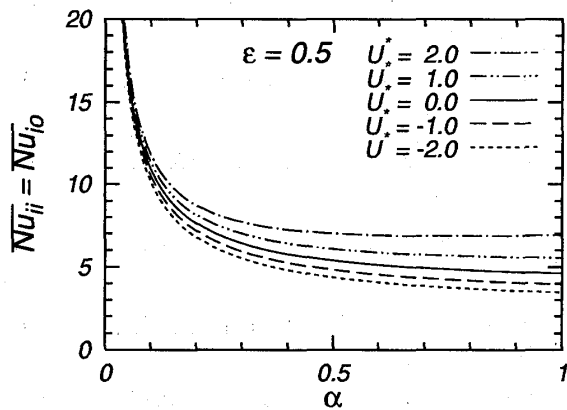
3. 内管の相対速度  $U^*$  が増加すると、内管の平均ヌ



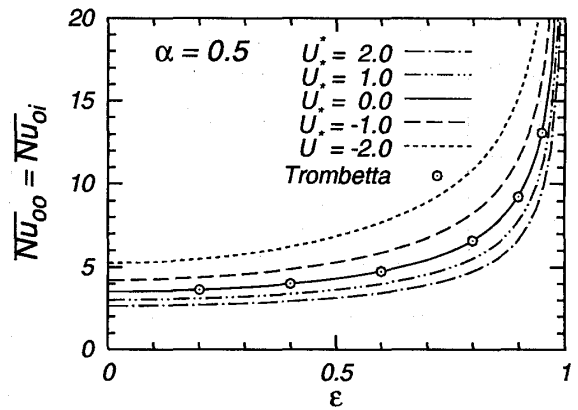
(a)  $\epsilon = 0.2$



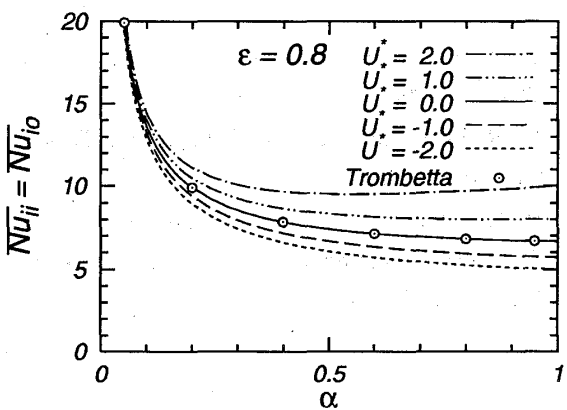
(a)  $\alpha = 0.2$



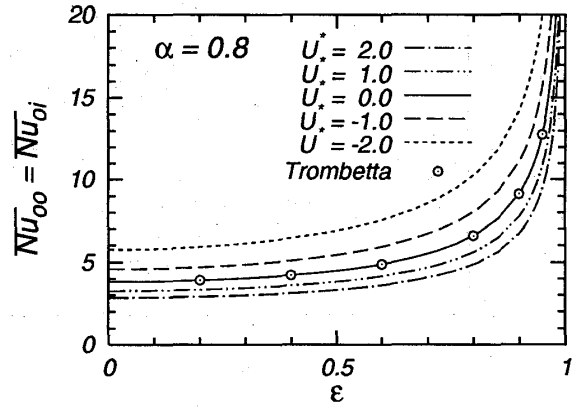
(b)  $\epsilon = 0.5$



(b)  $\alpha = 0.5$



(c)  $\epsilon = 0.8$

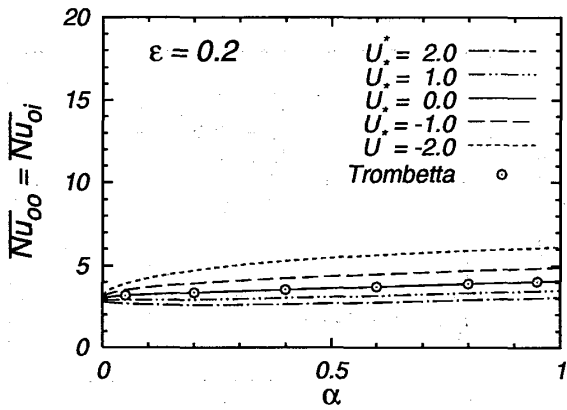
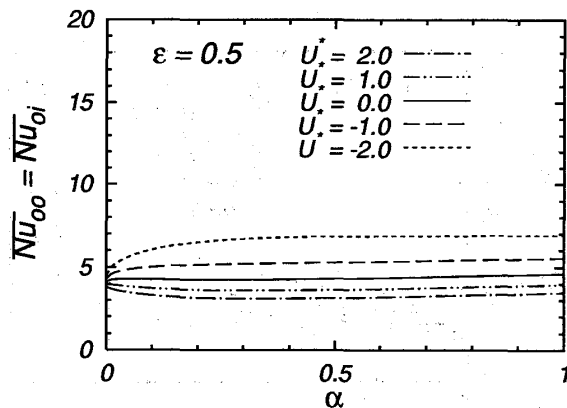
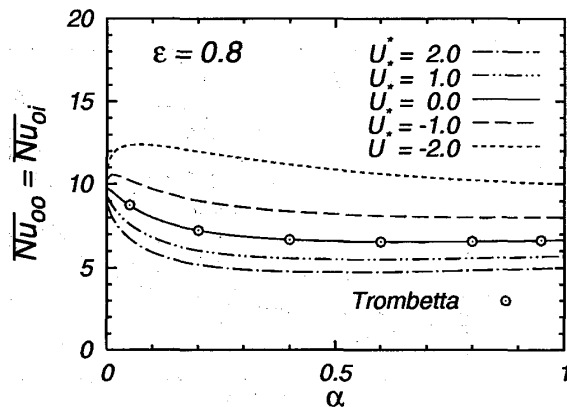


(c)  $\alpha = 0.8$

Fig. 11 Average Nusselt number,  $\overline{Nu}_{ii}$ , vs.  $\alpha$

Fig. 12 Average Nusselt number,  $\overline{Nu}_{oo}$ , vs.  $\epsilon$

ヌセルト数  $\overline{Nu}_{ii} = \overline{Nu}_{io}$  は増加するが、外管の平均ヌセルト数  $\overline{Nu}_{oo} = \overline{Nu}_{oi}$  は減少する。これは、無次元バルク温度  $\theta_{bi}$  あるいは  $\theta_{bo}$  の特性のみに依存する。

(a)  $\alpha=0.2$ (b)  $\alpha=0.5$ (c)  $\alpha=0.8$ Fig. 13 Average Nusselt number,  $\overline{Nu}_{oo}$ , vs.  $\alpha$ 

## 参考文献

- 1) T. Shigechi, *et al.*, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **33**, (1990), 2029.
- 2) T. Shigechi & Y. Lee, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **34**, (1991), 2593.
- 3) Y. Lee & T. Shigechi, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **35**, (1992), 3488.
- 4) T. Shigechi, *et al.*, *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **115**, (1993), 1061.
- 5) N. A. V. Piercy, *et al.*, *Phil. Mag. Ser. 7*, **15**, (1933), 647.
- 6) J. F. Heyda, *J. Franklin Inst.*, **267**, (1959), 25.
- 7) P. J. Redberger & M. E. Charles, *Can. J. Chem. Eng.*, **40**, (1962), 148.
- 8) W. T. Snyder, *AIChE J.*, **9**, (1963), 503.
- 9) W. T. Snyder & G. A. Goldstein, *AIChE J.*, **11**, (1965), 462.
- 10) V. K. Jonsson & E. M. Sparrow, *AIChE J.*, **11**, (1965), 1143.
- 11) W. Tiedt, *Chemiker-Ztg./Chem. Apparatur*, **90**, (1966), 813.
- 12) W. Tiedt, *Chemiker-Ztg./Chem. Apparatur*, **91**, (1967), 17.
- 13) K. C. Cheng & G. J. Hwang, *AIChE J.*, **14**, (1968), 510.
- 14) M. L. Trombetta, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **14**, (1971), 1161.
- 15) 鈴木 他 2 名, 日本機械学会論文集(B), **56**, (1990), 3445.
- 16) 茂地 他 2 名, 長崎大学工学部研究報告, **24**, (1994), 141.
- 17) T. Shigechi, *et al.*, *ASME HTD-Vol. 285* (1994), 75; 長崎大学工学部研究報告, **24**, (1994), 153.
- 18) T. Shigechi, *et al.*, *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **118**, (1996), 205.
- 19) M. R. El-Saden, *Trans. ASME, J. Heat Transfer*, **83**, (1961), 510.
- 20) R. K. Shah & A. L. London, *Advances in Heat Transfer*, Supplement 1, Academic Press, New York, (1978), 322.